ПРИМЕРЫ И ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО РАЗДЕЛАМ ФИЗИКИ

4.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

4.1.1. Примеры решения задач

Пример 1. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой

$$\varphi = 10 + 20t - 2t^2.$$

Найти по значению и по направлению полное ускорение a точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Решение.

Точка вращающегося тела описывает окружность. Полное ускорение a точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\text{т}$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\vec{a}_\text{н}$, направленного к центру кривизны траектории:

$$a = \sqrt{a_\text{т}^2 + a_\text{н}^2}\,. \tag{4.1}$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_T = \varepsilon \cdot r; \tag{4.2}$$

$$a_H = \omega^2 \cdot r, \tag{4.3}$$

где ω – угловая скорость тела; ε – его угловое ускорение; r – расстояние точки от оси вращения.

Подставляя выражения $a_\text{т}$ и $a_\text{н}$ в формулу (1), находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \tag{4.4}$$

Угловая скорость ω вращающегося тела равна первой производной от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t\,.$$

В момент времени $t = 4$ с угловая скорость

$$\omega = (20 - 4 \cdot 4) = 4\ \text{с}^{-1}.$$

Угловое ускорение вращающегося тела равно первой производной от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4\ \text{с}^{-1}.$$

Это выражение углового ускорения не содержит времени, следовательно, угловое ускорение имеет постоянное значение, не зависящее от времени.

Подставив найденные значения ω и ε и заданное значение r в формулу (4), получим:

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^4}\,\text{м/с}^2 = 1{,}65\ \text{м/с}^2.$$

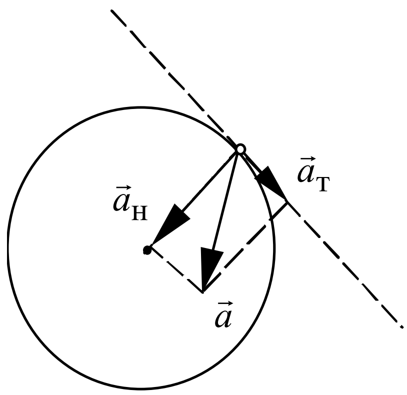

Рис. 1

Направление полного ускорения можно определить, если найти углы, которые вектор ускорения образует с касательной к траектории или с нормалью к ней (рис.1):

$$\cos(\vec{a}, \vec{a}_\text{т}) = \frac{|a_\text{т}|}{a}; \qquad (4.5)$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{a}_\text{н}) = \frac{|a_\text{н}|}{a}; \qquad (4.6)$$

По формулам (2) и (3) найдем значения $a_\text{т}$ и $a_\text{н}$:

$$a_\text{т} = -4 \cdot 0{,}1 = -0{,}4\ \text{м/с}^2;$$

$$a_\text{н} = 4^2 \cdot 0{,}1 = 1{,}6\ \text{м/с}^2;$$

Подставим эти значения и значение полного ускорения в формулы (5) и (6):

$$\cos(\vec{a}, \vec{a}_\text{т}) = \frac{0{,}4}{1{,}65} = 0{,}242;$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{a}_\text{н}) = \frac{1{,}6}{1{,}65} = 0{,}97.$$

Найдем значения искомых углов:

$$(\vec{a}, \vec{a}_\text{т}) = 76^\circ;\ (\vec{a}, \vec{a}_\text{н}) = 14^\circ.$$

Пример 2. Через блок, выполненный в виде диска и имеющий массу m = 80 г (рис. 2), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? (Трением пренебречь.)

Р е ш е н и е.

П е р в ы й с п о с о б. Применим к решению задачи основные законы поступательного и вращательного движений. На каждый из движущихся грузов действует две силы: сила тяжести $P = mg$, направленная вниз, и сила натяжения нити T, направленная вверх (рис. 2, *а*). Груз m_1 поднимается ускоренно вверх, следовательно, $T_1 > m_1g$. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил, равная их разности, прямо пропорциональна массе груза и ускорению, с которым он движется, т. е.

