Федеральное агентство связи

ГОУ ВПО «Сибирский государственный университет

телекоммуникаций и информатики»

Уральский технический институт связи и информатики (филиал)





**Г.А. Самусевич**

**ТЕОРИЯ МАССОВОГО**

**ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Методические указания по выполнению курсового проекта

для студентов очной и заочной форм обучения на базе среднего (полного)

общего образования специальности 230105.65 «Программное

обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем»

**От заказчика : Вариант № 20. Нужен ход решения (и графики, если требует задание). Оформлю контрольную сам.**

Екатеринбург

2010

УДК 519.872

ББК 22.18

Рецензент: к.т.н., доцент кафедры РТС ГОУ ВПО «УГТУ – УПИ» Дмитриев С.Н.

Самусевич Г.А.

Теория массового обслуживания: Методические указания по выполнению курсового проекта /Г.А. Самусевич. – Екатеринбург: УрТИСИ ГОУ ВПО «СибГУТИ», 2010. – 17 с.

Методические указания предназначены для выполнения курсового проекта при изучении дисциплины «Теория массового обслуживания».

Рекомендовано НМС УрТИСИ ГОУ ВПО «СибГУТИ» в качестве методических указаний по выполнению курсового проекта для студентов очной и заочной форм обучения на базе среднего (полного) общего образования специальности 230105.65 «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

УДК 519.872

ББК 22.18

Кафедра информационных систем и технологий

©УрТИСИ ГОУ ВПО «СибГУТИ», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

[1. Цель проектирования 4](#_Toc260221395)

[2. Системы массового обслуживания 4](#_Toc260221396)

[3. Задание на курсовое проектирование 5](#_Toc260221397)

[4. Этапы выполнения курсового проекта 7](#_Toc260221398)

[4.1. Первый этап. Система с отказами 7](#_Toc260221399)

[4.2. Второй этап. Смешанная система 7](#_Toc260221400)

[4.3. Третий этап. Влияние производительности каналов 10](#_Toc260221401)

[5. Заключение. 10](#_Toc260221402)

[Список литературы 12](#_Toc260221403)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 1 13](#_Toc260221404)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 2 14](#_Toc260221405)

## Цель проектирования

Программой дисциплины «Теория массового обслуживания» предусмотрено выполнение курсового проекта на тему «Простейшие системы массового обслуживания». В предлагаемом пособии рассматриваются вопросы, связанные с анализом эффективности трех типов простейших систем массового обслуживания. В ходе анализа систем рассчитываются их технические и экономические показатели эффективности, позволяющие **оптимизировать** с учетом заданных ограничений **выбор** ряда **параметров**, характеризующих работу систем.

Проводится сравнение эффективности **системы с отказами** с соответствующей **смешанной системой**, заданной заданием на проектирование. Цель такого сравнения заключается в показе, насколько переход от системы с отказами к смешанной системе позволяет улучшить её свойства. Кроме того определяется влияние изменения производительности каналов обслуживания на свойства изучаемой системы.

## Системы массового обслуживания

Теория систем массового обслуживания (СМО) посвящена разработке методов анализа, проектирования и рациональной организации систем, относящихся к различным областям деятельности, таким как связь, вычислительная техника, торговля, транспорт, военное дело. Несмотря на все свое разнообразие, приведенные системы обладают рядом типичных свойств, что позволяет изучать такие системы, используя обобщенные математические модели.

Задача анализа СМО заключается в определении ряда показателей ее эффективности, которые можно разделить на следующие группы:

* **показатели, характеризующие систему в целом:** число n занятых каналов обслуживания, число обслуженных (λb), ожидающих обслуживание или получивших отказ заявок (λc) в единицу времени и т.д.;
* **вероятностные характеристики**: вероятность того, что заявка будет обслужена (Pобс) или получит отказ в обслуживании (Pотк), что все приборы свободны (p0) или определенное число их занято(pk), вероятность наличия очереди и т.д.;
* **экономические показатели**: стоимость потерь, связанных с уходом не обслуженной по тем или иным причинам заявки из системы, экономический эффект, полученный в результате обслуживания заявки, и т.д. Необходимость в использовании экономических показателей связана с противоречивостью влияния выбора ряда показателей на свойства системы.

