Копсухов

Дискретная математика

Контрольная работа № 2

Елисеев-Федоров И.В.
Факультет ДДО

∓ ± − − ∓ +

2 (неуд.)

Режим обучения - Дискр-К2-н начат.

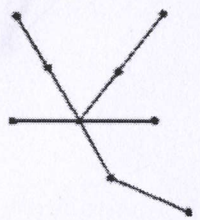
Елисеев-Федоров Илья Валерьевич (5528П12)
Время/лимит 00:02 / 00:00
Код модуля: Дискр-К2-н; Код блока: 1-2

Контрольная работа № 2 по "Дискретной математике".

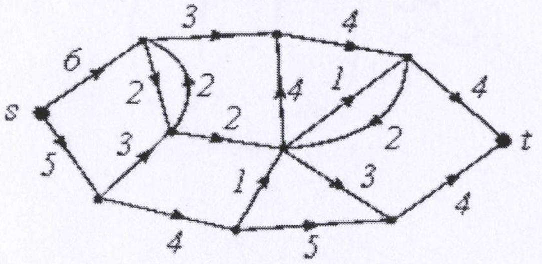
Распечатайте текст варианта заданий контрольной работы. Решите письменно задания варианта и отдайте преподавателю на проверку.

Вариант 2

1. Сколько может быть рёбер у графа, если он имеет 12 вершин и состоит из двух компонент связности?
2. Построить двоичный код дерева



3. Построить дерево по коду [43444].
4. Планарен ли граф $C_3 \times C_3$?
5. Для графа G из предыдущей задачи вычислить $\nu(G)$, $\chi(G)$, $\chi_r(G)$.
6. Построить максимальный поток сети



1. Сколько может быть ребер у графа, если он имеет 12 вершин и состоит из двух компонент связности?

Решение

Для связного графа справедливо соотношение: P + k ≥ B, где B – число вершин, P – число ребер, k – компонент связности. Так как по условию граф состоит из двух компонент связности, то преобразуем соотношение: P + 2 ≥ 12. Значит, минимальное число ребер P=10.

Если предположить, что граф является полным, то есть графом с максимально возможным количеством ребер при постоянном количестве вершин (это достигается в силу того, что каждая вершина соединена ребром с остальными), то воспользовавшись формулой для нахождения числа ребер в полном графе можно получить уравнение:

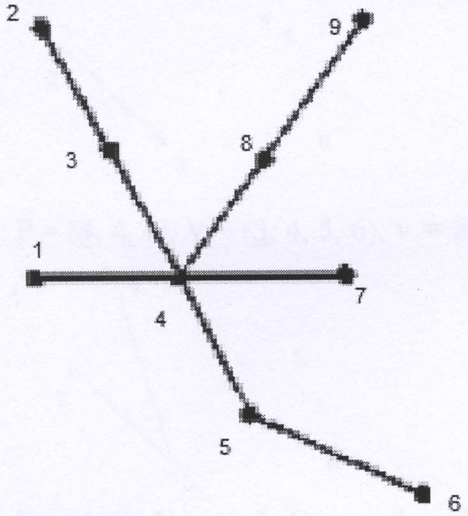
$P \leq \frac{(B-k)(B-k+1)}{2}$ что мы подставляем?

+

Подставив значение, получим: P ≤ 45.

Ответ: у данного графа может быть от 10 до 45 ребер. — неверно.

2. Построить двоичный код дерева:

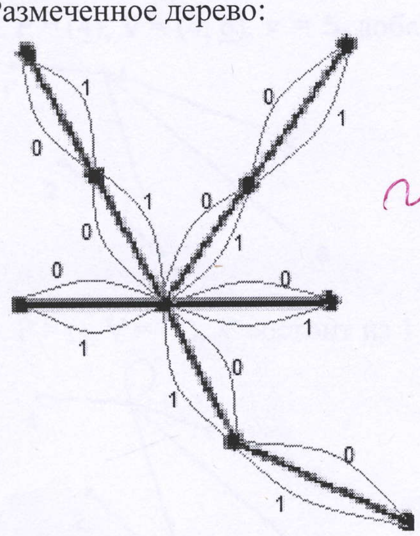


Решение

Алгоритм кодирования:

1. Начинаем с корня дерева, ни одно ребро не помечено.
2. Если возможно, то сворачиваем на самое левое непомеченное ребро и помечаем его 0. Переходим в инцидентную вершину.
3. Если перейти на непомеченное ребро нельзя, то возвращаемся по тому ребру, по которому пришли в эту вершину, помечая его 1.
4. Возвращаемся в корень дерева. Все метки записываем

Размеченное дерево:



где начало движения?