$$T_1 - m_1g = m_1a,$$

откуда

$$T_1 = m_1g + m_1a. \quad (7)$$

Груз m_2 ускоренно опускается вниз, следовательно, $T_2 < m_2g$. Груз m_2 ускоренно опускается вниз, следовательно, $T_2 < m_2g$. Запишем формулу второго закона Ньютона для этого груза:

$$m_2g - T_2 = m_2a,$$

откуда

$$T_2 = m_2g - m_2a. \quad (8)$$

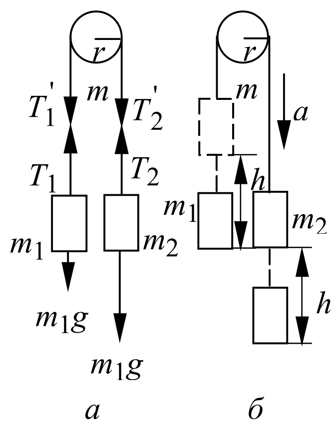

Рис. 2

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращающий момент M, приложенный к диску, равен произведению момента инерции J диска на его угловое ускорение ε:

$$M = J\varepsilon. \quad (9)$$

Определим вращающий момент. Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на диск. По третьему закону Ньютона силы T_1' и T_2', приложенные к ободу диска, по своему значению равны, соответственно, силам T_1 и T_2, но по направлению им противоположны. При движении грузов диск ускоренно вращается по часовой стрелке, следовательно, $T_2' > T_1'$. Вращающий момент, приложенный к диску, равен произведению разности этих сил на плечо, равное радиусу диска, т. е.

$$M = (T_2' - T_1')r.$$

Момент инерции диска $J = \dfrac{mr^2}{2}$; угловое ускорение связано с линейным ускорением грузов соотношением $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$. Подставив в формулу (9) выражения для M, J и ε, получим:

$$(T_2' - T_1')r = \frac{mr^2}{2}\frac{a}{r}. \qquad (10)$$

Из выражения (10), ползуясь формулами (7) и (8), получим:

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{m}{2}a$$

или

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1 + \frac{m}{2})a,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \dfrac{m}{2}}g. \qquad (11)$$

Отношение масс в правой части формулы (11) есть величина безразмерная. Поэтому числовые значения масс m_1, m_2 и m можно взять в граммах, как они и даны в условии задачи. Числовое значение ускорения g надо взять в единицах СИ. После подстановки получим:

$$a = \frac{200 - 100}{200 + 100 + \dfrac{80}{2}} \cdot 9{,}81 = 2{,}88 \text{ м/с}^2.$$

В т о р о й с п о с о б. Применим к решению задачи закон сохранения энергии, согласно которому при отсутствии трения полная энергия изолированной системы тел остаётся неизменной во времени при движении этих тел; энергия при этом превращается из потенциальной в кинетическую, и наоборот. Напомним, что в механике полной энергией тела называется сумма его потенциальной и кинетической энергий.

Положим, что в начальный момент движения потенциальная энергия первого груза была равна $E_{п_1}$, второго – $E_{п_2}$. Через некоторое время высота первого груза увеличилась на h, второго – уменьшилась на h (рис. 2, *б*). Потенциальная энергия первого груза стала равна $E_{п_2} + m_1gh$, второго: $E_{п_2} -$ $- m_2gh$. Кроме того, каждый из грузов, двигаясь с ускорением a, приобрел за это время скорость υ и кинетическую энергию, равную, соответственно, $\frac{m_1x^2}{2}$.

Точно так же диск, вращаясь равноускоренно, приобрел угловую скорость ω и соответствующую ей кинетическую энергию $\frac{J\omega^2}{2}$.

Преобразуем выражение кинетической энергии диска. Поскольку

$$J = \frac{mr^2}{2} \text{ и } \omega = \frac{x}{r},$$

то $\frac{1}{2}J\,щ = \frac{1}{2}\frac{mr^2}{2}\frac{x^2}{r^2} = \frac{mx^2}{4}$.

По закону сохранения энергии

$$E_{п_1} + E_{п_2} = E_{п_1} + m_1gh + E_{п_2} - m_2gh + \frac{m_1x^2}{2} + \frac{m_2x^2}{2} + \frac{mx^4}{4}. \qquad (12)$$

Перенесем члены, соответствующие потенциальной энергии грузов, из правой части равенства (12) в левую. После очевидных преобразований получим:

$$\left(m_2 - m_1\right)gh = (m_2 + m_1 + \frac{m}{2})\frac{x^2}{2}.$$

Так как грузы двигались равноускоренно, то $\upsilon^2 = 2ah$.

Следовательно,

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1 + \frac{m}{2})a,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g,$$

т. е. получено выражение совпадающее с выражением (12).

