

Студенты выполняют задания указанные преподавателем .

При чтении текста каждой задачи учесть следующее: все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми, нити, перекинутые через блок, по блоку не скользят, катки и колеса (в кинематике и динамике) катятся по плоскостям без скольжения.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия в таблице - по последней; например, если шифр оканчивается числом 46, то берет рис. 4 и условия № 6 из таблицы. Преподаватель вправе изменить правило выбора варианта .Преподаватель может предложить выполнить задания на ЭВМ . Рисунки в любом случае выполняются вручную .

Чертеж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи; на нем все углы, действующие силы, число тел и их расположение на чертеже должны соответствовать этим условиям. В результате в целом ряде задач чертеж получится более простой, чем общий.

Чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показать все силы или векторы скорости и ускорения и др.; показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы получаемых величин нужно обязательно. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.п.) и подробно излагать весь ход расчетов. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

**Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут и будут возвращаться для переделки.**

### 3.2. Задачи к контрольным заданиям

#### 3.2.1. Статика

##### 3.2.1.1. Задача С1

Жесткая рама (рис. С 1.0 – С 1.9, табл. С1) в точках **A** или **B** закреплена шарнирно, а другой конец ее (точки **A** или **B**) прикреплен к шарнирному невесомому стержню или к шарнирной опоре на катке.

На раму действуют пара сил с моментом  $M = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , две силы, величины которых, направления и точки приложения указаны в

таблице (например, в условиях №1 на раму действуют сила  $F_1 = 10 \text{ Н}$  под углом  $30^\circ$  к горизонтальной оси, приложенная в точке **K**, и сила  $F_2 = 40 \text{ Н}$  под углом  $60^\circ$  к горизонтальной оси, приложенная в точке **H**) и распределенная нагрузка интенсивностью  $q$ .

Определить реакции связей в точках **A** и **B**, вызываемые заданными нагрузками. При окончательных подсчетах принять  $a = 0,5 \text{ м}$ .

**Указания.** Задача С1 – на равновесие тела под действием плоской системы сил. Составляя уравнения равновесия, учесть, что уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей (в примере – относительно точки **A**). При вычислении момента силы  $F$  часто удобно разложить ее на составляющие  $F'$  и  $F''$ , для которых плечи легко вычисляются, в частности, на составляющие, параллельные координатным осям, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда  $m_o(F) = m_o(F') + m_o(F'')$ .

Таблица С1

Сила					$q$ , Н/м *			
	$F_1 = 10 \text{ Н}$	$F_2 = 20 \text{ Н}$	$F_3 = 30 \text{ Н}$	$F_4 = 40 \text{ Н}$				
Но- мер услов- ия	Точка прило- жения	$\alpha_1$ $^\circ$	Точка прило- жения	$\alpha_2$ $^\circ$	Точка прило- жения	$\alpha_3$ $^\circ$	Точка прило- жения	$\alpha_4$ $^\circ$
0	-	-	<b>D</b>	<b>60</b>	<b>E</b>	<b>45</b>	-	-
1	<b>K</b>	<b>30</b>	-	-	-	-	<b>H</b>	<b>60</b>
2	-	-	<b>H</b>	<b>45</b>	<b>K</b>	<b>30</b>	-	-
3	<b>D</b>	<b>60</b>	-	-	-	-	<b>E</b>	<b>30</b>
4	-	-	<b>K</b>	<b>30</b>	<b>E</b>	<b>60</b>	-	-
5	<b>H</b>	<b>60</b>	-	-	<b>D</b>	<b>30</b>	-	-
6	-	-	<b>E</b>	<b>30</b>	-	-	<b>K</b>	<b>45</b>
7	<b>D</b>	<b>45</b>	-	-	<b>H</b>	<b>60</b>	-	-
8	-	-	<b>H</b>	<b>60</b>	-	-	<b>D</b>	<b>30</b>
9	<b>E</b>	<b>30</b>	-	-	-	-	<b>K</b>	<b>60</b>

\* Если нагрузка распределена по закону треугольника, то в таблице дается ее максимальное значение интенсивности  $q$

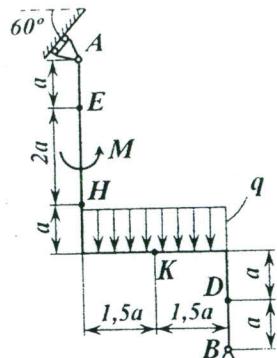


Рис. С 1.0

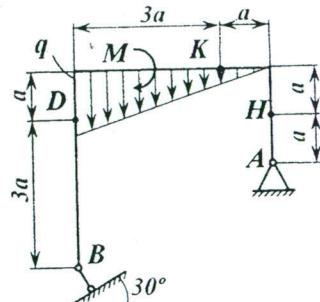


Рис. С 1.1

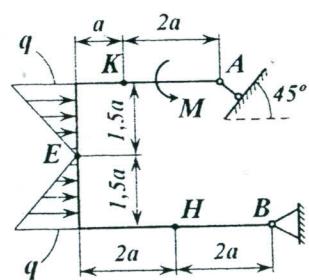


Рис. С 1.2

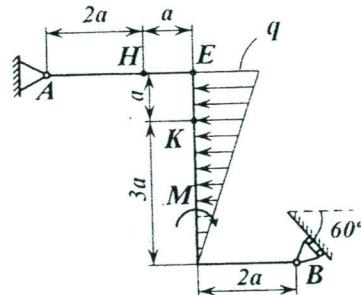


Рис. С 1.3

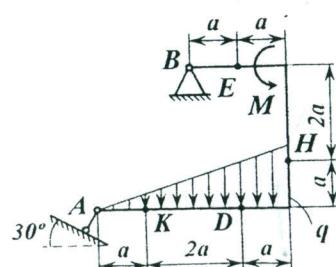


Рис. С 1.4

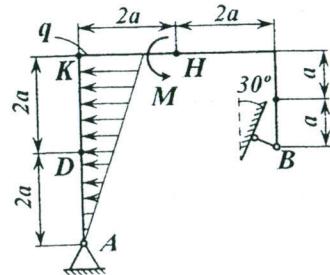


Рис. С 1.5

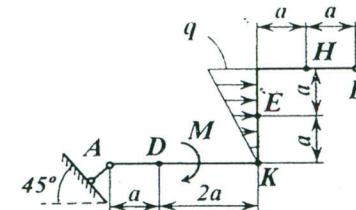


Рис. С 1.6

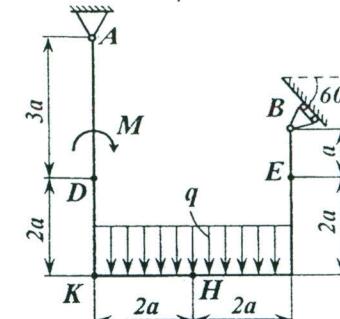


Рис. С 1.7

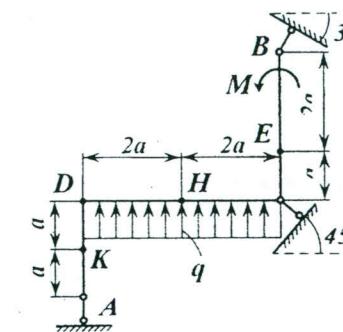


Рис. С 1.8

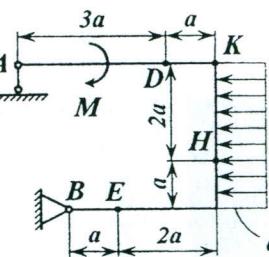


Рис. С 1.9

### 3.2.1.2. Задача С2

Однородные брусья  $AC$  весом  $P_1 = 20\text{Н}$  и  $BD$  весом  $P_2 = 40\text{Н}$ , расположены в вертикальной плоскости (рис. С 2.0 – С 2.9, табл. С2). В точке  $C$  брусья или свободно опираются друг на друга (рис. С 2.0 – С 2.5) или соединены шарниром (рис. С 2.6 – С 2.9). Внешними связями для системы являются неподвижные шарниры, шарнирный невесомый стержень  $KK_1$ , выступ или гладкая поверхность.

На брусья кроме сил тяжести действует пара сил с моментом  $M = 40\text{Н}\cdot\text{м}$ , распределенная нагрузка интенсивностью  $q$  и силы, величины и направления которых указаны в таблице С2.

Определить реакции связей и давление в точке  $C$  (усиление в шарнире  $C$ ). При расчетах взять  $a = 0,2\text{ м}$ .

