

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего**  
**Профессионального Образования**  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**  
**(МИИТ)**

Кафедра: «Учёт, анализ и  
аудит»

## **СТАТИСТИКА**

Задание на контрольную работу №1 с методическими указаниями  
по дисциплине для студентов-бакалавров 3 курса  
направления: «**Экономика**»,  
профиля: «**Финансы и кредит**»

Москва, 2013 г.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

По рассматриваемой дисциплине на 3 курсе выполняется 2 контрольных работы, каждая из которых содержит по три задания соответствующих шести теоретическим разделам.

### Темы 1-й контрольной работы:

- 1) средние величины и показатели вариации;
- 2) ряды динамики;
- 3) индексы.

По каждой теме предлагается десять вариантов задач. Свой вариант студент выбирает по последней цифре учебного шифра и начальной букве фамилии (табл.А).

**Таблица А - Матрица вариантов**

Начальная буква фамилии студента	Последняя цифра шифра									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
А - Ё	0	5	9	8	4	1	3	7	6	2
Ж - М	9	6	2	4	3	7	1	5	0	8
Н - Т	4	8	1	7	6	2	9	0	5	3
У - Ш	5	1	5	0	8	3	6	9	2	7
Щ - Я	1	2	6	3	9	0	7	8	4	5

Для выполнения контрольных работ студент изучает методические указания и специальную литературу, указанную в перечне. Работа выполняется на листах стандартной формы А4 при стандартных полях и использовании шрифта №14. Следует пронумеровать страницы работы.

На титульном листе студент указывает свой факультет, название дисциплины, курс, специальность, фамилию и инициалы, учебный шифр.

На следующем листе приводится план контрольной работы с указанием номеров страниц соответствующих разделов. Далее излагается текст работы.

В конце работы необходимо привести перечень источников, использованных при подготовке работы. Законченную работу студент должен подписать и представить на рецензирование в установленные учебным планом сроки.

Преподаватель кафедры даёт письменную рецензию на работу, после чего студент должен её защитить. Оценка выставляется с учётом содержания работы и сообщения, сделанного студентом при её защите.

## ЗАДАНИЕ 1.

### ТЕМА. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

На примере своей задачи охарактеризовать ряд распределения с помощью следующих показателей:

- 1) Средняя величина анализируемого признака;
- 2) Размах вариации;
- 3) Среднее линейное отклонение;
- 4) Среднее квадратическое отклонение;
- 5) Дисперсия;
- 6) Коэффициент вариации;
- 7) Мода, медиана, первый и третий квартиль.
- 8) Коэффициент асимметрии
- 9) Дать графическое изображение и выводы по результатам расчётов.

#### Вариант 1

В таблице представлено распределение магазинов по величине товарооборота за месяц. Определить среднюю величину товарооборота и остальные показатели задания.

<b>Величина товарооборота, млн.руб.</b>	До 5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23
<b>Число магазинов, ед.</b>	4	8	10	11	15	13	12	9	5	3

#### Вариант 2

Распределение студентов факультета по возрасту характеризуется приведенными в таблице данными. Определите средний возраст студентов и остальные показатели задания.

<b>Возраст студентов, лет</b>	До 21	21-25	25-29	29-33	33-37	37-41	Свыше 41	всего
<b>Число студентов, чел.</b>	72	153	180	260	92	35	8	800

#### Вариант 3

Автомобиль проехал 200 км пути с различной скоростью по участкам. Определить среднюю скорость движения на всём пути следования и остальные показатели задания.

<b>Скорость на участке, км/час</b>	40	60	80	90	100	120	140
<b>Длина участка, км</b>	5	24	40	63	30	24	14

#### Вариант 4

Затраты времени работников предприятия на дорогу от дома до работы представлены в таблице. Определить среднее время на дорогу одного работника и остальные показатели задания.

<b>Затраты времени на дорогу одним работником, мин.</b>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	Всего
<b>Число работников, чел.</b>	10	50	70	95	150	120	100	80	25	700

#### Вариант 5

Распределение предприятий по количеству работников представлено в следующей таблице. Определить среднюю численность работников предприятия и остальные показатели задания.

<b>Численность работников, чел</b>	До 300	300 - 500	500 - 700	700 - 900	900-1100	1100-1300	1300-1500	1500-1700	Свыше 1700	Всего
------------------------------------	--------	-----------	-----------	-----------	----------	-----------	-----------	-----------	------------	-------

<b>Количество предприятий, ед</b>	20	50	80	120	170	100	70	30	10	650
-----------------------------------	----	----	----	-----	-----	-----	----	----	----	-----

### Вариант 6

Выполнение плана погрузки за месяц по станциям железной дороги представлено следующим распределением. Определить средний процент выполнения плана погрузки по дороге и остальные показатели задания.

<b>Процент выполнения планового задания, %</b>	95	97	99	100	102	105	107
<b>Фактическая погрузка, тыс.т</b>	380	485	495	600	760	490	200

### Вариант 7

Определить средний процент выполнения плана погрузки станциями дороги по представленным в таблице данным и остальные показатели задания.