Пример 3*. Два маховика, выполненные в виде дисков радиусами 0,4 м и имеющие массу 100 кг каждый, были раскручены до скорости вращения 480 об/мин и затем предоставлены сами себе. Под действием трения валов о подшипники первый маховик остановился через 1 мин 20 с; второй маховик до полной остановки сделал 240 об. Определить моменты сил трения вала о подшипники у каждого маховика и сравнить эти силы между собой.

Р е ш е н и е.

Найдем момент сил трения, действующий на первый маховик. Для этого воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$M_1 \Delta t = J\omega_2 - J\omega_1,$$

где M_1 – вращающий момент (в данном случае – искомый момент силы трения); Δt – время действия вращающего момента; J – момент инерции маховика; ω_1 – начальная угловая скорость вращения маховика; ω_2 – его конечная угловая скорость.

Решив это уравнение относительно M_1, получим:

$$M_1 = \frac{J(\omega_2 - \omega_1)}{\Delta t}.$$

Найдем числовые значения величин J и ω_1 и подставим их в выражение для M_1:

$$J = \frac{mr^2}{2} = \frac{100 \cdot (0{,}4)^2}{2} = 8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 480}{60} = 50 \text{ с}^{-1};$$

$$\Delta t = 1 \text{ мин } 20 \text{ с} = 80 \text{ с},$$

$$M_1 = \frac{8 \cdot (0 - 50)}{80} = -5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

(Знак "минус" означает, что момент M_1 – тормозящий.)

Найдем момент сил трения, действующих на второй маховик. Так как в условии задачи дано число оборотов, сделанных вторым маховиком до полной остановки, то воспользуемся уравнением, выражающим связь между работой и изменением кинетической энергии для вращательного движения:

$$M_2 \Delta\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2},$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота тела.

Решив это уравнение относительно M_2, получим:

$$M_2 = \frac{J\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)}{2\Delta\varphi}.$$

В полученное для M_2 выражение подставим числовые значения входящих величин и произведем вычисления:

$$J = 8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2 = 0;$$

$$\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi = 2\pi N = 2\pi \cdot 240 = 1507 \text{ рад};$$

$$M_2 = \frac{8 \cdot (0 - 50^2)}{2 \cdot 1507} = -\,6{,}64 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Чтобы сравнить полученные значения моментов сил трения, найдем отношение их абсолютных значений:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{6{,}44}{5} = 1{,}33.$$

У второго маховика момент сил трения больше в 1,33 раза.

Пример 4. С какой скоростью движется Земля вокруг Солнца? (Принять, что Земля движется по круговой орбите.)

Р е ш е н и е.

На тело, движущееся по круговой орбите, действует центростремительная сила, величина которой выражается формулой

$$F_{\text{цс}} = \frac{mx^2}{R}.$$

где m – масса тела; υ – скорость движения тела по орбите; R – радиус кривизны орбиты.

В рассматриваемом случае центростремительной силой является сила притяжения Земли Солнцем, которая выражается формулой

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2},$$

где γ – гравитационная постоянная; M – масса Солнца; R – расстояние центра Земли от центра Солнца (равно радиусу орбиты).

Приравняв выражения для центростремительной силы $F_{\text{цс}}$ и силы притяжения F, получим уравнение

$$\frac{mx^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2},$$

откуда

$$x = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}.$$

Подставим в это выражение числовые значения входящих в него величин:

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2);$$

$$M = 1{,}98 \cdot 10^{30}\ \text{кг};$$

$$R = 1{,}49 \cdot 10^{11}\ \text{м}.$$

Выполняя арифметические действия, находим:

$$x = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}98 \cdot 10^{30}}{1{,}49 \cdot 10^{11}}} = 2{,}98 \cdot 10^4 = 29{,}8\ \text{км/с}.$$

Пример 5. С какой скоростью должна быть выброшена с поверхности Солнца частица, чтобы она могла удалиться за приделы солнечной системы?

Р е ш е н и е.

Частица должна быть выброшена с такой скоростью υ, чтобы соответствующая этой скорости кинетическая энергия была равна работе A, совершаемой против сил притяжения частицы к Солнцу при удалении её в бесконечность, т. е. чтобы $\frac{mx^2}{2} = A$, откуда

$$x = \sqrt{\frac{2A}{m}}. \qquad (13)$$

Для того чтобы вычислить работу, совершаемую против силы притяжения F при удалении тела от Солнца, используем правило нахождения работы переменной силы. Элементарная работа против силы притяжения F при удалении на расстояние dr выразится так:

$$dA = Fdr = \gamma \frac{mM}{r^2} dr,$$

где m – масса тела; M – масса Солнца; r – расстояние тела от Солнца.