Таблица С2

Сила	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$q$ , Н/м *				
	Точка приложения	$\alpha_1$	Точка приложения	$\alpha_2$		Точка приложения	$\alpha_3$	Точка приложения	$\alpha_4$
Номер условия	$F_1 = 10 \text{ Н}$	$F_2 = 20 \text{ Н}$	$F_3 = 30 \text{ Н}$	$F_4 = 40 \text{ Н}$					
0	$D$	$60^\circ$	-	-	-	-	-	-	5
1	-	-	$E$	$30^\circ$	-	-	-	-	6
2	-	-	-	-	$D$	$60^\circ$	-	-	8
3	-	-	-	-	-	-	$E$	$30^\circ$	9
4	$E$	$60^\circ$	-	-	-	-	-	-	10
5	-	-	$D$	$30^\circ$	-	-	-	-	8
6	-	-	-	-	$E$	$60^\circ$	-	-	9
7	-	-	-	-	-	-	$D$	$30^\circ$	5
8	$D$	$75^\circ$	-	-	-	-	-	-	6
9	-	-	$E$	$15^\circ$	-	-	-	-	10

\* Если нагрузка распределена по закону треугольника, то в таблице дается ее максимальное значение интенсивности  $q$

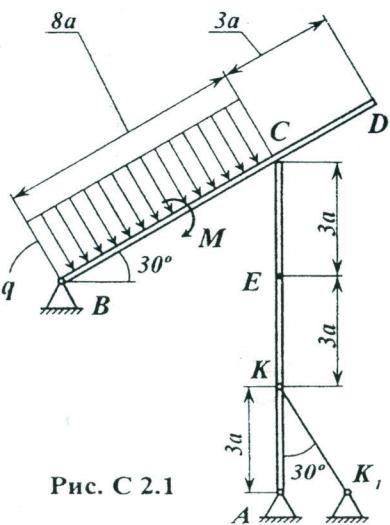
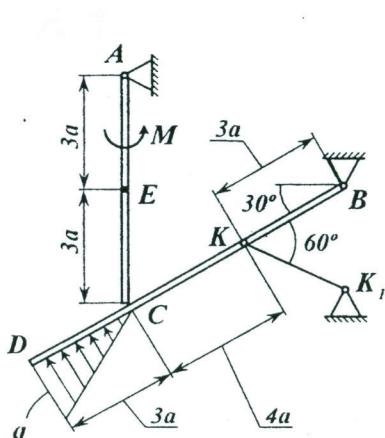


Рис. С 2.0

Рис. С 2.1

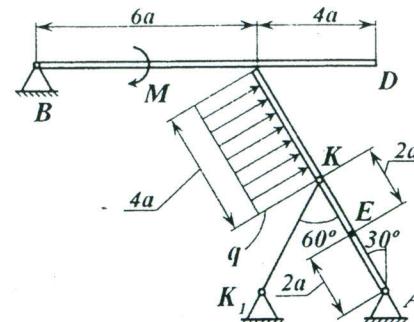


Рис. С 2.2

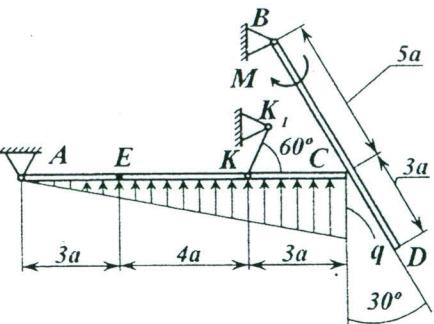


Рис. С 2.3

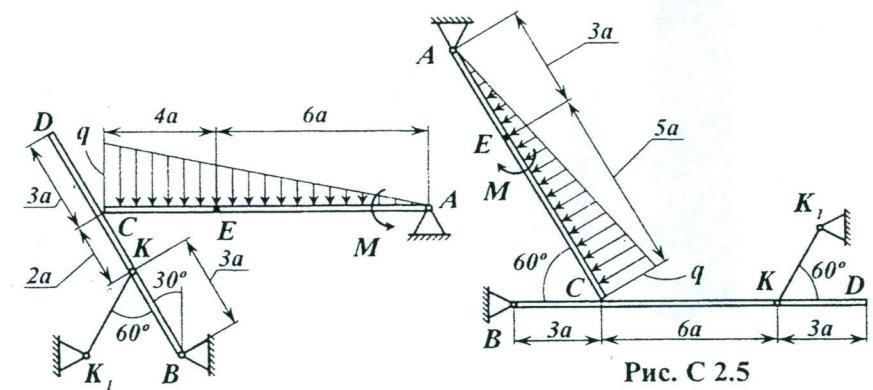


Рис. С 2.4

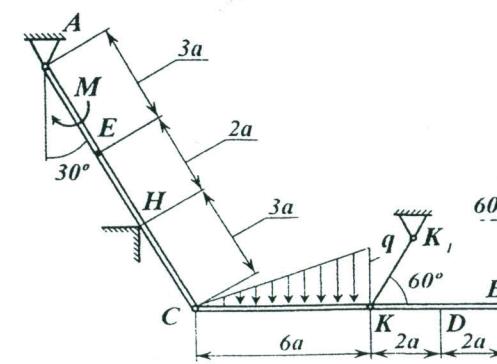


Рис. С 2.6

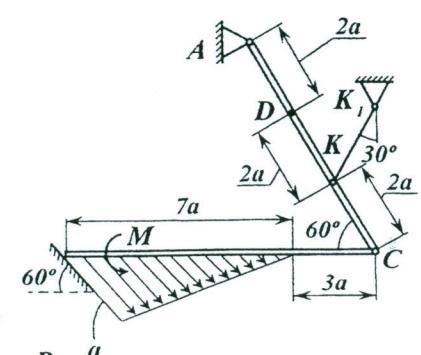


Рис. С 2.7

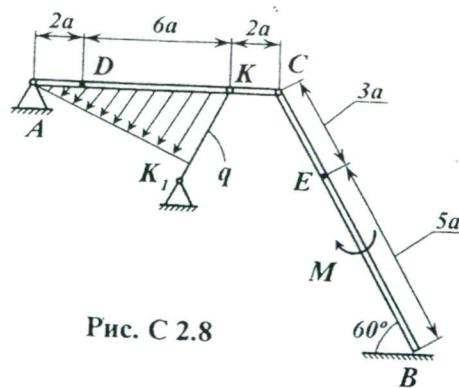


Рис. С 2.8

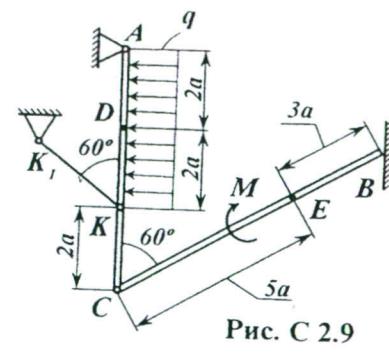


Рис. С 2.9

### 3.2.1.3. Задача С3

Однородная плита весом  $P = 4 \text{ кН}$  в виде равнобочечной трапеции со сторонами  $AB = 4a$  и  $CK = 2a$  и высотой  $h = 2a$  или равностороннего треугольника со стороной  $3a$  закреплена в точке  $A$  сферическим, в точке  $B$  цилиндрическим шарниром и удерживается в равновесии невесомым шарнирным стержнем  $CC'$  (рис. С 3.0 – С 3.9).

На плиту действует пара сил с моментом  $M = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , лежащая в плоскости плиты и две силы. Величины этих сил, их направления и точки приложения указаны в таблице С3, при этом силы  $F_1$  и  $F_4$  лежат в плоскостях параллельных плоскости  $xy$ , сила  $F_2$  – в плоскости, параллельной  $xz$ , а сила  $F_3$  – в плоскости, параллельной  $yz$ . Точки приложения ( $D, E, H$ ) – середины сторон плиты.

Определить реакции связей плиты. При подсчетах принять  $a = 0,8 \text{ м}$ .

