

Курс: Биоинформатика и Математические модели в биологии

Лектор: Ризниченко Галина Юрьевна

Семестр: 4

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ №1

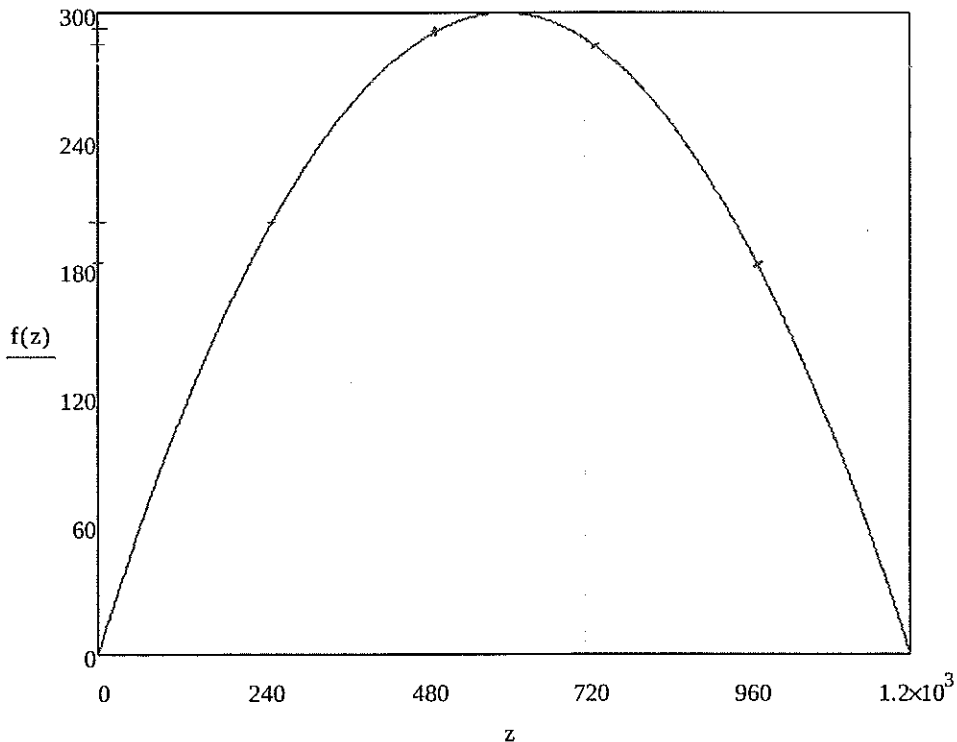
Фамилия И.О.: _____.

Группа: _____.

Вариант № 14

1. В популяцию большого размера занесено инфекционное заболевание. Доля людей, перенесших заболевание, возрастает со временем. Пусть $p(t)$ обозначает долю людей, переболевших заболеванием за t лет после ее возникновения в популяции, и пусть $\frac{dp(t)}{dt} = \frac{(1-p(t))}{2}$, $p(0) = 0$. За сколько лет доля переболевших достигнет 97%? Нарисуйте график скорости роста доли людей, переболевших заболеванием; график динамики численности людей, перенёсших заболевание; график динамики доли не болевших людей.

2. Рост популяции описывается уравнением Ферхюльста. Зависимость скорости роста от численности популяции представлена на графике. По графику определите значения параметров логистического уравнения. Постройте график динамики численности популяции, если начальная численность равна а) 400; б) 700; в) 1500. Укажите асимптоты и координаты точек перегиба.



3. Рост популяции описывается уравнением, учитывающим нижнюю границу численности и внутривидовую конкуренцию: $\frac{dx}{dt} = \frac{x^2}{1+x} - qx - px^2$. Определите величины верхней и нижней границы численности, если известно, что коэффициент смертности равен 0.5, а внутривидовой конкуренции 0.08. Постройте графики динамики численности популяций

для начальных значений меньших нижней критической границы, лежащих в пределах между нижней и верхней границей, и превышающих верхнюю границу.

4. Динамика численности популяции подчиняется дискретному аналогу уравнения Ферхюльста $N_{t+1} = N_t \exp r(1 - \frac{N_t}{K})$, с коэффициентом роста 1, ёмкостью экологической ниши 1200 особей.

Определите:

- точки равновесия и исследуйте их устойчивость по Ляпунову; постройте график численности популяции от времени.

5. Популяция состоит из трех возрастных групп x_1 , x_2 и x_3 . Коэффициент выживаемости при переходе из первой группы во вторую составляет 0.005, из второй в третью 0.1. Самая старшая группа за следующий промежуток времени полностью вымирает. Размножаться способна только третья группа, и ее коэффициент размножения составляет 2000. Рассчитайте численность каждой возрастной группы к моменту времени $t = 5$ и постройте соответствующие графики, если $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1000$.