Работа, которую нужно совершить, чтобы удалить тело с поверхности Солнца в бесконечность, будет равна:

$$A = \int_R^\infty \gamma mM \frac{dr}{r^2} = \gamma mM \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \gamma m \frac{M}{R},$$

где R – радиус Солнца.

Подставим полученное выражение работы A в формулу (13):

$$x = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

и вычислим это значение скорости:

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2);$$

$$M = 1{,}98 \cdot 10^{30} \text{ кг};$$

$$R = 6{,}95 \cdot 10^8 \text{ м};$$

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}98 \cdot 10^{30}}{6{,}95 \cdot 10^8}} = 6{,}15 \cdot 10^5 = 615 \text{ км/с}.$$

Пример 6. Материальная точка с массой 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Полная энергия колеблющейся точки равна 10^{-4} Дж.

1. Найти амплитуду колебаний. 2. Написать уравнение данных колебаний. 3. Найти наибольшее значение силы, действующей на точку.

Р е ш е н и е.

1. Запишем уравнение гармонических колебаний в виде

$$x = A \sin \omega\, t.$$

Взяв первую производную смещения x по времени, найдем скорость колеблющейся точки:

$$x = \frac{dx}{dt} = A\text{щ} \cos \text{щ}t\,. \qquad (14)$$

Воспользовавшись равенством (14), получим для кинетической энергии колеблющейся точки

$$E_{\text{к}} = \frac{mx^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\cos^2 \omega t}{2}.$$

Полная энергия колеблющейся точки равна максимальному значению кинетической энергии точки:

$$E_{\text{к max}} = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Отсюда находим следующее выражение для амплитуды колебаний;

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2A_{\text{к max}}}{m}}.$$

Циклическая частота ω связана с периодом колебаний τ соотношением $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$.

Подставим это соотношение в предыдущее выражение:

$$A = \frac{\tau}{2\pi}\sqrt{\frac{2E_{\text{к max}}}{m}}$$

и произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} = 0{,}0448 \text{ м.}$$

Найдем числовое значение циклической частоты:

$$\omega = \frac{2\pi}{2} = \pi \cdot \text{с}^{-1}.$$

2. Запишем уравнение гармонических колебаний для данной точки:

$$x = 0{,}0448 \sin \pi t.$$

3. Ускорение колеблющейся точки найдем, взяв производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dx}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t.$$

Отсюда максимальное ускорение

$$a_{\max} = A\omega^2.$$

После того, найдем максимальную силу, действующую на точку:

$$F_{\max} = mA\omega^2.$$

Произведем вычисления:

$$F_{\max} = 0{,}01 \cdot 0{,}0448 \cdot 3{,}14^2 = 4{,}42 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Пример 7*. Плоская волна распространяется по прямой со скоростью 20 м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях 12 и 15 м от источника волн, колеблются по закону синуса с амплитудами, равными 0,1 м, и с разностью фаз, равной 135°. Найти длину волны, написать её уравнение и найти смещения указанных точек в момент времени $t = 1{,}2$ с.

Р е ш е н и е.

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi.$$

Решив это равенство относительно λ, получим:

$$\lambda = \Delta x \frac{2\pi}{\Delta\varphi}.$$

Расстояние Δx между указанными точками:

$$\Delta x = (15 - 12) = 3 \text{ м}.$$

Подставив числовые значения величин, входящих в выражение для λ, и выполнив арифметические действия, получим:

$$л = 3 \cdot \frac{2\pi}{0{,}75\pi} = 8 \text{ м}.$$

Скорость распространения волны υ связана с длиной волны λ и периодом колебаний T соотношением $x = \frac{\lambda}{T}$.