Таблица С3

Сила	$y$	$z$	$y$	$y$
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
Номер условия	$F_1 = 4 \text{ кН}$	$F_2 = 6 \text{ кН}$	$F_3 = 8 \text{ кН}$	$F_4 = 10 \text{ кН}$
	Точка приложения	$\alpha_1^\circ$	Точка приложения	$\alpha_2^\circ$
0	$D$	60	–	–
1	$H$	90	$D$	30
2	–	–	$E$	60
3	–	–	–	$E$
4	$E$	0	–	$H$
5	–	–	$D$	60
6	–	–	$H$	30
7	$E$	30	$H$	90
8	–	–	–	$D$
9	–	–	$E$	90
			$D$	30

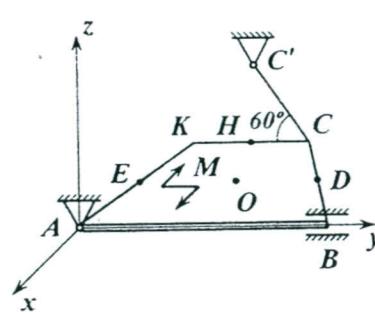


Рис. С 3.0

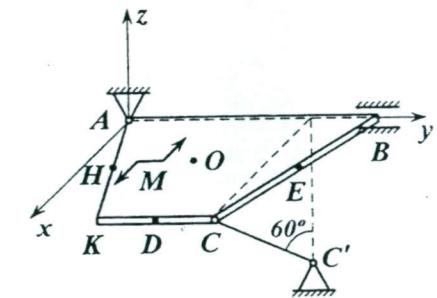


Рис. С 3.1

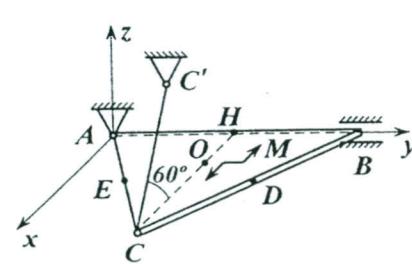


Рис. С 3.2

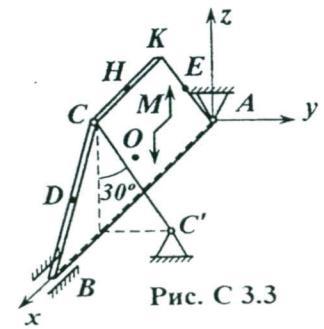


Рис. С 3.3

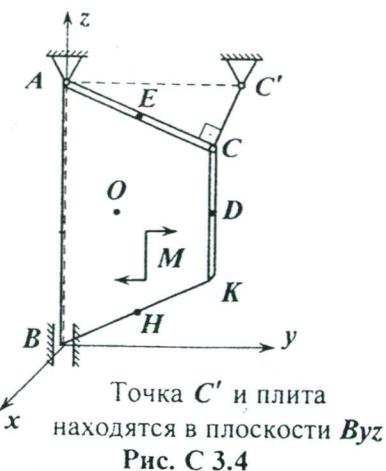


Рис. С 3.4

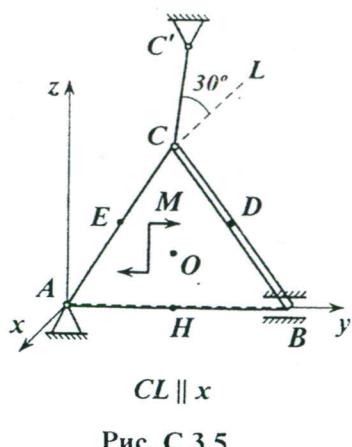


Рис. С 3.5

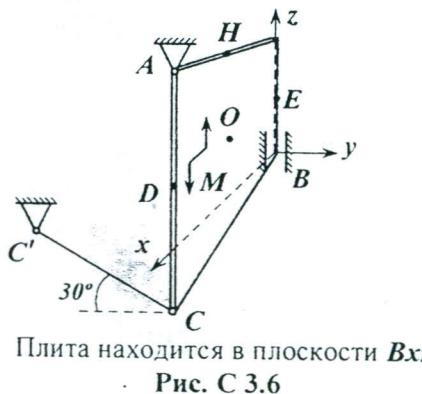


Рис. С 3.6

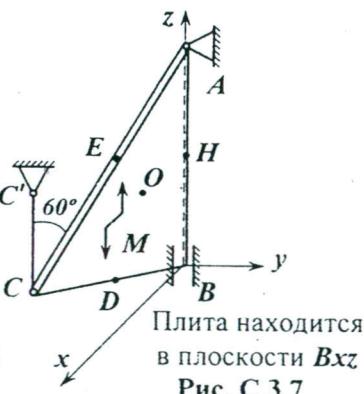


Рис. С 3.7

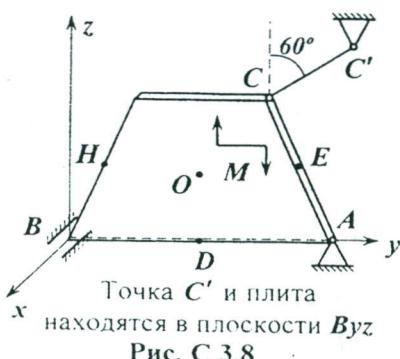


Рис. С 3.8

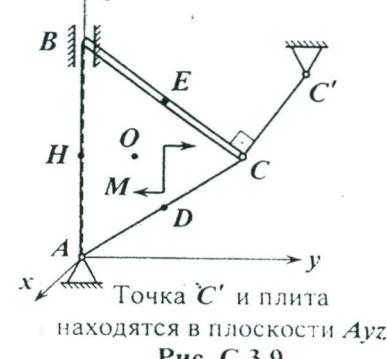


Рис. С 3.9

$$\sum m_y(\bar{P}_k) = 0 \quad -R_c \cos 30^\circ \cdot R + X_B \cdot 2R = 0 \quad (5)$$

$$\sum m_z(\bar{P}_k) = 0 \quad R_c \cos 30^\circ \cdot R = 0 \quad (6)$$

Подставив в составленные уравнения равновесия числовые значения сил и решив эти уравнения, найдем искомые значения реакций:  $X_A = 0$ ,  $Y_A = -1,07$  кН,  $Z_A = 4$  кН,  $X_B = 0$ ,  $Y_B = 1,07$  кН,  $R_c = 0$ .

Знак «минус» показывает, что сила  $Y_A$  имеет действительное направление противоположное показанному на чертеже (рис. С3.6).

### 3.2.2. Кинематика

#### 3.2.2.1. Задача К1

Точка  $B$  движется в плоскости  $xy$  (рис. К 1.0 – К 1.9, табл. К1; траектория точки на рисунках показана условно). Закон движения точки задан уравнениями  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$ ,  $x$  и  $y$  выражены в сантиметрах,  $t$  – в секундах.

Найти уравнение траектории и построить ее. Определить координаты, скорость, ускорение точки и радиус кривизны траектории для времени  $t_1 = 1$  с.

Зависимость  $x = f_1(t)$  указана непосредственно на рисунках, а зависимость  $y = f_2(t)$  дана в табл. К1 (для рис. К 1.0 – К 1.2 в столбце 2, для рис. К 1.3 – К 1.6 в столбце 3, для рис. К 1.7 – К 1.9 в столбце 4). Как и в задачах С1 – С3 номер рисунка выбирается по предпоследней цифре шифра, а номер условия в табл. К1 — по последней.

**Указания.** Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются касательное и нормальное ускорения точки.

В данной задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени  $t_1 = 1$  с. В некоторых вариантах задачи при определении траектории или при последующих расчетах (для их упрощения) следует учесть известные из тригонометрии формулы:  $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ ,  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ .

Таблица К1

Номер условия	$y = f_2(t)$		
	Рис. К 1.0 – К 1.2	Рис. К 1.3 – К 1.6	Рис. К 1.7 – К 1.9
1	2	3	4
0	$4 - 9 \cos(\pi t/6)$	$t^2 - 2$	$-4 \cos(\pi t/3)$
1	$2 - 3 \cos(\pi t/3)$	$8 \cos(\pi t/4)$	$10 \sin(\pi t/6)$
2	$4 - 6 \cos^2(\pi t/6)$	$4 + 2t^2$	$12 \sin^2(\pi t/6)$
3	$12 \cos(\pi t/6)$	$2(t+1)^2$	$2 - 4 \sin(\pi t/6)$
4	$9 \cos(\pi t/3) + 5$	$2 + 2 \sin(\pi t/4)$	$12 \cos(\pi t/3) + 13$
5	$-10 \cos(\pi t/6)$	$3t^2 - 2$	$3 \sin(\pi t/6)$
6	$8 \cos(\pi t/6) - 3$	$(t+1)^3$	$16 \sin^2(\pi t/6) - 14$
7	$-9 \cos^2(\pi t/6)$	$3 - 4 \cos(\pi t/4)$	$6 \cos(\pi t/3)$
8	$6 \cos(\pi t/3) - 4$	$2t^3$	$4 - 9 \sin(\pi t/6)$
9	$2 - 2 \cos(\pi t/6)$	$2 \sin(\pi t/4)$	$8 \cos(\pi t/3) + 6$