<b>Процент выполнения плана, %</b>	95	97	99	101	103	105	107
<b>Плановое задание</b>	400	450	500	600	550	500	450

### Вариант 8

Мониторинг распределения численности работников по уровням заработной платы за апрель месяц на предприятии представлен следующими данными. Определить среднюю заработную плату на данном предприятии и остальные показатели задания.

<b>Зарботная плата, тыс.руб.</b>	До 10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	Свыше 45
<b>Число работников, чел.</b>	30	45	50	80	120	70	50	35	20

### Вариант 9

Распределение предприятий по величине основных фондов отражено в таблице. Определить среднюю величину основных фондов предприятий города и остальные показатели задания.

<b>Величина основных фондов, млн.руб.</b>	До 3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15
<b>Количество предприятий</b>	8	14	17	25	41	20	10

### Вариант 0

Обследование жилищных условий жителей посёлка представлено следующим распределением. Определить средний размер занимаемой площади на 1 человека и остальные показатели задания.

<b>Количество м<sup>2</sup> на одного человека</b>	До 5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	Свыше 23
<b>Численность жителей, чел</b>	100	130	170	300	450	400	330	280	140	120	80

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ 1

Любое статистическое исследование начинается со сбора информации в соответствии с поставленной задачей. Далее результаты статистического наблюдения необходимо систематизировать и рассчитать обобщающие показатели, характеризующие ряд распределения (средние, показатели вариации и др.), для выявления закономерностей, присущих анализируемой совокупности единиц.

Средними величинами в статистике называют обобщающие показатели, выражающие типичные, характерные для определенных условий места и времени размеры и количественные соотношения явлений общественной жизни.

В статистике различают несколько видов средних величин: средние степенные (арифметическую, гармоническую, геометрическую и др.) и структурные средние (мода, медиана, квартили, квинтили, децили и перцентили).

В зависимости от частоты повторения вариантов средние исчисляются как простые не взвешенные, так и взвешенные.

Среднюю арифметическую не взвешенную рассчитывают по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n},$$

а среднюю арифметическую взвешенную –

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

где  $x_i$  - значение осредняемого признака,

$f_i$  - частота,

n- число единиц совокупности.

Средняя гармоническая не взвешенная определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum 1/x_i},$$

а средняя гармоническая взвешенная -

$$\bar{x} = \frac{\sum W_i}{\sum W_i / x_i},$$

где  $\sum W_i$  - сумма значений осредняемого признака по группе.

Средняя гармоническая вычисляется в тех случаях, когда средняя предназначается для расчёта сумм слагаемых, обратно пропорциональных величине заданного признака, т.е. когда суммированию подлежат не сами варианты, а обратные им величины.

Средняя геометрическая определяется по формуле

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

Наиболее широкое применение средняя геометрическая получила для определения среднегодовых темпов роста в рядах динамики.

При выборе вида средней следует исходить из реального экономического смысла поставленной задачи.

Структурными средними являются мода, медиана, квартили и др. Эти величины также используются в качестве характеристики вариационного ряда.

Мода ( $M_0$ ) - варианта, встречающаяся в изучаемой совокупности чаще всего, т.е. варианта, которой соответствует наибольшая частота.

Для дискретного ряда распределения мода определяется наиболее просто: варианта, против которой располагается наибольшая частота, и будет модой.

В интервальном ряду наибольшая частота указывает не на модальную варианту, а на содержащий моду интервал. Поэтому в модальном интервале необходимо определить модальную варианту. При этом надо иметь в виду, что при расчетах будет получено не точное, а некоторое условное значение моды, так как неизвестен характер распределения частоты внутри модального интервала.

Вычисление моды в интервальном ряду с равными интервалами производится по следующей формуле:

$$M_o = x_{M_o} + i \frac{f_{M_o} - f_{M_{o-1}}}{(f_{M_o} - f_{M_{o-1}}) + (f_{M_o} - f_{M_{o+1}})},$$

где  $x_{M_o}$  - начало (нижняя граница) модального интервала (15);

$i$  - величина интервала (2);

$f_{M_o}$  - частота модального интервала (30);

$f_{M_{o-1}}$  - частота интервала, предшествующего модальному (20);

$f_{M_{o+1}}$  - частота интервала, следующего за модальным (25).

Воспользуемся данными табл. 1.1. и рассчитаем моду:

$$M_o = 15 + 2 \frac{30 - 20}{(30 - 20) + (30 - 25)} = 16,33$$

Медиана ( $M_e$ )- варианта, находящаяся в середине ряда распределения. Для ее определения достаточно расположить в порядке возрастания или убывания все варианты. Срединная варианта и будет являться медианой. Расчет медианы для интервального ряда производится по формуле

$$M_e = x_{M_e} + i \frac{\sum f_i / 2 - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где  $x_{M_e}$  - начало (нижняя граница) медианного интервала (15);

$i$ - величина интервала (2);

$\sum f_i$  - сумма накопленных частот ряда (100);

$S_{M_e-1}$  - накопленная частота вариант, предшествующих медианному (35);

$f_{M_e}$  - частота медианного интервала (30).

Воспользуемся данными табл. 1.1. и рассчитаем медиану. В табл. 1.1.  $M_e$  лежит между 50 и 51 частотами, а они находятся в сумме накопленных частот, равной 65, поэтому интервал 15-17 является медианным. Определяем медиану

$$M_e = 15 + 2 \frac{\frac{100}{2} - 35}{30} = 15 + \frac{30}{30} = 16$$

Для характеристики размеров колеблемости признаков в статистике применяется следующие показатели: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации и др.