Часть технических показателей (первые две группы) характеризуют систему **с точки зрения потребителей**, другая часть – характеризует систему **с точки зрения её эксплуатационных свойств**. Выбор показателей, улучшающих эксплуатационные свойства системы, ухудшает систему с точки зрения потребителей и наоборот. Использование экономических показателей позволяет разрешить указанное противоречие и оптимизировать систему с учетом обеих точек зрения.

В ходе выполнения курсового проекта изучаются три типа простейших систем массового обслуживания: системы **с отказами** и два типа смешанных систем – **с ограничениями** **на время пребывания в очереди** и с ограничениями **на длину очереди**. Это системы разомкнутого типа, бесконечный источник заявок в систему не входит. Входной поток заявок, потоки обслуживания и ожидания этих систем являются простейшими, то есть пуассоновскими стационарными потоками.

**Многоканальная система с отказами.**

Система состоит из одного узла обслуживания, содержащего n каналов (приборов), каждый из которых может обслуживать только одну заявку.

Все каналы обслуживания одинаковой производительности и для модели системы неразличимы. Если заявка поступила в систему и застала свободным хотя бы один канал, она мгновенно начинает обслуживаться. Если в момент поступления заявки в систему все каналы заняты, то заявка покидает систему не обслуженной.

**Смешанные системы**

* Система с ограничением **на длину очереди** состоит из накопителя (очереди) и узла обслуживания. Заявка покидает очередь и уходит из системы, если в накопителе к моменту ее появления уже находятся **m** заявок ( **m** – максимально возможное число мест в очереди). Если заявка поступила в систему и застала свободным хотя бы один канал обслуживания, она мгновенно начинает обслуживаться. Если в момент поступления заявки в систему все каналы заняты, то заявка не покидает систему, а занимает место в очереди. Заявка покидает систему не обслуженной, если к моменту её поступления заняты все места в очереди. Для каждой системы определяется дисциплина очереди. Это система правил, определяющих порядок поступления заявок из очереди в узел обслуживания. Если все заявки и каналы обслуживания равнозначны, то чаще всего действует правило «кто раньше пришел, тот раньше обслуживается».
* Система с ограничением **на длительность пребывания заявки в очереди** состоит из накопителя (очереди) и узла обслуживания. От предыдущей системы она отличается тем, что заявка, поступившая в накопитель (очередь), может ожидать начала обслуживания лишь ограниченное время Тож (чаще всего это случайная величина). Если её время Тож истекло, то заявка покидает очередь и уходит из системы не обслуженной.

Для каждой из рассмотренных систем **приводится список формул** для расчета показателей эффективности.

## Задание на курсовое проектирование

В ходе курсового проектирования проводитсясравнительный анализ эффективности простейших систем массового обслуживания.

К изучаемым системам относятся:

1. Системы с отказами.
2. Системы с ограничением на время пребывания заявки в очереди.
3. Системы с ограничением на длину очереди.

Сравнение систем проводится на основе сопоставления их показателей эффективности, характеризующих изучаемые системы, как с точки зрения потребителей, так и с точки зрения их эксплуатационных свойств.

Показатели, характеризующие систему **с точки зрения потребителей**:

*  – вероятность обслуживания заявки,
*  – время пребывания заявки в системе.

Показатели, характеризующие систему **с точки зрения её эксплуатационных свойств:**

*  – абсолютная пропускная способность системы (среднее число обслуженных заявок в единицу времени),
*  – относительная пропускная способность системы,
* kз – коэффициент загрузки системы.

Часто мероприятия, осуществляемые для повышения показателей эффективности одной группы, приводят к ухудшению показателей другой группы. Чтобы решить указанное противоречие используют **экономические показатели**, характеризующие систему одновременно с обеих точек зрения. В рассматриваемой работе в качестве основного такого показателя принята величина С.