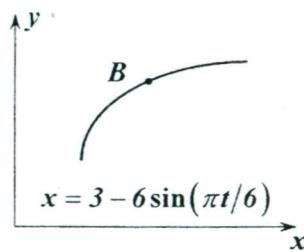


Рис. К 1.0

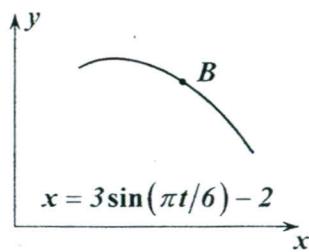


Рис. К 1.1

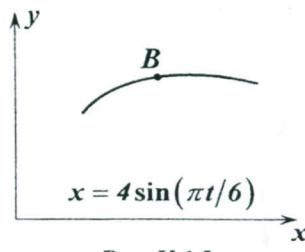


Рис. К 1.2

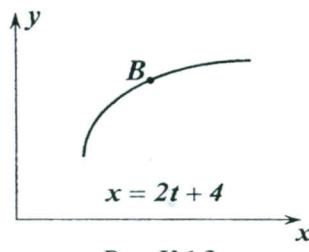


Рис. К 1.3

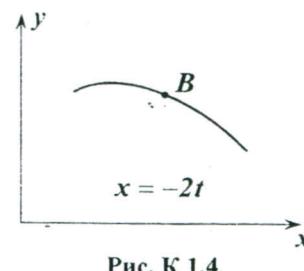


Рис. К 1.4

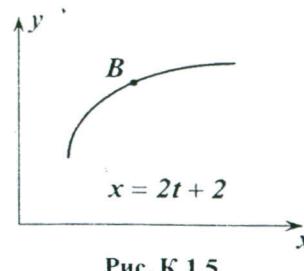


Рис. К 1.5

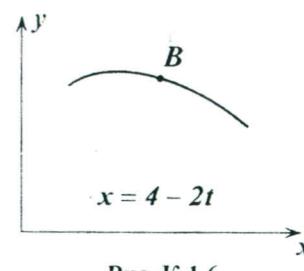


Рис. К 1.6

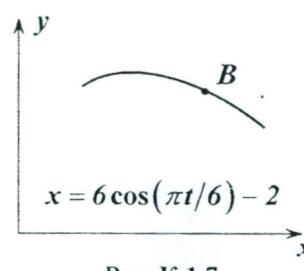


Рис. К 1.7

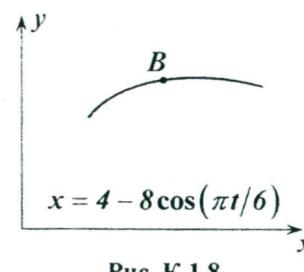


Рис. К 1.8

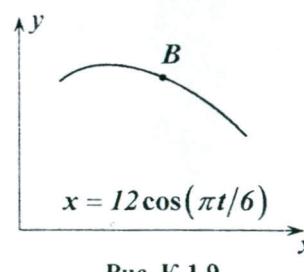


Рис. К 1.9

### 3.2.2.2. Задача К2

Плоский механизм состоит из стержней 1 – 4 и ползуна  $B$ , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами  $O_1$  и  $O_2$  шарнирами (рис. К 2.0 – К 2.9). Длины стержней равны:  $l_1 = 0,4$  м,  $l_2 = 1,2$  м,  $l_3 = 1,4$  м,  $l_4 = 0,8$  м. Положение механизма определяется углами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ , которые вместе с другими величинами заданы в табл. К2. Точка  $D$  на всех рисунках и точка  $K$  на рис. К 2.7 – К 2.9 находятся в середине соответствующего стержня. Определить величины, указанные в таблице в столбце «Найти».

Таблица К2

Номер условия	Углы, град.					Дано					Найти					
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\varphi$	$\theta$	$\omega_I$	$\varepsilon_I$	$\omega_4$	$\varepsilon_4$	$v_B$	$a_B$	$v_B$	$v_E$	$\omega_2$	$a_B$	$\varepsilon_{O_2E}$
0	30	150	120	0	60	6	3	—	—	—	—	$v_B$	$v_E$	$\omega_2$	$a_B$	$\varepsilon_{O_2E}$
1	60	60	60	90	120	—	—	3	2	—	—	$v_A$	$v_D$	$\omega_3$	$a_D$	$\varepsilon_{O_2E}$
2	0	120	120	0	60	5	3	—	—	—	—	$v_A$	$v_E$	$\omega_2$	$a_A$	$\varepsilon_{O_2E}$
3	90	120	90	90	60	—	—	—	8	2	$v_A$	$v_E$	$\omega_3$	$a_E$	$\varepsilon_{O_2E}$	
4	0	150	30	0	60	—	—	4	2	—	—	$v_B$	$v_A$	$\omega_2$	$a_B$	$\varepsilon_{O_2E}$
5	60	150	120	90	30	7	2	—	—	—	—	$v_E$	$v_B$	$\omega_2$	$a_E$	$\varepsilon_{O_2E}$
6	30	120	30	0	60	—	—	—	6	3	$v_A$	$v_D$	$\omega_3$	$a_D$	$\varepsilon_{O_2E}$	
7	90	150	120	90	30	8	4	—	—	—	—	$v_B$	$v_E$	$\omega_2$	$a_B$	$\varepsilon_{O_2E}$
8	0	60	30	0	120	—	—	—	4	1	$v_A$	$v_D$	$\omega_4$	$a_E$	$\varepsilon_{O_2E}$	
9	30	120	120	0	60	—	—	6	5	—	—	$v_B$	$v_A$	$\omega_3$	$a_B$	$\varepsilon_{O_2E}$

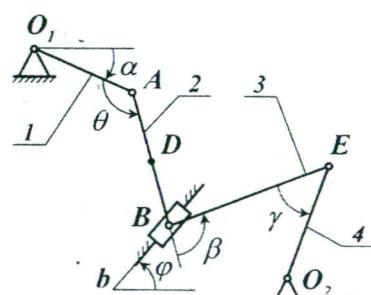


Рис. К 2.0

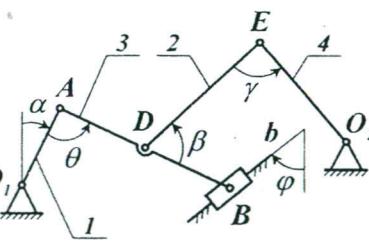


Рис. К 2.1

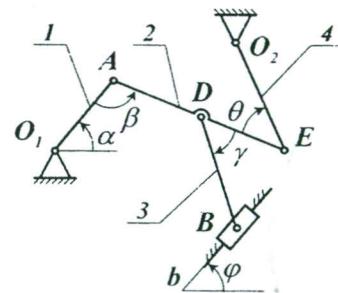


Рис. К 2.2

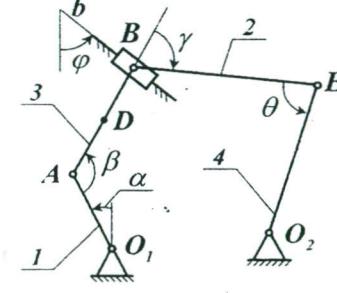


Рис. К 2.3

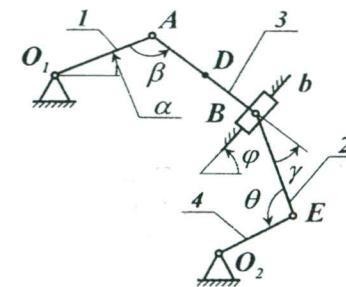


Рис. К 2.4

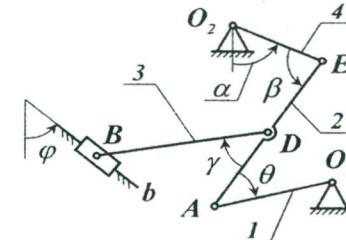


Рис. К 2.5

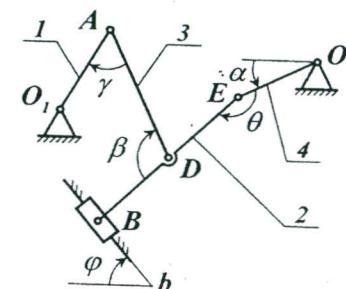


Рис. К 2.6

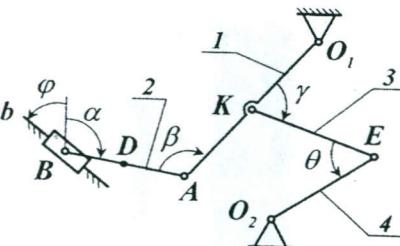


Рис. К 2.7

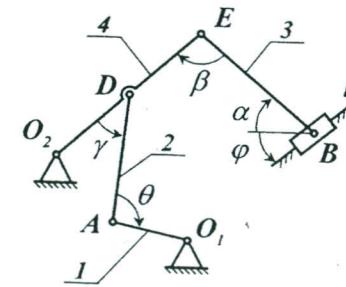


Рис. К 2.8

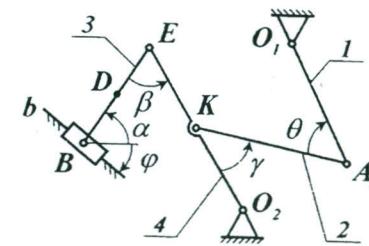


Рис. К 2.9

### 3.2.2.3. Задача К3

Прямоугольная пластина (рис. К 3.0 – К 3.5) или круглая пластина радиуса  $R = 60$  см (рис. К 3.6 – К 3.9) вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega_e$ , заданной в табл. К3 (при знаке «минус» направление  $\omega_e$  противоположно показанному на рисунке). Ось вращения на рис. К 3.0 – К 3.3, К 3.8 и К 3.9 перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку  $O$  (пластина вращается в своей плоскости); на рис. К 3.4 – К 3.7 ось вращения  $OO_1$  лежит в плоскости пластины (пластина вращается в пространстве).