Решая это равенство относительно T и подставляя числовые значения входящих величин, получим:

$$T = \frac{л}{x} = \frac{8}{20} = 0{,}4 \text{ с}.$$

Используя известное соотношение между циклической частотой ω и периодом колебаний T

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

находим:

$$\omega = \frac{2\pi}{0{,}4} \frac{1}{\text{с}} = 5\pi \frac{1}{\text{с}}.$$

Зная значения амплитуды колебаний, циклической частоты ω и скорости распространения волны υ, можно написать уравнение волны для данного случая в таком виде:

$$y = 0{,}1 \sin 5\pi\left(t - \frac{x}{20}\right).$$

Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно в это уравнение подставить заданные значения t и x ($t = 1{,}2$ с; $x_1 = 12$ м; $x_2 = 15$ м), тогда

$$y_1 = 0{,}1\ \sin 5\pi \cdot (1{,}2 - \frac{12}{20}) = 0{,}1\ \sin 3\pi = 0;$$

$$y_2 = 0{,}1\ \sin 5\pi \cdot (1{,}2 - \frac{15}{20}) = 0{,}1\ \sin 2{,}25\pi = 0{,}1\ \sin 0{,}25\pi = 0{,}0707 \text{ м.}$$

4.1.2. Контрольная работа №1

Студент должен решить шесть первых задач своего варианта, выбрав их из таблицы вариантов № 1.

Таблица вариантов № 1

Вариант	Номер задач							
1	101	107	113	119	125	131	137	143
2	102	108	114	120	126	132	138	144
3	103	109	115	121	127	133	139	145
4	104	110	116	122	128	134	140	146
5	105	111	117	123	129	135	141	147
6	106	112	118	124	130	136	142	148
7	101	108	115	122	129	136	141	146
8	102	109	116	123	130	134	140	145
9	103	110	117	124	128	135	142	148
10	104	111	118	120	126	133	137	144
11	106	107	117	123	125	131	142	148
12	105	108	116	122	124	132	141	147
13	104	109	115	121	130	133	140	146
14	103	110	114	120	129	134	139	145
15	102	111	113	119	128	135	138	144
16	101	112	114	120	127	136	137	143
17	105	107	116	122	126	134	140	144
18	103	109	118	124	125	132	142	146
19	101	111	113	123	127	137	137	147
20	104	108	114	124	128	134	139	143

ЗАДАЧИ

101. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $s = 2t + 0{,}04t^3$ (расстояние – в метрах, время – в секундах). Найти скорость и ускорение точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 5$ с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 5 с движения?

102. Материальная точка движется по окружности радиуса 80 см согласно уравнению $s = 10t + 0{,}1t^3$ (расстояние – в метрах, время – в секундах). Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения в момент времени $t = 2$ с.

103. Точка движется по прямой согласно уравнению $s = 6t - \frac{t^3}{8}$.

Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

104. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = 20 + 2t + 4t^2$ и $x_2 = 2 + 2t + 0{,}5t^2$. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

105. По дуге окружности радиуса 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4,9 м/с^2; вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол $\frac{\pi}{3}$ рад. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

106. Диск радиуса 20 см вращается согласно уравнению $\varphi = 3 - t + 0{,}1t^3$. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

107. Шарик массой 200 г ударился о стенку со скоростью 10 м/с и отскочил от неё с такой же скоростью. Определить импульс, полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом $\frac{\pi}{6}$ рад к плоскости стенки.

108. Два шарика массами 2 и 4 кг двигаются со скоростями, равными: первый шар – 5 м/с; второй шар – 7 м/с. Определить скорость шаров после

прямого неупругого удара для следующих случаев: 1) больший шар догоняет меньший; 2) шары двигаются навстречу друг другу.

109. На спокойной воде пруда находится лодка длиной 4 м, расположенная перпендикулярно берегу. На корме лодки стоит человек. Масса лодки 210 кг, масса человека 60 кг. Человек перешел с кормы на нос лодки. На какое расстояние переместились при этом относительно берега человек и лодка?

110. Какую максимальную часть своей кинетической энергии может передать частица массой $2 \cdot 10^{-22}$ г, сталкиваясь упруго с частицей массой $6 \cdot 10^{-22}$ г, которая до столкновения находилась в состоянии покоя?

111. Атом распадается на две частицы массами 10^{-25} и $3 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетические энергии частей атома, если их общая кинетическая энергия $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж. (Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.)

112. Абсолютно упругий шар массой 1,8 кг сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы. В результате центрального прямого удара шар потерял 36% своей кинетической энергии. Определить массу большего шара.

113. Пружина жесткостью 1000 Н/м была сжата на 4 см. Какую нужно совершить работу, чтобы сжатие пружины увеличилось до 18 см?

114. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой 10 г со скоростью 300 м/с. Затвор пистолета массой 200 г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой равна 25 000 Н/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? (Считать, что пистолет жестко закреплен.)

115. Пружина жесткостью 10^4 Н/м сжата силой $2 \cdot 10^2$ Н. Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на Δl = 1см.

116. Гиря, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает её на 2 мм. На сколько сожмет пружину та же гиря, упавшая на конец пружины с высоты 5 см?

117. Две пружины жесткостью $3 \cdot 10^2$ и $5 \cdot 10^2$ Н/м скреплены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина была растянута на 3 см.

118. Две пружины жесткостью 10^3 и $3 \cdot 10^3$ Н/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 5$ см.

119. Маховик насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой 800 г. Опускаясь равноускоренно, груз прошел 160 см за 2 с. Радиус маховика 20 см. Определить момент инерции маховика.

120.* Диск радиусом 20 см и массой 5 кг вращался, делая 8 об/с. При торможении он остановился через 4 с. Определить тормозящий момент.

121. Сплошной однородный диск катится по горизонтальной плоскости со скоростью 10 м/с. Какое расстояние пройдет диск до остановки, если его предоставить самому себе? (Коэффициент сопротивления движению диска равен 0,02.)

122. Сплошной цилиндр скатился с наклонной плоскости высотой 15 см. Какую скорость поступательного движения будет иметь цилиндр в конце наклонной плоскости?

123. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массами 100 и 110 г. С каким ускорением будут двигаться грузики, если масса блока равна 400 г? (Трение при вращении ничтожно мало.)

124. Через неподвижный блок массой 0,2 кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами 0,3 и 0,5 кг. Определить силы натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

125. Человек стоит на скамейке Жуковского и ловит рукой мяч массой 0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии 0,8 м от вертикальной оси вращения скамейки. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамейка Жуковского с человеком, поймавшим мяч? (Считать, что суммарный момент инерции человека и скамейки 6 кг$\cdot$м^2.)

126. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиуса 2 м, стоит человек. Масса платформы 200 кг, масса человека 80 кг, платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через её центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вра-

щаться платформа, если человек будет идти вдоль её края со скоростью 2 м/с относительно платформы.

127. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя её, вернется в исходную точку? Масса платформы 240 кг, масса человека 60 кг. (Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.)

128*. Платформа в виде диска радиуса 1 м вращается по инерции, делая 6 об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого 80 кг. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет в её центр? (Момент инерции платформы 120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.)

129. На скамейке Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с угловой скоростью 1 об/с. С какой угловой скоростью будет вращаться скамейка с человеком, если повернуть стержень в горизонтальном направлении? (Суммарный момент инерции человека и скамейки 6 кг·м^2. Длина стержня 2,4 м, его масса 8 кг.)

130*. Человек стоит на скамейке Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамейка неподвижна, колесо вращается, делая 10 об/с. С какой угловой скоростью будет вращаться скамейка, если человек повернет стержень на угол 180° и колесо окажется на нижнем конце стержня? (Суммарный момент инерции человека и скамейки 6 кг·м^2, радиус колеса 20 см. Массу колеса 3 кг можно считать равномерно распределенной по ободу.)

131. На какой высоте над поверхностью Земли напряженность поля тяготения 1 Н/кг?

132. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? (Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.)

133*. Период обращения искусственного спутника Земли 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

134. Стационарный искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь все время над одним и тем же пунктом земной поверхности. Определить угловую скорость спутника и радиус его орбиты.

135. Определить работу *A,* которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой 1 кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности.

136. На какую высоту над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты будет равна первой космической скорости?

137. Материальная точка массой 0,1 г колеблется согласно уравнению $x = 5 \sin 20t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить максимальные значения возвращающей силы и кинетической энергии точки.

138. Материальная точка массой 0,01 кг совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 0{,}2 \sin 8\pi t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Найти возвращающую силу в момент $t = 0{,}1$ с, а также полную энергию точки.

139. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 5 \sin 2t$. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила $5{\cdot}10^{-3}$ Н, точка обладала потенциальной энергией 10^{-4} Дж. Найти этот момент времени и соответствующую ему фазу колебания.

140. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика – один в середине стержня, другой на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний. (Массой стержня пренебречь.)