C – средняя стоимость обслуживания **одной заявки** в единицу времени.

 (1)

где

* Cобщ – общая (суммарная) стоимость обслуживания **всех заявок** в единицу времени.
*  – среднее число занятых и свободных каналов, соответственно.
*  – среднее число заявок, находящихся в очереди (в накопителе).
* λс – интенсивность потока не обслуженных заявок (среднее число заявок, получивших отказ в обслуживании, в единицу времени).
* ск – стоимость эксплуатации одного канала.
* спк – стоимость простоя одного канала.
* соч – стоимость эксплуатации одного места в накопителе.
* сотк – стоимость убытков, связанных с уходом заявки из системы, получившей отказ в обслуживании.

**Исходные данные.**

* λ – интенсивность входного потока (среднее число заявок, поступающих в систему в единицу времени).
*  – среднее время обслуживания одной заявки.
* Тип смешанной системы.
* Весовые коэффициенты в формуле (1) **для всех вариантов задания**:

ск = 0,5, спк = 0,2, соч = 0,1,

сотк = 0,2 ед. стоим.∙ед. врем.

* Ограничения, вводимые **для всех вариантов задания**:

 – число каналов обслуживания не должно быть больше шести.

 – среднее время пребывания заявки в смешанных системах не должно превышать среднее время пребывания заявки в оптимальной системе с отказами больше, чем на 25%.

**Варианты индивидуальных заданий к курсовому проекту приведены в прил. 1.**

## Этапы выполнения курсового проекта

### Первый этап. Система с отказами

На этом этапе проводится **минимизация средней стоимости** обслуживания одной заявки в единицу времени для **системы с отказами.**

Требуется определить число  каналов обслуживания, обеспечивающее в **системе с отказами** **наименьшее значение параметра C** **– средней стоимости обслуживания одной заявки в единицу времени.**

В соответствии с вариантом задания определены параметры системы λ и . Задаваясь значениями n (число каналов обслуживания) от единицы до шести, вычисляются финальные вероятности и в соответствии с ними – показатели эффективности системы. Результаты вычислений представляются **в виде таблиц**, формы которых приведены в прил. 2, и **в виде графиков** функций С = С(n),  = (n),  = (n),  = (n), построенных **в масштабе в зависимости от n**. В качестве оптимального числа каналов  следует принять такое значение n, при котором принимает **наименьшее значение** средняя стоимость С обслуживания одной заявки в единицу времени (с учетом ограничения ). Следовательно,  либо точка минимума на графике функции С = С(n), либо  = 6, если С = С(n) – монотонно убывающая функция.

Запоминаются значения основных показателей эффективности **оптимальной СМО с отказами:**

 = (),  = (),  = ().

Вычисляется **допустимое** для смешенных СМО значение времени пребывания заявки в системе 

**Список формул**.

 ,  



### Второй этап. Смешанная система

Изучается одна из **смешанных систем**, соответствующая заданию на курсовое проектирование. **Определяется наименьшее значение С – средней стоимости** обслуживания одной заявки в единицу времени.

На этом этапе **решается вопрос о возможности с введением очереди обеспечить уменьшение значения оптимального** для рассматриваемой системы **значения экономического показателя** С и улучшить другие показатели эффективности изучаемой системы.

**СМО с ограничением на время пребывания в очереди**.

В этом варианте задания на курсовой проект анализируется **влияние на эффективность** изучаемой системы  – **среднего времени** **пребывания** заявки **в очереди**.

Исходные данные изучаемой системы:

* λ – интенсивность входного потока,
*  – среднее время обслуживания одной заявки для рассматриваемого варианта системы.
* n =  – число каналов обслуживания рассматриваемой смешенной системы совпадает с найденным ранее числом каналов оптимальной системы с отказами.