По пластине вдоль прямой  $BD$  (рис. К 3.0 – К 3.5) или по окружности радиуса  $R$ , т. е. по ободу пластины (рис. К 3.6 – К 3.9), движется точка  $M$ . Закон ее относительного движения, выражаемый уравнением  $s_r = AM = f(t)$  ( $s$  – в сантиметрах,  $t$  – в секундах), задан в табл. К3 отдельно для рис. К 3.0 – К 3.5 и для рис. К 3.6 – К 3.9, при этом на рис. К 3.6 – К 3.9  $s_r = \dot{AM}$  и отсчитывается по дуге окружности; там же даны размеры  $a$  и  $h$ . На всех рисунках точка  $M$  показана в положении, при котором  $s_r = AM > 0$  (при  $s_r < 0$  точка  $M$  находится по другую сторону от точки  $A$ ).

Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки  $M$  в момент времени  $t_1 = 1$  с.

Таблица К3

Номер условия	$\omega_e, \text{с}^{-1}$	Рис. К 3.0 – К 3.5		Рис. К 3.6 – К 3.9	
		$a, \text{см}$	$s_r = AM = f(t)$	$h, \text{см}$	$s_r = \dot{AM} = f(t)$
0	-2	16	$60(t^4 - 3t^2) + 56$	$R$	$\pi R(t^4 - 3t^2)/3$
1	4	20	$60(t^3 - 2t^2)$	$R$	$\pi R(t^3 - 2t)/3$
2	3	8	$80(2t^2 - t^3) - 48$	$R$	$\pi R(3t - t^2)/6$
3	-4	12	$40(t^2 - 3t) + 32$	$3R/4$	$\pi R(t^3 - 2t^2)/2$
4	-3	10	$50(t^3 - t) - 30$	$R$	$\pi R(3t^2 - t)/3$
5	2	12	$50(3t - t^2) - 64$	$R$	$\pi R(4t^2 - 2t^3)/3$
6	4	20	$40(t - 2t^3) - 40$	$4R/3$	$\pi R(t - 2t^2)/2$
7	-5	10	$80(t^2 - t) + 40$	$R$	$\pi R(2t^2 - 1)/3$
8	2	8	$60(t - t^3) + 24$	$R$	$\pi R(t - 5t^2)/6$
9	-5	16	$40(3t^2 - t^4) - 32$	$4R/3$	$\pi R(2t^2 - t^3)/2$

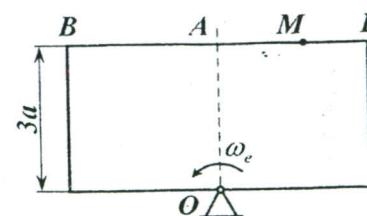


Рис. К 3.0

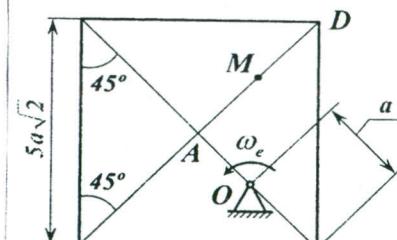


Рис. К 3.1

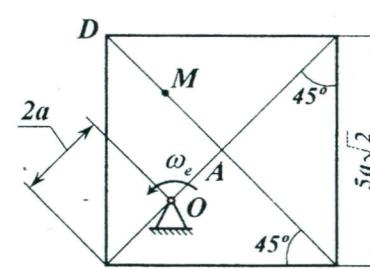


Рис. К 3.2

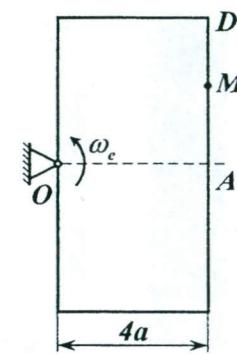


Рис. К 3.3

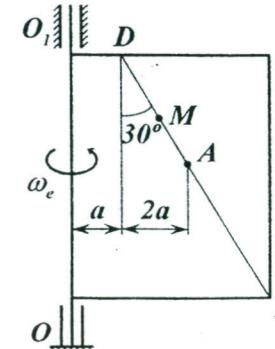


Рис. К 3.4

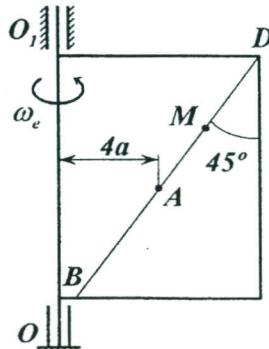


Рис. К 3.5

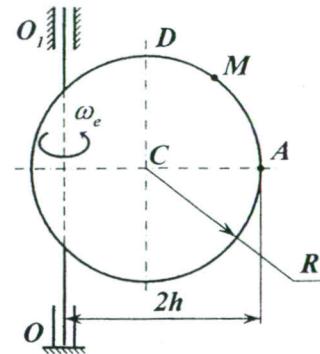


Рис. К 3.6

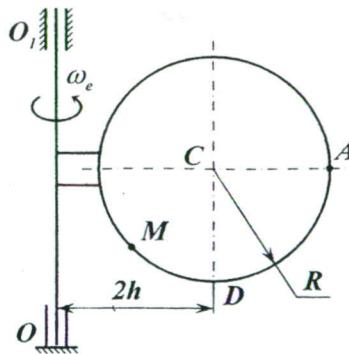


Рис. К 3.7

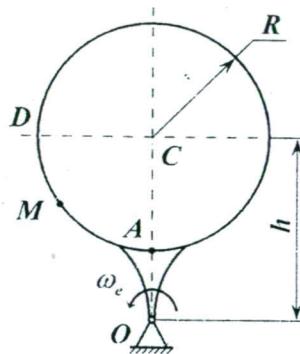


Рис. К 3.8

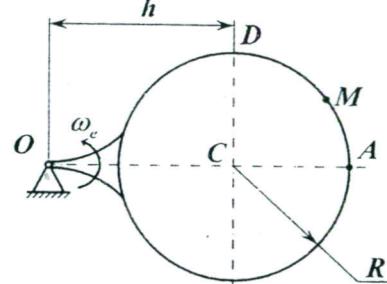


Рис. К 3.9

### 3.2.3. Динамика

#### 3.2.3.1. Задача Д1

Груз **D** массой  $m$ , получив в точке **A** начальную скорость  $v_0$ , движется в изогнутой трубе **ABC**, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. Д 1.0 – Д 1.9, табл. Д1); угол наклона  $\alpha = 30^\circ$ . На участке **AB** на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила  $\bar{Q}$  (ее направление показано на рисунках) и

сила сопротивления среды  $\bar{R}$ , зависящая от скорости  $\bar{v}$  груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке **AB** пренебречь.

В точке **B** груз, не изменяя величины своей скорости, переходит на участок **BC** трубы

На участке **BC** действуют только две силы –  $\bar{F}$  и  $\bar{F}_e$ .

Считая груз материальной точкой и зная расстояние  $AB = l$  или время  $t_1$  движения груза от точки **A** до точки **B**, найти закон движения груза на участке **BC**, т.е.  $x = f(t)$ , где  $x = BD$ .