+

Двоичный код дерева:

0001100110100111

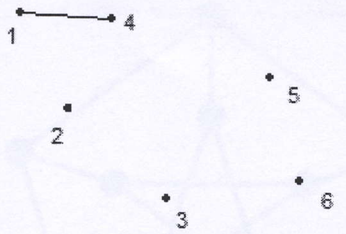
Ответ: 0001100110100111

3. Построить дерево по коду [43444].

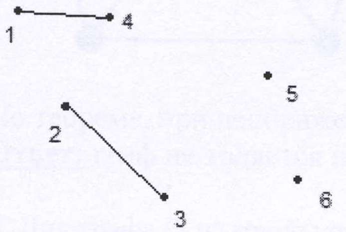
Решение

Данный код является кодом Прюфера.

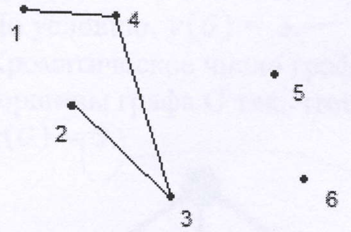
1. P = (4, 3, 4, 4, 4), V = (1, 2, 3, 4, 5, 6), $\nu = 1$, добавляем ребро (1, 4).



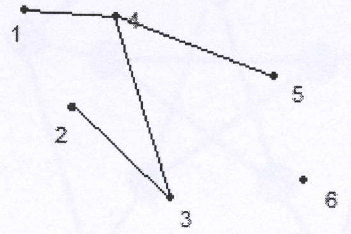
2. P = (3, 4, 4, 4), V = (2, 3, 4, 5, 6), $\nu = 2$, добавляем ребро (2, 3).



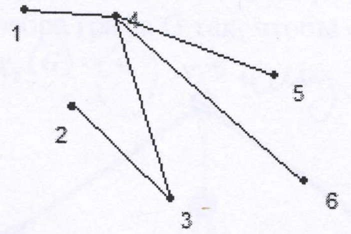
3. P = (4, 4, 4), V = (3, 4, 5, 6), $\nu = 3$, добавляем ребро (3, 4).



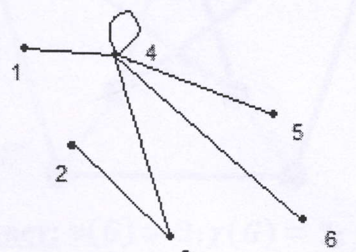
4. P = (4, 4), V = (4, 5, 6), $\nu = 4$, добавляем ребро (5, 4).



5. P = (4), V = (4, 6), $\nu = 5$, добавляем ребро (6, 4).



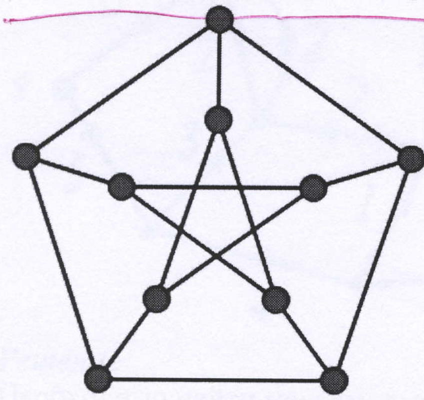
6. P = (), V = (4), V состоит из 1 вершины, добавляем ребро (4, 4). Такого ребра быть не может



4. Планарен ли граф C3 x C3?

Решение

Способ задания графа говорит о том, что данный граф является квазициклом с валентностью 3. То есть является графом Петерсона. — Неверно



−

По теореме, при изображении на плоскости имеет не менее двух самопересечений.

Ответ: граф не является планарным.

5. Для графа G из предыдущей задачи вычислить $\nu(G), \chi(G), \chi_\gamma(G)$.

Решение

Цикломатическое число мультиграфа $\nu(G)$ - характеристика связности графа.

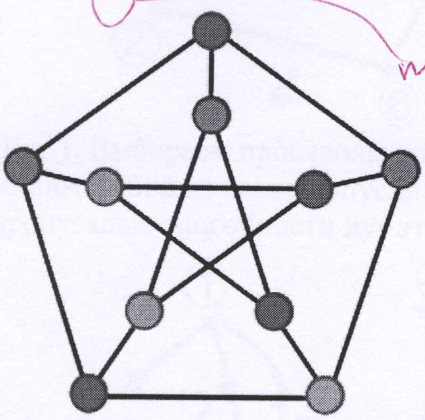
По условию, $\nu(G) = 3$. — откуда это?