Размах вариации представляет собой разность между наибольшим ( $x_{\max}$ ) и наименьшим ( $x_{\min}$ ) значениями вариант, т.е.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Например, размах вариации производительности труда рабочих в бригаде (см.табл.1.1) равен:  $21-9 = 12$  шт. в смену. Среднее линейное отклонение ( $\bar{d}$ ) определяется из отношения суммы, взятой по абсолютной величине (без учёта знака) отклонения всех вариантов от средней арифметической, к объёму всей совокупности. Оно бывает не взвешенное и взвешенное и определяется соответственно по формулам:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n},$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}.$$

Дисперсия  $\sigma^2$  - это средняя из квадратов отклонений значений признака от его средней арифметической величины. Она определяется по формуле средней арифметической простой:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

или средней арифметической взвешенной

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

Если имеются два взаимоисключающих друг друга варианта, то вариация признака называется альтернативной. Обозначая наличие признака - 1, а отсутствие - 0, и долю вариантов обладающих данным признаком - p, а долю вариантов, не обладающих им - q и замечая, что  $p+q=1$ , получаем среднюю:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p$$

Дисперсию альтернативного признака определяем по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot q}{p+q} = \frac{q^2 p + p^2 q}{p+q} = pq$$

Следовательно, дисперсия альтернативного признака

$$\sigma^2 = pq$$

Среднее квадратичное отклонение - это корень квадратный из дисперсии – определяется по формулам средней арифметической простой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

или средней арифметической взвешенной

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}$$

Среднее квадратическое отклонение альтернативного признака:

$$\sigma = \sqrt{pq}$$

Мерой сравнения степеней колеблемости для двух, трех и более вариационных рядов служит показатель, который носит название коэффициента вариации и определяется по формуле:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%$$

Коэффициент вариации показывает однородность выбранной совокупности: чем он меньше, тем более однородна совокупность. Для однородной совокупности он не превышает 33%.

Для характеристики социально-экономического явления, отражённого рядом распределения, следует рассчитать первый и третий квартиль (второй равен медиане) по следующим формулам, аналогичным медиане:

$$Q_1 = x_{Q_1} + i \frac{\sum f_i / 4 - S_{Q_1 - 1}}{f_{Q_1}} \quad Q_3 = x_{Q_3} + i \frac{3 * \sum f_i / 4 - S_{Q_3 - 1}}{f_{Q_3}}$$

$$Q_1 = 13 + 2 \frac{100 \setminus 4 - 15}{20} = 13 + 1 = 14$$

$$Q_3 = 17 + 2 \frac{3 * 100 \setminus 4 - 65}{25} = 17 + 0,8 = 17,8$$

Расчёт квартилей позволяет отметить, что 25% рабочих за смену изготавливают до 14 деталей, а 25% - свыше 17,8 деталей, т.е. в 1,27 раз больше первой группы. Остальные 50% делают от 14 до 17,8 деталей за смену.

Сравнивая среднее значение признака с модой и медианой можно отметить, что их значения довольно близки, но не равны между собой. Следовательно ряд распределения имеет

некоторую асимметрию, которая может быть определена по формуле:  $As = \frac{\bar{X} - Mo}{\sigma}$ . Тогда

$$As = \frac{15,8 - 16,33}{2,6} = -0,2$$

, т.е. коэффициент асимметрии меньше 0, Мо больше среднего значения признака и это говорит о небольшой левосторонней асимметрии. Если коэффициент асимметрии больше 0 и Мо меньше среднего значения признака, то будет наблюдаться правосторонняя асимметрия.

Результаты расчета средней и показателей вариации студент должен представить в таблице по форме табл. 1.1.



Таблица 1.1 - Пример определения средней и показателей вариации.

Процент зольности угля	Число проб, $f_i$	Накопленные частоты	Центральная варианта $x_i$	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9-11	5	5	10	50	-5,8	5,8	29,0	33,64	168,20
11-13	10	15	12	120	-3,8	3,8	38,0	14,44	144,40
13-15	20	35	14	280	-1,8	1,8	36,0	3,24	64,8
15-17	30	65	16	480	+0,2	0,2	6,0	0,04	1,2
17-19	25	90	18	450	+2,2	2,2	55,0	4,84	121,0
19-21	10	100	20	200	+4,2	4,2	42,0	17,64	176,4
-	$\sum f_i = 100$	-	$\sum x_i f_i = 1580$		-	-	$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$	-	$\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i = 676,0$
			$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1580}{100} = 15,8$		-	-	$d = \frac{206}{100} = 2,06$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{6,76} = 2,6$	

**ЗАДАНИЕ 2.**  
**ТЕМА. РЯДЫ ДИНАМИКИ**

1. По данным табл.2.1 вычислите:

1.1. Основные аналитические показатели рядов динамики (по цепной и базисной схемам):

- средний уровень ряда динамики;
- абсолютный прирост;
- темп роста;
- темп прироста;
- абсолютное значение 1% прироста;
- среднегодовой темп роста и среднегодовой темп прироста.