Таблица Д'1

Номер условия	$m$ , кг	$v_0$ , м/с	$Q$ , Н	$R$	$\mu$	$l$ , м	$t_1$ , с	$c$ , Н/м	$F$	$F_e$
0	1	12	5	$\mu v^2$	0,8	1,5	–	1200	$-cx$	$40\sin(10t)$
1	1	20	6	$\mu v$	0,4	–	2,5	450	$-cx$	$50\cos(10t)$
2	1	10	16	$\mu v^2$	0,5	4	–	900	$-cx$	$60\sin(15t)$
3	1	15	5	$\mu v$	0,3	–	2	400	$-cx$	$20\cos(8t)$
4	1	15	12	$\mu v^2$	0,6	5	–	600	$-cx$	$50\sin(10t)$
5	1	20	9	$\mu v$	0,5	–	3	800	$-cx$	$30\cos(15t)$
6	1	12	10	$\mu v^2$	0,8	2,5	–	400	$-cx$	$40\sin(5t)$
7	1	18	4	$\mu v$	0,4	–	2	450	$-cx$	$20\cos(10t)$
8	1	10	10	$\mu v^2$	0,2	4	–	200	$-cx$	$30\sin(8t)$
9	1	22	9	$\mu v$	0,5	–	3	200	$-cx$	$40\cos(8t)$

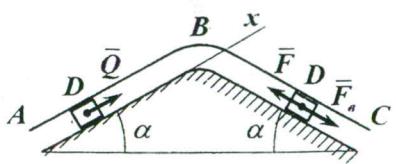


Рис. Д' 1.0

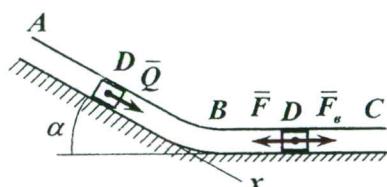


Рис. Д' 1.1

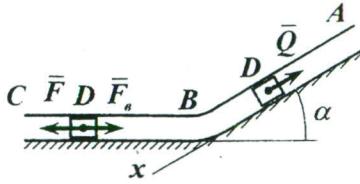


Рис. Д' 1.2

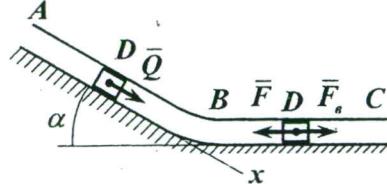


Рис. Д' 1.3

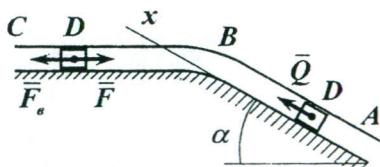


Рис. Д' 1.4

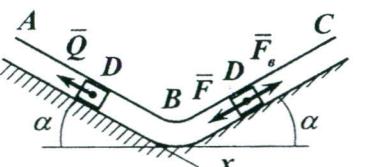


Рис. Д' 1.5

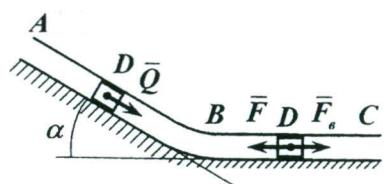


Рис. Д' 1.6

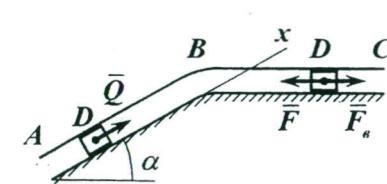


Рис. Д' 1.7

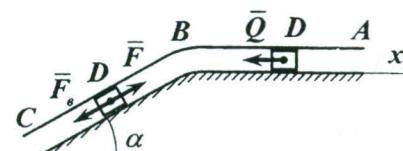


Рис. Д' 1.8

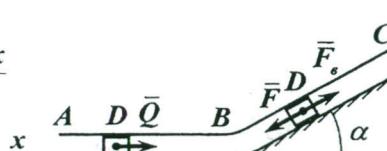


Рис. Д' 1.9

### 3.2.3.2. Задача Д2

Механическая система состоит из прямоугольной вертикальной плиты I массой  $m_1 = 24$  кг и груза D массой  $m_2 = 8$  кг; плита или движется вдоль горизонтальных направляющих (рис. Д 2.0 – Д 2.4), или вращается вокруг вертикальной оси z, лежащей в плоскости плиты (рис. Д 2.5 – Д 2.9). В момент времени  $t_0 = 0$  груз начинает двигаться под действием внутренних сил по имеющемуся на плате желобу; закон его движения  $s = AD = f(t)$  задан в табл. Д2, где  $s$  выражено в метрах,  $t$  – в секундах. Форма желоба на рис. Д 2.0, Д 2.1, Д 2.8, Д 2.9 – прямолинейная (желоб KE), на рис. Д 2.2 – Д 2.7 – окружность радиуса  $R = 0,8$  м с центром в центре масс C, плиты ( $s = \bar{AD}$ ; на рис. Д 2.2 – Д 2.7 отсчитывается по дуге окружности).

Плита, изображенная на рис. Д 2.0 – Д 2.4, имеет в момент  $t_0 = 0$  скорость  $v_0 = 2$  м/с.

Плита, изложенная на рис. Д 2.5 – Д 2.9, имеет в момент времени  $t_0 = 0$  угловую скорость  $\omega_0 = 8 \text{ c}^{-1}$  и в этот момент на нее начинает действовать вращающий момент  $M$  (момент относительно оси z), заданный в таблице в ньютонах и направленный как  $\omega_0$  при  $M > 0$  и в противоположную сторону при  $M < 0$ . Ось z проходит от центра C, плиты на расстоянии  $h$ ; размеры плиты показаны на рисунках.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить указанное в таблице в столбцах 4 и 9, где обозначено: в столбце 4 (относится к рис. Д 2.0 – Д 2.4)  $x_i$  – перемещение плиты за время от  $t_0 = 0$  до  $t_i = 1$  с,  $v_i$  – скорость плиты в момент времени  $t_i = 1$  с,  $N_i$  – полная сила нормального давления плиты на направляющие в момент времени  $t_i = 1$  с (указать, куда сила  $N_i$  направлена); в столбце 9 (относится к рис. Д 2.5 – Д 2.9)  $\omega_i$  – угловая скорость плиты в момент времени  $t_i = 1$  с,  $\omega = f(t)$  – угловая скорость плиты как функция времени.

На всех рисунках груз показан в положении, при котором  $s = \bar{AD} > 0$ ; при  $s < 0$  груз находится по другую сторону от точки A.

Таблица Д2

Номер условия	Рис. Д 2.0 и Д 2.1	Рис. Д 2.2 – Д 2.4	Рис. Д 2.0 – Д 2.4
	$x = f(t)$	$s = f(t)$	Найти
1	2	3	4
0	$0,6 \sin(\pi t^2/3)$	$\pi R(t^2 - 3)/3$	$x_1$
1	$0,4(1 - 3t^2)$	$\pi R(3 - 2t^2)/3$	$v_1$
2	$0,4 \sin(\pi t^2)$	$\pi R t^2/2$	$N_1$
3	$0,8 \cos(\pi t^2/4)$	$\pi R t^2/6$	$v_1$
4	$0,3(1 - 3t^2)$	$\pi R(2t^2 - 3)/6$	$x_1$
5	$0,8 \sin(\pi t^2/2)$	$\pi R(t^2 - 1)/2$	$N_1$
6	$0,6t^2$	$\pi R t^2/3$	$v_1$
7	$0,4(2t^2 - 1)$	$\pi R(3 - 5t^2)$	$x_1$
8	$0,6 \cos(\pi t^2/2)$	$\pi R t^2$	$N_1$
9	$1,2 \cos(\pi t^2/6)$	$\pi R t^2/4$	$x_1$

Продолжение таблицы Д2

Номер условия	Рис. Д 2.5 – Д 2.7	Рис. Д 2.8 и Д 2.9	Рис. Д 2.5 – Д 2.9		
	$s = f(t)$	$s = f(t)$	$h$	$M$	Найти
1	5	6	7	8	9
0	$\pi R(1 - 2t)/2$	$0,4 \sin(\pi t)$	$R/2$	8	$\omega = f(t)$
1	$\pi R(1 + 2t^2)/6$	$0,2(2 - 3t)$	$4R/3$	0	$\omega_1$
2	$\pi R t^2/2$	$-0,8t$	$R$	$12t^2$	$\omega = f(t)$
3	$\pi R(4t^2 - 1)/3$	$0,2(2 - 5t)$	$4R/3$	0	$\omega_1$
4	$\pi R(5 - 7t)/6$	$0,4(3t - 1)$	$R/2$	0	$\omega_1$
5	$\pi R(2t^2 - 3)/3$	$0,6 \cos(\pi t)$	$R$	-12	$\omega = f(t)$
6	$\pi R(3 - 4t^2)/6$	$0,8(1 - t^2)$	$R/2$	0	$\omega_1$
7	$\pi R(3t - t^2)/3$	$0,8(5t^2 - 2)$	$4R/3$	0	$\omega_1$
8	$\pi R(2t - 3)/6$	$0,4t^2$	$R/2$	$-8t$	$\omega = f(t)$
9	$\pi R(3 - 5t^2)/3$	$0,6(t - 2t^2)$	$4R/3$	0	$\omega_1$