Хроматическое число графа $\chi(G)$ – минимальное число цветов, в которые можно раскрасить вершины графа G так, чтобы концы любого ребра имели разные цвета.

$\chi(G) = 3$.

почему это min?

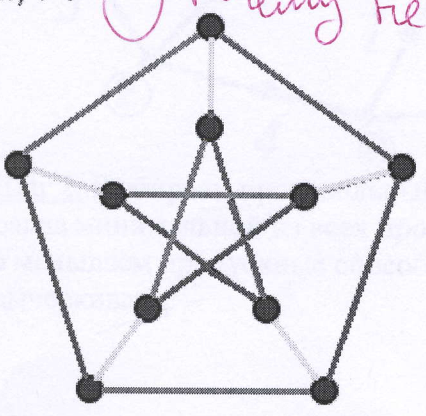
$\nu(G)=6$



F

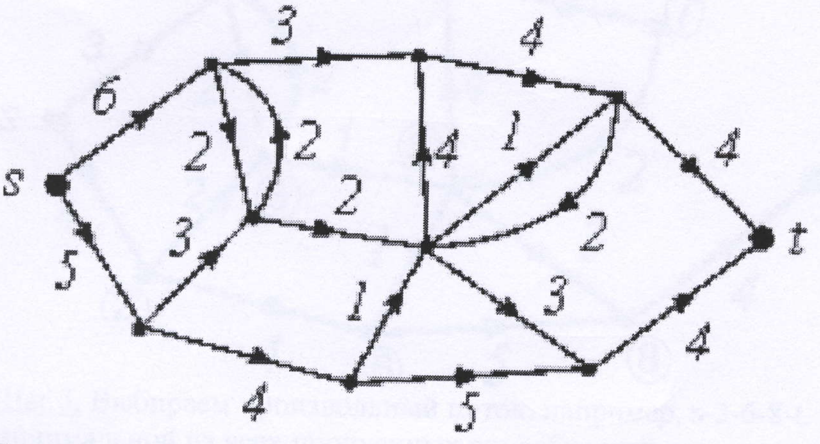
Хроматический класс графа $\chi_\gamma(G)$ - минимальное число цветов, в которые можно раскрасить ребра графа G так, чтобы смежные ребра имели разные цвета.

$\chi_\gamma(G) = 4$. почему не 3?



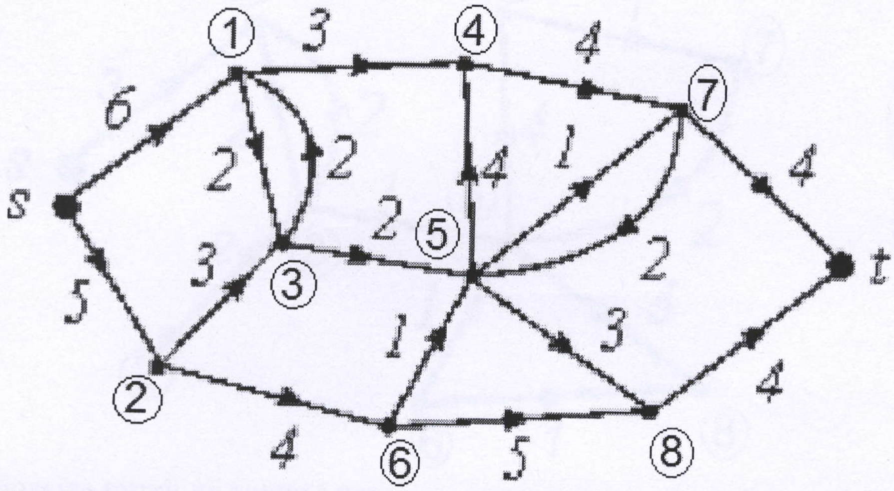
Ответ: $\nu(G) = 3; \chi(G) = 3; \chi_\gamma(G) = 4$.