**Таблица 2.1. - Основные показатели.**

Показатели	№ варианта	Годы					
		2005	2006	2007	2008	2009	2010
Число образовательных учреждений высшего профессионального образования	1	1068	1090	1108	1134	1114	1115
Численность зрителей в театрах, млн. человек	2	28,0	28,6	29,3	30,4	30,2	31,0
Добыча угля, млн.т	3	299	310	314	329	301	322
Валовой сбор зерна в хозяйствах всех категорий, млн.т	4	77,8	78,2	81,5	108,2	97,1	61,0
Перевозки грузов всеми видами транспорта, млн.т	5	9167,1	9300,7	9450,6	9451,1	7469,5	7750,9
Грузооборот всех видов транспорта, млрд.т-км	6	4675,5	4799,7	4915,2	4948,3	4446,3	4751,6
Оборот розничной торговли непродовольственными товарами на душу населения, руб.	7	26719	33438	42062	52399	52805	59270
Продажа алкогольных напитков и пива, в абсолютном алкоголе, млн. дкл	8	133,2	135,0	138,7	137,3	129,6	127,6
Общая площадь жилых помещений - всего, млн. кв.м	9	2955	3003	3060	3116	3177	3229
Величина прожиточного минимума, в среднем на душу населения, рублей в месяц, тыс.руб.	0	3018	3422	3847	4593	5153	5688

По данным табл.2.2 вычислите индекс сезонности и изобразите графически сезонную волну.

**Таблица 2.2. - Товарооборот магазина, тыс.руб.**

Месяц	Номер варианта				
	1,6	2,7	3,8	4,9	5,0
Январь	15	410	18908	540	310
Февраль	108	478	9768	783	280
Март	319	508	4566	809	180
Апрель	645	642	3462	894	98
Май	798	734	688	1288	74
Июнь	810	847	504	1595	45
Июль	924	1580	166	2622	26
Август	1876	1190	468	3856	9
Сентябрь	655	842	2546	3020	44
Октябрь	497	588	4368	2654	256
Ноябрь	342	390	15845	1516	325
Декабрь	189	208	24682	788	458

Результат расчета аналитических показателей ряда динамики представить в таблице, форма которой приводится ниже (табл. 2.3.)

**Таблица 2.3. - Основные аналитические показатели ряда динамики**

Показатели	Схема расчета	Годы					
		2005	2006	2007	2008	2009	2010
Уровень ряда $Y_i$	—						
Абсолютный прирост $\Delta Y$	Базисная	X					
	Цепная	X					
Темп роста $T_p, \%$	Базисная	100%					
	Цепная	100%					
Темп прироста $T_{пр}, \%$	Базисная	X					
	Цепная	X					
Абсолютное значение 1% прироста $A_\%$	Цепная	X					

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ 2

Рядом динамики называют ряд чисел, характеризующих изменение общественного явления во времени. Значения показателей, образующих ряд динамики, называют уровнями ряда  $Y_i$ .

Для общей характеристики уровня явления за тот или иной период исчисляется средний уровень ряда. Способ расчета среднего уровня ряда зависит от характера ряда. Различают моментный и интервальный ряды динамики. Моментным называют ряд, который образуют показатели характеризующие состояние явления на тот или иной момент времени. Интервальным - ряд, который образуют показатели характеризующие явление за тот или иной период времени.

Средний уровень интервального ряда определяют по формуле

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

где  $n$  - число членов ряда динамики.

Средний уровень моментного ряда определяют по формуле средней хронологической:

$$\bar{Y} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} + Y_n}{n - 1}$$

Абсолютный прирост  $\Delta Y_i$  показывает на сколько единиц увеличился (или уменьшился) анализируемый уровень ряда  $Y_i$  относительно базисного уровня  $Y_0$  (по базисной схеме) или уровня предшествующего года  $Y_{i-1}$  (по цепной схеме). Соответственно его определяют по формулам:

$$\Delta Y_i = Y_i - Y_0 \quad (\text{по базисной схеме})$$

$$\Delta Y_i = Y_i - Y_{i-1} \quad (\text{по цепной схеме})$$

Темп роста  $T_p$  показывает во сколько раз анализируемый уровень ряда увеличился (или уменьшился) по сравнению с уровнем принятым за базу сравнения (по базисной схеме) или предшествующим уровнем (по цепной схеме). Темп роста выражают в процентах или отвлеченных числах (коэффициент роста). Его определяют по формулам:

$$T_p = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100\% \quad (\text{по базисной схеме})$$

$$T_p = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100\% \quad (\text{по цепной схеме})$$

Темп прироста  $T_{пр}$  показывает, на сколько процентов увеличился (или уменьшился) анализируемый уровень ряда по сравнению с базисным (по базисной схеме), или предшествующим уровнем ряда (по цепной схеме). Его определяют как отношение абсолютного прироста к уровню, принятому за базу сравнения по формулам:

$$T_{пр} = \frac{\Delta Y_i}{Y_0} \cdot 100\% \quad (\text{по базисной схеме})$$

$$T_{пр} = \frac{\Delta Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100\% \quad (\text{по цепной схеме})$$

Темпы роста и прироста связаны между собой, что видно из формул их расчета

$$T_{np} = \frac{\Delta Y_i}{Y_0} \cdot 100\% = \frac{Y_i - Y_0}{Y_0} \cdot 100\% = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100\% - \frac{Y_0}{Y_0} \cdot 100\% = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100\% - 100\% = T_p - 100\%$$

Это дает основание определить темп прироста через темп роста.

$$T_{np} = T_p - 100\%$$

Средний темп роста и средний темп прироста характеризуют соответственно темпы роста и прироста за период в целом. Средний темп роста рассчитывается по данным ряда динамики по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{\frac{Y_1}{Y_0} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} \dots \frac{Y_n}{Y_{n-1}}} \cdot 100\% = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}} \cdot 100\%$$

где n - количество цепных коэффициентов роста.