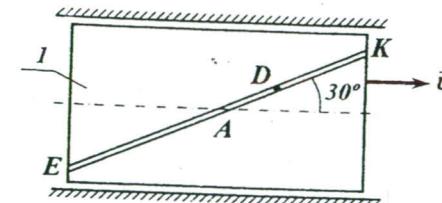


Рис. Д 2.0

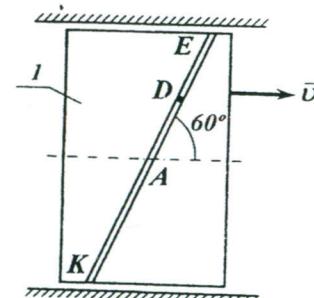


Рис. Д 2.1

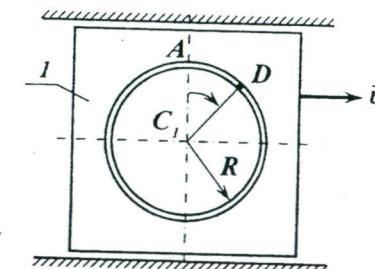


Рис. Д 2.2

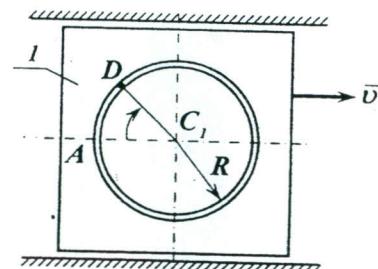


Рис. Д 2.3

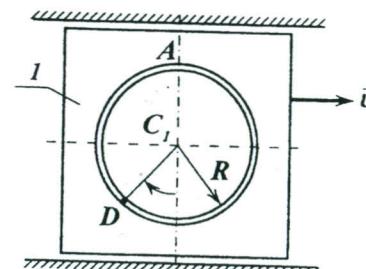


Рис. Д 2.4

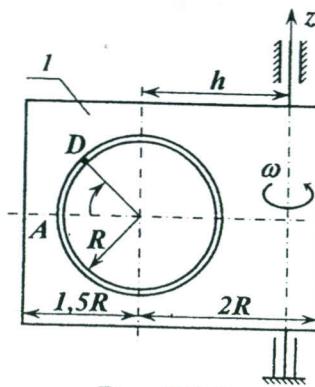


Рис. Д 2.5

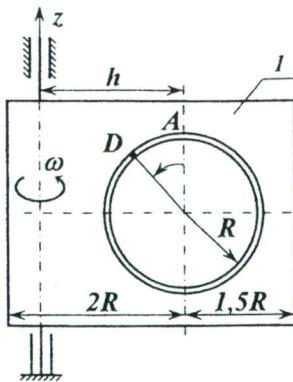


Рис. Д 2.6

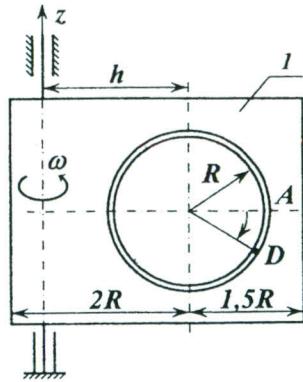


Рис. Д 2.7

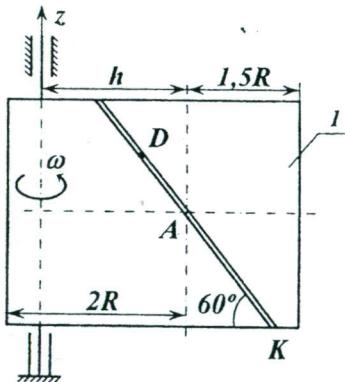


Рис. Д 2.8

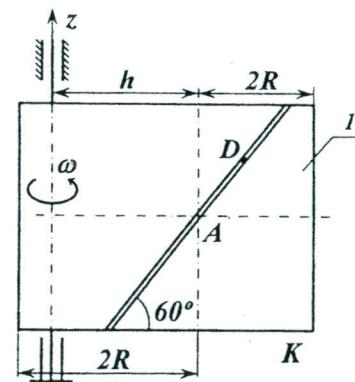


Рис. Д 2.9

### 3.2.3.3. Задача Д3

Механическая система состоит из ступенчатых шкивов 1 и 2 с радиусами  $R_1 = 0,3\text{ м}$ ,  $r_1 = 0,1\text{ м}$ ,  $R_2 = 0,2\text{ м}$ ,  $r_2 = 0,1\text{ м}$  (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу), грузов 3 и 4 (коэффициент трения скольжения грузов о плоскость  $f = 0,1$ ) и цилиндрического сплошного однородного

катка 5 (рис. Д 3.0 – Д 3.9, табл. Д 3). Тела системы соединены друг с другом нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям; коэффициент трения качения  $\delta = 0,2\text{ см}$ .

Под действием силы  $F = f(s)$ , зависящей от перемещения  $s$  точки приложения силы, система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 1 и 2 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_1$  и  $M_2$ .

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_f$ . Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено:  $\omega_1$  – угловая скорость тела 1,  $v_3$  – скорость груза 3,  $v_{c5}$  – скорость центра масс катка 5 и т. д.

Таблица Д3

Номер условия	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$m_4$ , кг	$m_5$ , кг	$M_1$ , Н·м	$M_2$ , Н·м	$F = f(s)$ , Н	$\delta$ , см	$s_f$ , м	Найти
0	6	0	2	0	4	0	0,8	$60(1+s)$	0,1	1,0	$v_4$
1	0	4	6	0	2	0,6	0	$10(6+s)$	0,1	1,2	$\omega_2$
2	2	0	0	4	8	0	0,4	$60(3+4s)$	0,2	0,8	$v_{c5}$
3	0	8	0	2	6	0,3	0	$30(4+5s)$	0,2	0,6	$v_4$
4	4	0	8	0	2	0	0,6	$60(1+2s)$	0,3	1,4	$\omega_1$
5	0	6	8	0	4	0,9	0	$30(3+s)$	0,2	1,6	$v_3$
6	8	0	0	6	2	0	0,8	$50(2+3s)$	0,3	1,0	$\omega_2$
7	0	2	0	4	6	0,6	0	$20(8+s)$	0,2	0,8	$\omega_1$
8	0	2	6	0	4	0,3	0	$30(2+5s)$	0,1	1,6	$v_{c5}$
9	2	0	4	0	6	0	0,4	$80(1+s)$	0,3	1,4	$v_3$