Задаваясь рядом значений параметра , вычисляются те же показатели эффективности С,   , что и для системы с отказами. Полученные данные оформляются в виде таблицы. Приводятся графики зависимости этих показателей от величины . Оптимальной считается система, имеющая наименьший показатель эффективности С. В том случае, когда зависимость C() имеет монотонный характер, наилучшим является наименьшее значение показателя C, при котором ещё выполняется условие 

Сложность заключается в выборе значений параметра . Следует учесть, что для системы с отказами . Далее рекомендуется выбрать значение этого параметра, равным среднему времени обслуживания одной заявки . Если вычисленное при этом условии значение показателя C меньше, чем у оптимальной СМО с отказами, то  следует увеличить, в противном случае его нужно уменьшить. Достаточно провести расчеты для трех – четырех его значений. Финальные вероятности рассчитываются с точностью до 0,01.

Выводы к рассмотренному разделу работы должны содержать **сравнение эффективности** оптимальной **системы с отказами** и изучаемой оптимальной смешанной **системы с ограничением на время** пребывания заявки **в очереди.**

**Список формул**.

 

, 

, , , 

, , , .

, , , . (3)

**СМО с ограничением на длину очереди.**

В рассматриваемом случае анализируется **влияние на эффективность** системы ограничения на длину очереди. Длина очереди не должна превышать заданной величины m.

Исходные данные изучаемой системы:

* λ – интенсивность входного потока,
*  – среднее время обслуживания одной заявки для рассматриваемого варианта системы.
* n =  – число каналов обслуживания рассматриваемой смешенной системы должно совпадать с найденным ранее числом каналов оптимальной системы с отказами.
* m –допустимая длина очереди.

Задаваясь рядом значений параметра, m вычисляются зависимости . Оптимальной считается система, имеющая наименьший показатель эффективности С. В том случае, когда зависимость  имеет монотонный характер, наилучшим значением показателя  является **наименьшее** значение C, при котором ещё выполняется условие 

Выводы к рассмотренному разделу работы должны содержать **сравнение эффективности оптимальной системы с отказами и изучаемой оптимальной смешанной системы с ограничением на длину очереди**.

**Список формул**.

, , ,

, .  .

, , , , 

. (4)

### Третий этап. Влияние производительности каналов

На этом этапе изучается **влияние производительности каналов обслуживания** на эффективность системы, определяемой показателями С,   .

Исходные данные изучаемой системы:

* λ – интенсивность входного потока,
*  – среднее время обслуживания одной заявки для рассматриваемого варианта системы.
* n =  – число каналов обслуживания рассматриваемой смешенной системы совпадает с найденным ранее числом каналов оптимальной системы с отказами.
*  – признанное оптимальным среднее время пребывания заявки в очереди.
*  – признанная оптимальной допустимая длина очереди.

Производительность канала обслуживания определяется величиной параметра  – средним временем обслуживания одной заявки. Рассматривается смешанная система, признанная оптимальной. Показатели эффективности этой первоначальной системы сравниваются с аналогичными показателями двух вариантов этой системы:

**Вариант a)** системы **с уменьшенной производительностью** каналов обслуживания за счет увеличения в два раза среднего времени обслуживания и с уменьшенными затратами, связанными с эксплуатацией и простоем оборудования

, .

**Вариант b)** системы **с** **увеличенной производительностью** каналов обслуживания за счет уменьшения в два раза среднего времени обслуживания и увеличенными затратами, связанными с эксплуатацией и простоем оборудования

, .

## Заключение.

Проведя анализ полученных результатов, следует сделать следующие заключения:

* Сравнить оптимальные по экономическим показателям варианты системы с отказами и заданной смешанной системы.
* Провести анализ эффективности этих систем, используя технические показатели, как с точки зрения потребителя системы, так и с точки зрения её эксплуатационных свойств.
* Отметить, имеет ли преимущества оптимальная смешанная система по сравнению с оптимальной системой с отказами.
* Из трех вариантов системы (первоначального варианта, с уменьшенной и с увеличенной производительностью каналов) выбрать наилучший вариант с точки зрения средней стоимости обслуживания одной заявки.

## Литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие. – М.: ИНФРА – М, 2010
2. Моделирование систем: Учебник для студентов высш. Учеб. заведений /[С.И. Дворецкий, Ю.А. Муромцев, В.А. Погодин, А.Г. Схиртладзе. – М.: Изд. Центр «Академия», 2009
3. Самусевич Г.А. Основы теории массового обслуживания: учебное пособие / Г.А. Самусевич. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2005

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

**Варианты заданий к курсовому проекту**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| λ 1/ед.времени | 1,0 | | 4,0 | | 0,5 | | 0,5 | | 2,0 | |
|  | 2,0 | | 0,5 | | 8,0 | | 12,0 | | 1,0 | |
| СМО с ограничением на **время** ожидания в очереди | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  |
| СМО с ограничением на **длину** очереди |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| λ 1/ед.времени | 1,0 | | 2,0 | | 3,0 | | 4,0 | | 1,0 | |
|  | 6,0 | | 3,0 | | 2,0 | | 1,5 | | 4,0 | |
| СМО с ограничением на **время** ожидания в очереди | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  |
| СМО с ограничением на **длину** очереди |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| λ 1/ед.времени | 3,0 | | 2,0 | | 4,0 | | 0,5 | | 1,0 | |
|  | 1,33 | | 2,0 | | 1,0 | | 16 | | 8,0 | |
| СМО с ограничением на **время** ожидания в очереди | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  |
| СМО с ограничением на **длину** очереди |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |

Знаком «+» отмечен тип смешанной системы, соответствующий заданному варианту задания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Формы таблиц для расчета показателей эффективности простейших СМО

**1 Этап**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Система с отказами | | | | | | | Результирующие  показатели | | | |
| n |  |  |  |  |  | Cобщ  ед.ст | С  ед.ст |  |  | ед.вр |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К вычислению общей стоимости обслуживания заявок в единицу времени | | | | | |
| n | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | Cобщ  ед.стоим. |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |

**2 Этап**.

Система с ограничением на время пребывания в очереди

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Система с ограничением на время пребывания в очереди | | | | | | | Результирующие  показатели | | | |
|  |  |  |  |  |  | Cобщ  ед.ст | С  ед.ст |  |  | ед.вр |
| Данные системы с отказами | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Данные системы с ограничением на время пребывания в очереди | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К вычислению общей стоимости обслуживания заявок в единицу времени | | | | | |
|  | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | Cобщ  ед.стоим. |
| Данные системы с отказами | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
| Данные системы с ограничением на время пребывания в очереди | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**Система с ограничениями на длину очереди**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Система с ограничениями на длину очереди | | | | | | | **Результирующие**  **показатели** | | | |
| m |  |  |  |  |  | Cобщ  ед.ст | С  ед.ст |  |  | ед.вр |
|  | Данные системы с отказами | | | | | | | | | |
| m = 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Данные системы ограничениями **на длину очереди** | | | | | | | | | | |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К вычислению общей стоимости обслуживания заявок в единицу времени | | | | | |
| m | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | Cобщ  ед.стоим. |
| Данные системы с отказами | | | | | |
| m = 0 |  |  |  |  |  |
| Данные системы ограничениями **на длину очереди** | | | | | |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |

**3 Этап**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Заданная смешанная система | | | | | | | | Результирующие  показатели | | | |
|  | ед.вр |  |  |  |  |  | Cобщ  ед.ст | С  ед.ст |  |  | ед.вр |
| Первонач  вариант |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Вариант а |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Вариант б |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К вычислению общей стоимости обслуживания заявок в единицу времени | | | | | | |
|  | ед.вр | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | ед.стоим. | Cобщ  ед.стоим. |
| Первонач  вариант |  |  |  |  |  |  |
| Вариант а |  |  |  |  |  |  |
| Вариант б |  |  |  |  |  |  |