Исходя из соотношения темпов роста и прироста определяется средний темп прироста:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\%$$

Абсолютное значение одного процента прироста А - это отношение цепного абсолютного прироста к цепному темпу прироста выраженному в процентах. Оно определяется по формуле:

$$A = \frac{\Delta Y_i}{T_{np} \cdot 100\%} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{Y_{i-1}}{100}$$

Как видно из расчета абсолютное значение одного процента прироста равно 0,01 предшествующего уровня.

С помощью рядов динамики изучают явления, имеющие сезонный характер. Сезонными колебаниями называются устойчивые внутригодовые колебания в ряду динамики, обусловленные специфическими условиями производства, потребления или продажи продукции или услуг. Например, потребление топлива или электроэнергии для бытовых нужд, перевозки пассажиров, продажи товаров.

Уровень сезонности оценивается с помощью индексов сезонности. Индекс сезонности показывает, во сколько раз фактический уровень ряда в момент или интервал времени больше среднего уровня. Он определяется по формуле:

$$I_s = \frac{Y_i}{Y_{cp}} \cdot 100\%$$

Где:  $I_s$ - индекс сезонности;

$Y_i$  - текущий уровень ряда динамики;

$Y_{cp}$  - средний уровень ряда.

Графически индекс сезонности может быть представлен с помощью полигона - основного вида графиков, используемых для графического изображения рядов динамики.

**ЗАДАНИЕ 3**  
**ТЕМА. ИНДЕКСЫ**

**Вариант 1**

Вид продукции	Изменение выпуска продукции в отчётном периоде в % к базисному	Выпуск продукции в базисном периоде, млн.руб.
А	+5	90
Б	+12	70
В	+17	50

На основании приведенных данных о выпуске продукции предприятия определить изменение выпуска продукции в отчётном периоде по сравнению с базисным в целом по предприятию.

**Вариант 2**

Вид продукции	Ед. измерения	Количество выпущенной продукции		Себестоимость единицы изделия, руб.	
		базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	тыс.шт.	4,0	4,5	20	15
Б	тыс. м <sup>2</sup>	10	12	60	45
В	тыс. м <sup>3</sup>	8	9	80	70

На основании приведенных данных определить:

- 1) индивидуальные индексы себестоимости и физического объема продукции;
  - 2) сводные индексы себестоимости, физического объема продукции;
  - 3) абсолютный размер экономии по предприятию от снижения себестоимости;
- Сделайте выводы по результатам расчетов.

**Вариант 3**

Наименование выпускаемой продукции	Снижение цен в отчётном периоде по сравнению с базисным, в %	Реализовано продукции в отчётном периоде, млн.руб.
Пальто	-15	5
Костюмы	-20	8
Платье	-10	12

По приведенным данным определить индивидуальные индексы цен по выпускаемой продукции и индекс цен в целом по фабрике.

**Вариант 4**

Отделы обувного магазина	Товарооборот, тыс. руб.		Выручка на одного продавца, тыс. руб.	
	2010 г.	2011 г.	2010 г.	2011 г.
Мужской обуви	90	140	2,0	2,8
Женской обуви	120	150	2,4	2,5

На основании приведенных данных вычислите:

- 1) индексы производительности труда по отделам и по универмагу в целом;

- 2) оцените влияние структурных сдвигов на изменение производительности труда;
- 3) какая часть абсолютного прироста товарооборота получена за счет повышения производительности труда.

#### Вариант 5

Вид продукции	Производство продукции по периодам		Затрата времени на всю продукцию, чел.-дни	
	Базисный	Отчётный	Базисный	Отчётный
А, т	400	480	1600	1520
В, тыс.м	5650	5210	1250	1090

По приведенным данным определить:

- 1) индекс физического объема продукции по видам продукции и по производству в целом;
  - 2) индекс трудоёмкости;
  - 3) абсолютное изменение затрат труда в результате изменения трудоёмкости.
- Сделайте выводы по результатам расчетов.

#### Вариант 6

Вид продукции	Ед. измерения	Реализовано продукции, тыс.		Цена, руб./ед.	
		Базисный период	Отчётный период	Базисный период	Отчётный период
А	м	40	45	3	2,5
Б	кг	50	70	4	3,5
В	шт.	110	150	25	23

По данным таблицы рассчитать:

- 1) индивидуальные индексы цен и общий индекс цен по всем видам продукции;
- 2) индексы объема реализованной продукции по её видам и в целом по всем видам продукции;
- 3) абсолютную экономию от снижения цен.