6. Построить максимальный поток сети

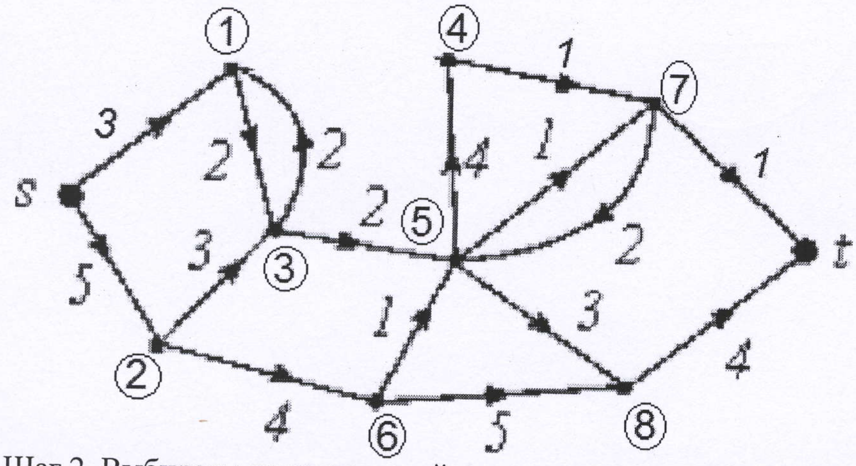


Решение

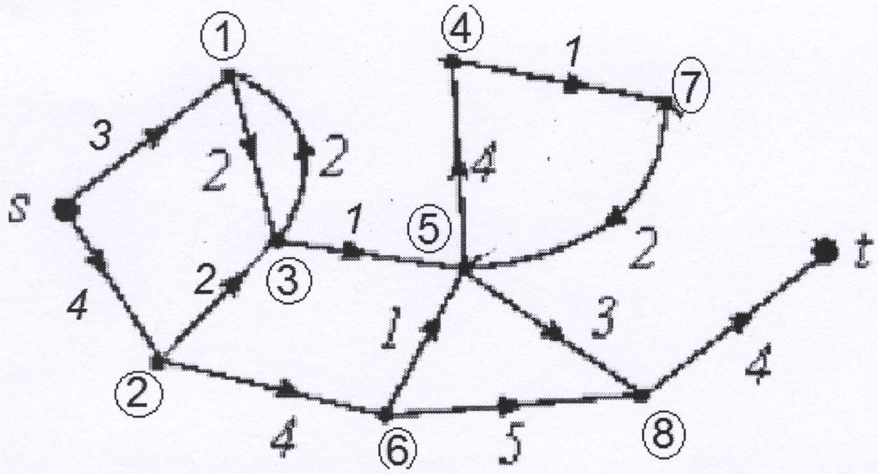
Необходимо найти максимальный поток от пункта s до пункта t. Воспользуемся алгоритмом Форда-Фалкерсона. Пронумеруем вершины:



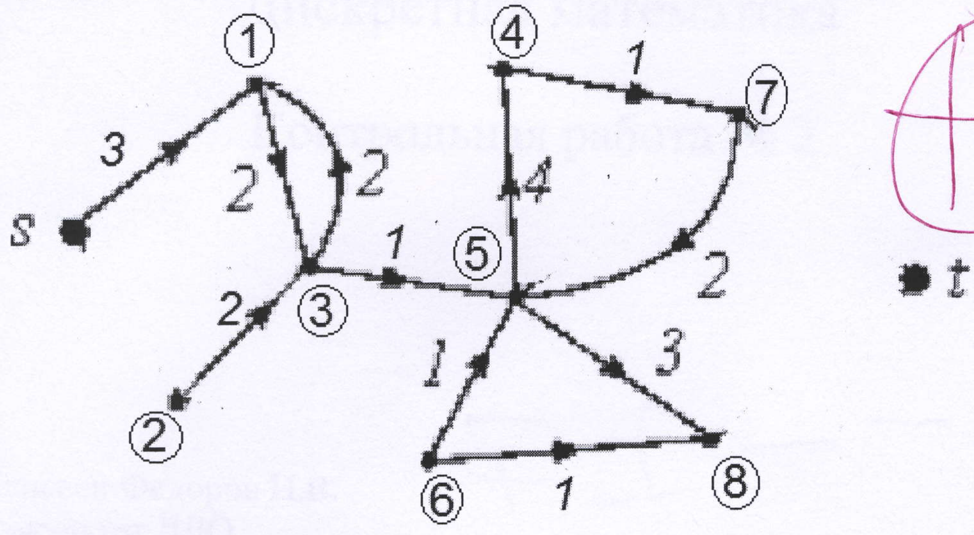
Шаг 1. Выбираем произвольный поток, например, s-1-4-7-t. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей, входящих в него дуг, то есть 3. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 3, насыщенную дугу 1-4 вычеркиваем.



Шаг 2. Выбираем произвольный поток, например, s-2-3-5-7-t. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей, входящих в него дуг, то есть 1. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 1, насыщенные дуги 5-7 и 7-t вычеркиваем.



Шаг 3. Выбираем произвольный поток, например, s-2-6-8-t. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей, входящих в него дуг, то есть 4. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 4, насыщенные дуги s-2, 2-6 и 8-t вычеркиваем.



Больше путей до точки t нет.

Суммарный поток: 3 + 1 + 4 = 8

Ответ: максимальный поток = 8.