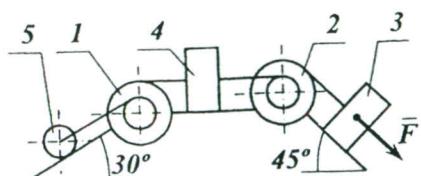


Рис. Д 3.0

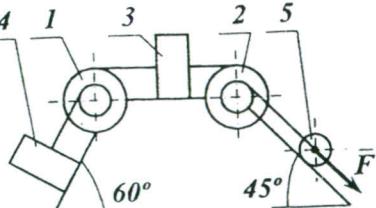


Рис. Д 3.1

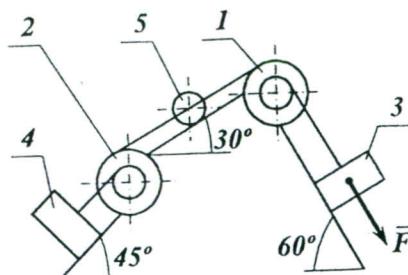


Рис. Д 3.2

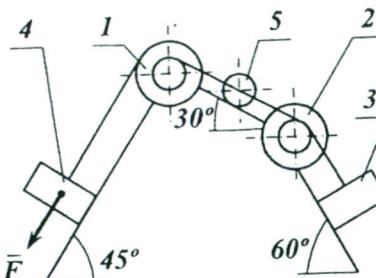


Рис. Д 3.3

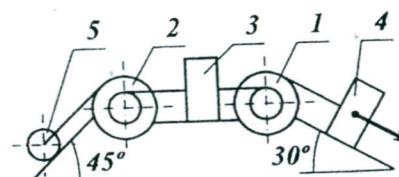


Рис. Д 3.4

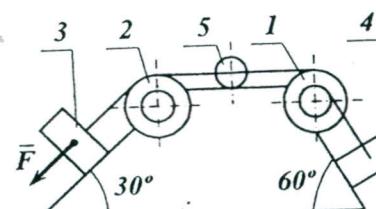


Рис. Д 3.5

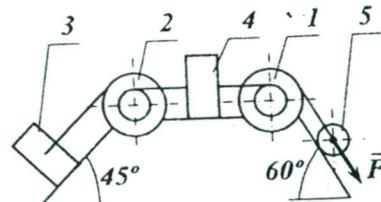


Рис. Д 3.6

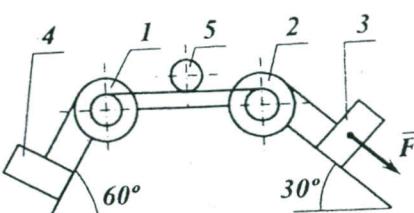


Рис. Д 3.7

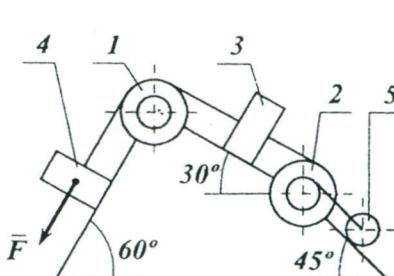


Рис. Д 3.8

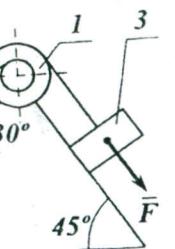


Рис. Д 3.9

### 3.2.2.3.4. Задача Д4

Механическая система состоит из тел  $1, 2, \dots, 5$  весом  $P_1, P_2, \dots, P_5$ , связанных нитями, намотанными на ступенчатые блоки  $1$  и  $2$  (рис. Д 4.0 – Д 4.9, табл. Д 4). Прочерк в столбцах таблицы, где заданы веса, означает, что соответствующее тело в систему не входит (на чертеже не изображать), а ноль – что тело считается невесомым, но в систему входит.

Радиусы ступенчатых блоков  $1$  и  $2$  равны соответственно:  $R_1 = R$ ,  $r_1 = 0,8R$ ,  $R_2 = R$ ,  $r_2 = 0,4R$ . При вычислении моментов инерции оба блока и катки считать однородными цилиндрами радиуса  $R$ .

На систему кроме сил тяжести действуют сила  $F$ , приложенная к телу  $4$  или  $5$  (или к соответствующему концу нити, когда тело в систему не входит), и пары с моментами  $M_1$  и  $M_2$ , приложенные к блокам; при  $M < 0$  направление момента противоположно показанному на рисунке.

На участке нити, указанном в таблице в столбце «Пружина», включена пружина с коэффициентом жесткости  $c$  (например, если в столбце стоит  $AB$ , то участок  $AB$  является пружиной, если  $AD$ , то  $AD$  – пружина, и т. д.); в начальный момент времени пружины не деформированы.

Составить для системы уравнения Лагранжа, определить из них частоту и период колебаний, совершаемых телами системы при ее движении, а также определить закон движения системы, т.е.  $x = f_1(t)$ ,  $\varphi = f_2(t)$  или  $y = f_3(t)$ .

Если в решаемом варианте задачи тележка в систему не входит (ее вес в таблице прочеркнут), а вес лежащего на ней катка  $4$  (или  $5$ ) задан, то этот каток следует считать движущимся по плоскости,

Таблица Д4

Номер условия	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$F$	$M_1$	$M_2$	Пружина
0	$P$	0	$P$	—	—	0	0	$-3PR$	$KE$
1	—	$2P$	—	$3P$	—	$P$	0	0	$AB$
2	0	$P$	—	—	$2P$	0	$2PR$	0	$AD$
3	—	—	—	$3P$	$2P$	$P$	0	0	$BD$
4	$P$	—	$2P$	—	—	0	$-3PR$	0	$KE$
5	—	$2P$	—	—	$P$	0	0	$4PR$	$AD$
6	$P$	0	—	$2P$	—	0	$2PR$	0	$AB$
7	0	$2P$	$P$	—	—	0	0	$-2PR$	$KE$
8	0	$P$	—	$2P$	—	0	$3PR$	0	$AB$
9	$2P$	0	—	—	$P$	$3P$	0	0	$AD$

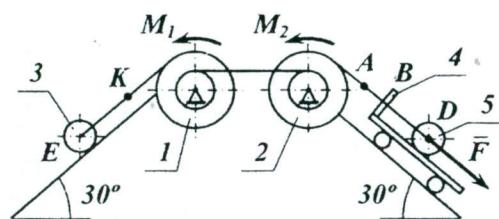


Рис. Д 4.0

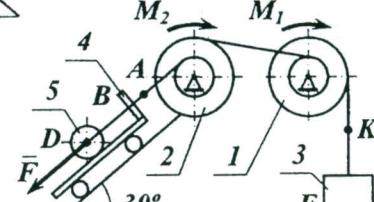


Рис. Д 4.1

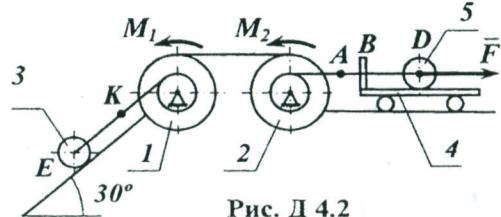


Рис. Д 4.2

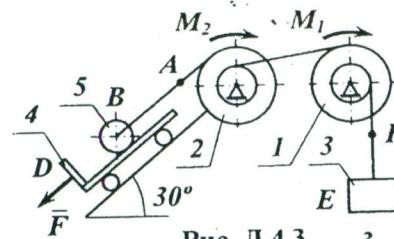


Рис. Д 4.3

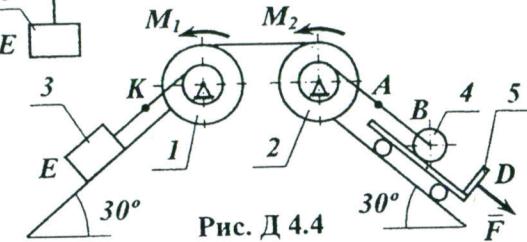


Рис. Д 4.4

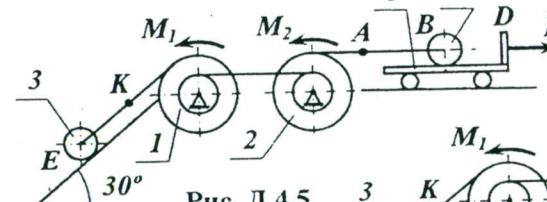


Рис. Д 4.5

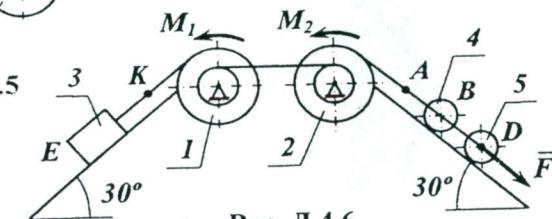


Рис. Д 4.6

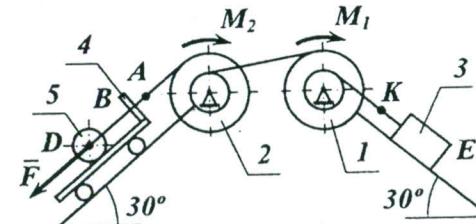


Рис. Д 4.7

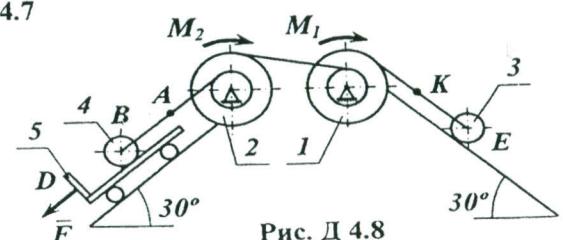


Рис. Д 4.8

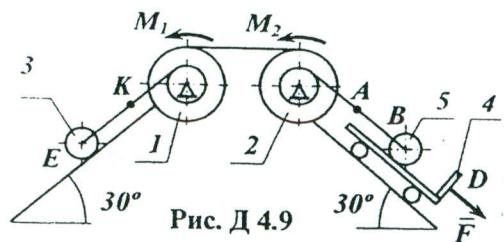


Рис. Д 4.9

Вологодский государственный технический университет

Кафедра ТПММ

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №

по теоретической механике

вариант

Выполнил студент:

Группа:

Номер зачетки :

Адрес :

Проверил:

Вологда  
2013

## Литература

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов / С.М.Тарг.- Изд. 15-е, стер..-М.: Высш.шк., 2005.-416 с. и более ранние
2. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учеб.пособие/ И.В.Мещерский.-М.:Наука, 2006.- 448 с. и более ранние издания
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебн.пособие /под ред. А.А.Яблонского – М.:Высшая школа,2004.-384 с. и более ранние издания
4. Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебн. пособие для вузов: Т.1: Статика и кинематика/ М.И Бать.,Г.Ю. Джанелидзе., А.С.Кельзон.- 9-е.изд., перераб...- М.: Наука, 1991. -672с.
5. Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебн. пособие для вузов: в 3 т . Т.2: Динамика/ М.И Бать.,Г.Ю. Джанелидзе., А.С.Кельзон.- М.: Наука, 1991. -639с