#### Вариант 7

Вид продукции	Базисный год		Отчетный год	
	Произведено продукции, тыс. ед.	Затраты времени на единицу продукции, чел-час.	Произведено продукции, тыс. ед.	Затраты времени на единицу продукции, чел-час.
А	50	2,2	54	2,0
Б	40	4,0	45	3,5
В	100	7,6	140	6,8

По данным об объемах и трудоёмкости на предприятии определить:

- 1) Индекс трудоёмкости:
  - а) по каждому виду продукции;
  - б) по предприятию в целом.
- 2) Изменение общих затрат времени на производство продукции (в абсолютном выражении) за счёт изменения трудоёмкости.

3) Рассчитать общий индекс физического объёма продукции.

4) Показать взаимосвязь между индексами физического объёма, трудоёмкости и общих затрат времени на производство продукции.

#### Вариант 8

Годы	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Изменение численности в % к предыдущему году	+5	+3	+2	-8	+6	+7

По данным об изменении численности рабочих предприятия в % к предыдущему году определить, на сколько % увеличилось число рабочих за шесть лет, т.е. в 2011 г. по сравнению с 2005.

#### Вариант 9

Виды зерновых культур	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, млн.га	
	Базисный год	Отчётный год	Базисный год	Отчётный год
Рожь	20	25	2,5	2,0
Пшеница	24	20	8,0	8,5
Ячмень	26	36	1,5	1,8

По данным о сборе урожая зерновых культур и размерах посевных площадей в отчётном и базисном годах определить общий индекс урожайности зерновых культур:

- переменного состава;
- постоянного состава;
- структурных сдвигов.

#### Вариант 0

В отчётном периоде объём выпуска продукции увеличился в 1,4 раза, а численность работников выросла на 10%. Определить изменение производительности труда на предприятии.



### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ 3

**Индекс** – это относительный показатель, характеризующий изменение уровня сложного общественного явления во времени и его соотношение в пространстве. Различают индивидуальные и сводные (общие) индексы. Индивидуальный индекс характеризует изменение явления, состоящего из однородных элементов, и представляет собой обычную относительную величину динамики, выполнения плана, сравнения. Индивидуальный индекс обозначают буквой  $i$  с подстрочным указанием индексируемого показателя. Индексируемым называют показатель, изменение которого характеризует индекс. Так, например, для характеристики выполнения планового задания по производству отдельных видов продукции рассчитывают индивидуальные индексы физического объема продукции по формуле.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

где  $q_1, q_0$  - объем производства какого-то вида продукции в натуральном выражении соответственно в отчетном и базисном периодах, который является индексируемой величиной.

**Сводный индекс** характеризует изменения явления, состоящего из разнородных непосредственно не суммируемых элементов.

Чтобы охарактеризовать при помощи индексов изменение явлений, состоящих из разнородных элементов, необходимо прежде всего обеспечить возможность суммирования этих элементов для их дальнейшего сопоставления. Для этого следует привести их в соизмеримый вид посредством специального соизмерителя, который, являясь общей мерой этих явлений, выражает то общее, что им присуще. Так, для продукции народного хозяйства как совокупности разноименных видов изделий, несмотря на их различные потребительские свойства, общим является то, что все они представляют собой результат труда, затраты которого могут быть выражены как в единицах рабочего времени, например человеко-часах, так и в стоимостной форме, имеющей денежное выражение. Эти показатели - время, стоимость - могут быть использованы как соизмерители и называются весами индекса. Умножив индексируемый показатель на соответствующий вес, мы тем самым выражаем элементы анализируемой совокупности в одних единицах измерения, т.е. приводим их в соизмеримый вид, поэтому их уже можно суммировать и сопоставлять. Так, например, умножив объем различных видов изделий на их себестоимость, мы выражаем их в стоимостной форме, что позволяет их суммировать и сопоставлять. При этом, чтобы индекс отражал изменение только индексируемой величины, веса индексов берут на одном уровне. Если в качестве веса используются объемные показатели (продукция, численность), их берут на уровне текущего периода, если качественные показатели (себестоимость, затраты времени на единицу продукции), то их принимают на уровне базисного периода.

В экономике широко используются индекс физического объема продукции, индекс себестоимости, индекс затрат, индекс реализованной продукции, индекс цен, индекс товарооборота, индекс производительности труда, индекс удельного расхода материалов и др.

**Сводный индекс физического объема** продукции  $I_q$  в общем виде определяется по формуле

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

где  $q_1, q_0$  - объем продукции каждого вида изделий соответствующего периода (индексируемый показатель);

$z_0$  - себестоимость каждого вида изделий в базисном периоде (вес индекса).

**Сводный индекс себестоимости**  $I_z$  определяют по формуле

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

где  $z_1, z_0$  - себестоимость отдельных видов продукции соответственно в текущем и базисном периодах.

Он характеризует, как в среднем изменяется себестоимость продукции различных видов в целом по анализируемой совокупности.

**Сводный индекс затрат**  $I_{zq}$  определяют по формуле

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$$

где  $z_1 q_1, z_0 q_0$  - затраты по производству различных видов продукции соответственно в отчетном и базисном периодах.

Он характеризует, как изменились затраты по производству продукции различных видов в целом по анализируемой совокупности.

Изменение затрат по производству различных видов продукции можно определить с помощью удельного веса каждого вида в общем объеме выпускаемой продукции в базисном периоде и их индексов.

$$I_{zq} = \frac{\sum i_{zqj} z_0 q_0 j}{\sum z_0 q_0 j} = \sum i_{zqj} d_{0j}$$

где  $i_{zqj}$  - индекс продукции вида  $j$ ,

$$d_{0j} = \frac{z_0 q_{0j}}{\sum z_0 q_0 j}$$

$d_{0j}$  - удельный вес продукции вида  $j$ ,

**Сводный индекс цен**  $I_p$  определяют как

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

где  $p_1, p_0$  - цена отдельных видов продукции соответственно в текущем и базисном периодах.

Он характеризует, как изменились в среднем цены на различные виды продукции по анализируемой совокупности.

**Сводный индекс товарооборота**  $I_{qp}$  определяют по формуле

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

где  $q_1 p_1, q_0 p_0$  - размер товарооборота соответственно в текущем и базисном периодах.

**Сводный индекс удельного расхода материалов**  $I_m$ , топлива определяют по формуле

$$I_m = \frac{\sum m_1 q_1}{\sum m_0 q_1}$$

где  $m_1, m_0$  - удельный расход материалов (топлива), т.е. расход материалов (топлива) на единицу продукции соответственно в текущем и базисном периодах. Этот индекс характеризует изменения расхода различных видов материалов (топлива) в среднем на единицу продукции.

**Сводный индекс производительности труда (по трудоёмкости)  $I_{1/t}$**  рассчитывают по формуле:

$$I_{1/t} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$$

где  $t_1, t_0$  - затраты времени на производство единицы продукции соответственно в текущем и базисном периодах.

Сводный индекс производительности труда характеризует изменение производительности труда и является показателем, обратным индексу трудоёмкости  $I_t$ , который определяют по формулам:

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1};$$

$$I_{1/t} = \frac{1}{I_t}$$

Он показывает, как в среднем изменились затраты времени на единицу продукции в связи с ростом производительности труда.

Индекс производительности труда по трудоёмкости связан с **индексом затрат рабочего времени (труда)** и с **индексом физического объёма продукции, взвешенным по трудоёмкости**:

$$I_W * I_T = I_q \quad \text{или} \quad I_q = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} * \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$$

**Сводный индекс массы отработанного времени  $I_{qt}$**  определяют как:

$$I_{qt} = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0} = \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$$

где  $q_1 t_1 (T_1), q_0 t_0 (T_0)$  - это время, затраченное на производство всей продукции соответственно в текущем и базисном периодах.

Расчет индексов может быть выполнен в агрегатной форме и форме средних индексов - **среднеарифметического и среднегармонического взвешенного**. Все вышеприведенные индексы рассчитаны как агрегатные индексы. Выбор формы расчета индексов зависит от наличия исходных данных. Если известны значения индексируемого показателя и веса в текущем и базисном периодах, то пользуются агрегатной формой индексов. Если отсутствуют значения индексируемого показателя или веса в текущем или базисном периодах, но известны изменения индексируемого показателя или веса по отдельным единицам анализируемой совокупности, пользуются формой **средних индексов**. Например, известны плановый размер затрат по выпуску продукции на предприятии  $q_0 z_0$  и задание по росту выпуска продукции отдельных её видов  $i_q$ . Необходимо определить индекс физического объёма продукции  $I_q$ . Индекс физического объёма продукции определяют по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

Если для решения задачи неизвестен фактический выпуск продукции, но задан рост

каждого вида продукции  $i_q$ , который определяют по формуле:  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ , тогда  $q_1 = i_q q_0$  и подставляя это выражение в исходную формулу получим:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

Это есть не что иное, как средняя арифметическая взвешенная индекса физического объема. Соответственно индекс называют **среднеарифметическим индексом**.

Или, например, известны размер товарооборота в отчетном  $q_1 p_1$  и плановом периодах  $q_0 p_0$ , а также изменения цен в отчетном периоде относительно планового по отдельным видам изделий  $i_p$ . Необходимо определить, как в среднем изменились цены по всем видам изделий, т.е. индекс цен  $I_p$ .

Индекс цен определяют по формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

В нашем примере известен товарооборот в отчетном периоде  $p_1 q_1$ , а товарооборота в ценах планового периода нет, но заданы индивидуальные индексы цен по каждому виду изделий  $i_p$ , которые определяют по формуле

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

Отсюда можно определить цены планового периода

$$p_0 = \frac{p_1}{i_p}$$

Подставляем их в исходную формулу

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

Это есть не что иное, как средняя гармоническая индекса цен. Соответственно его называют **среднегармоническим индексом**.

**Индекс производительности труда по трудоёмкости** также может рассчитываться в форме средней арифметической, известный как **индекс С.Г.Струмилина**.

$$I_w = \frac{\sum i_t T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left( \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1} \right) * T_1}{\sum T_1}$$

Индексы подчиняются той же взаимосвязи, что и характеризующие ими показатели. Так, например, затраты определяют как произведение себестоимости продукции на объем продукции, соответственно и индекс затрат равен произведению индекса себестоимости и индекса физического объема продукции  $I_{qz} = I_z * I_q$ .

Докажем это:

$$I_{zq} = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} \cdot \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = I_{qz}$$

Пользуясь взаимосвязью индексов, можно по величине двух из них определить величину третьего. Например, известно, что по плану на предприятии ожидается рост выпуска физического объема продукции на 20% и снижение себестоимости изделий в среднем на 5%. Необходимо определить изменение затрат на заданный объем работ. Пользуясь взаимосвязью индексов затрат  $I_{qz}$ , физического объема  $I_q$  и себестоимости  $I_z$  определяем изменение затрат

$$I_{qz} = I_q I_z = 1,20 \times 0,95 = 1,14 \text{ или } 114\%$$

Таким образом, индекс затрат составляет 114%, т.е. затраты вырастут на 14%.

Индексы широко используются в факторном анализе для выявления меры влияния факторных показателей на средний уровень определяемого или результативного показателя. Например, необходимо определить, на сколько процентов изменение среднего уровня себестоимости перевозок обусловлено изменением самой себестоимости как таковой и на сколько процентов изменением структуры перевозок. Пусть известны объемы перевозок каждого рода груза и их себестоимость в текущем и базисном периодах, табл. 3.1. (данные условные).

**Таблица 3.1. - Динамика объема и себестоимости перевозок грузов**

Род груза	Объем перевозок, млн.ткм		Себестоимость перевозок, руб./10 т.км	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Каменный уголь	14400	17500	4,0	5,0
Руда	2000	2500	3,0	3,5
Строительные материалы	600	1000	1,5	2,0

Изменение среднего уровня себестоимости определяется как отношение среднего уровня себестоимости перевозок по всем грузам в отчетном и базисном периодах.

$$I_{zcp} = \frac{z_{1cp}}{z_{0cp}}$$

Средняя себестоимость, в свою очередь определяется как отношение общих затрат на производство к объему продукции:

$$z_{1cp} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1}, \quad z_{0cp} = \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

Сопоставляя средние уровни себестоимости отчетного и базисного периодов наблюдаем изменение двух факторов: себестоимости  $z$  и объема перевозок  $q$ :

$$I_{zcp(z, q)} = \frac{z_{1cp}}{z_{0cp}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{5,0 \cdot 17500 + 3,5 \cdot 2500 + 2,0 \cdot 1000}{17500 + 2500 + 1000} : \frac{4,0 \cdot 14400 + 3,0 \cdot 2000 + 1,5 \cdot 600}{14400 + 2000 + 600} = 1,2331 \text{ или } 123,31\%$$

Средняя себестоимость перевозок всех грузов под влиянием роста себестоимости и объема перевозок возросла на 23,31 %. Этот индекс называется **индексом переменного состава**. Чтобы определить влияние изменения себестоимости перевозок отдельных грузов на среднюю себестоимость перевозок всех грузов, надо исключить влияние структуры перевозок на ее величину. Для этого объемы перевозок берут на одном уровне. Поскольку это объемный показатель, то берем их на уровне отчета.

$$I_{zcp(z)} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} =$$

$$= \frac{5,0 \cdot 17500 + 3,5 \cdot 2500 + 2,0 \cdot 1000}{17500 + 2500 + 1000} : \frac{4,0 \cdot 17500 + 3,0 \cdot 2500 + 1,5 \cdot 1000}{17500 + 2500 + 1000} = 1,2437 \text{ или } 124,37\%$$

Как показывают расчеты, за счет роста себестоимости перевозок отдельных грузов в среднем себестоимость выросла на 24,37%.

Этот индекс называют **индексом постоянного состава**, он отражает влияние только индексируемого показателя. По существу это тот же сводный индекс себестоимости:

$$I_{zcp(z)} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} : \frac{\sum q_1}{\sum q_1}$$

Для оценки влияния изменения объема перевозок по определенным грузам, т.е. влияние структуры перевозок на средний уровень себестоимости грузов, необходимо нивелировать влияние изменения себестоимости перевозок отдельных грузов на ее средний уровень. С этой целью себестоимость перевозки отдельных грузов берем на одном уровне - плановом, поскольку это качественный показатель:

$$I_{zcp(z)} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{4,0 \cdot 17500 + 3,0 \cdot 2500 + 1,5 \cdot 1000}{17500 + 2500 + 1000} : \frac{4,0 \cdot 14400 + 3,0 \cdot 2000 + 1,5 \cdot 600}{14400 + 2000 + 600} = 0,9915 \text{ или } 99,15\%$$

Как показывает расчет, за счет изменения структуры средняя себестоимость перевозок всех грузов снизилась на 0,85 %.

Этот индекс называют **индексом структурных сдвигов**, он отражает влияние структуры объема работ на средний уровень индексируемого показателя.

Правильность выполнения расчетов можно проверить через взаимосвязь индексов:

$$I_{zcp(z, q)} = I_{zcp(z)} \cdot I_{zcp(q)} = 1,2437 \cdot 0,9915 = 1,2331$$

Расчеты по задаче должны быть выполнены с применением формул в развернутом виде и сопровождаются пояснениями и описанием результатов расчетов.