141. Однородный диск радиуса $R = 30$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить период колебаний диска.

142. Диск радиуса $R = 24$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить приведенную длину L и период T колебаний такого маятника.

143. Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями $x_1 = \sin t$ и $x_2 = 2 \cos t$ (амплитуда

– в сантиметрах, время – в секундах). Найти амплитуду сложного движения, его частоту и начальную фазу; написать уравнение движения.

144. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = \sin \pi t$ и $x_2 = \sin \pi(t + 0{,}5)$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение.

145. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = \sin\frac{t}{2}$; $y = \cos t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

146. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = 3 \cos t$ и $y = 2 \sin t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

147*. Определить скорость υ распространения волн в упругой среде, если разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний $\nu = 25$ Гц.

148. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью $\upsilon = 50$ м/с. Период колебаний $T = 0{,}5$ с, расстояние между точками $\Delta x = 50$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

4.2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

4.2.1. Примеры решения задач

Пример 1. Сколько молекул содержится в 1 м^3 воды? Какова масса молекулы воды? Считая, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр молекул.

Р е ш е н и е.

1. Число молекул n, содержащихся в некоторой массе m любого вещества, может быть найдено из следующих соображений. Число молекул в одном киломоле определяется числом Авогадро $N_А$. Число киломолей, содержа-

щихся в массе m, определяется отношением $\frac{m}{\mu}$, где μ – киломоль. Следовательно,

$$n = \frac{m}{\mu} N_\text{A}.$$

Выразив в этой формуле массу воды как произведение ее плотности ρ на объем V, получим

$$n = \frac{\text{с}V}{\text{м}} N_\text{A}. \tag{4.15}$$

Подставив в формулу (4.15) числовые значения величин, произведем вычисления:

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$V = 1 \text{ м}^3;$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$N = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

$$n = \frac{10^3 \cdot 1}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{26} \text{ молекул.}$$

2. Массу одной молекулы воды можно найти делением массы 1 кмоль воды на число Авогадро:

$$m = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Пусть на протяжении 1 м укладывается вплотную ряд из Z молекул. Тогда в объеме 1 м^3 будет содержаться Z^3 молекул, или, как уже найдено, $3{,}34 \cdot 10^{26}$ молекул.

Следовательно,

$$Z^3 = 3{,}34 \cdot 10^{26},$$

откуда находим:

$$Z = \sqrt{3.34 \cdot 10^{26}} = 6.938 \cdot 10^{8} \text{ молекул.}$$

Диаметр одной молекулы

$$d = \frac{1}{Z} = \frac{1}{6{,}938 \cdot 10^{8}} = 1{,}44 \cdot 10^{-9} \text{ ì .}$$

Пример 2*. В баллоне вместимостью 10 л находится гелий под давлением 1 Н/м^2 и при температуре 27 °C. После того как из баллона было взято 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до 17 °C. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.

Р е ш е н и е.

Для решения задачи следует воспользоваться уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его дважды к начальному и к конечному состояниям. В начальном состоянии уравнение имеет вид

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T_1, \tag{16}$$

где p_1 – начальное давление гелия в баллоне; V – вместимость баллона; m_1 – начальная масса гелия; μ – масса одного киломоля гелия; R – универсальная газовая постоянная; T – начальная температура гелия в баллоне (по абсолютной шкале температур).

В конечном состоянии давление, масса и температура будут, соответственно, равны p_2, m_2 и T_2. Объем, который будет занимать гелий в конечном состоянии, ограничен вместимостью сосуда V, т. е. останется прежним.

Применяя уравнение Клапейрона – Менделеева к конечному состоянию гелия, получим

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2. \tag{17}$$

Из уравнений (16) и (17) можно написать:

$$m_1 = \frac{\mu p_1 V}{R T_1}; \tag{18}$$

$$m_2 = \frac{\mu p_2 V}{R T_2}. \tag{19}$$

Вычтя из равенства (18) равенство (19), получим:

$$m_1 - m_2 = \frac{\mu p_1 V}{R T_1} - \frac{\mu p_2 V}{R T_2}. \tag{20}$$

Но так как (m_1 – m_2) – масса m гелия, взятого из баллона, то равенство (20) можно переписать в виде

$$m = \frac{\mu p_1 V}{RT_1} - \frac{\mu p_2 V}{RT_2}.$$

Отсюда искомое давление

$$p_2 = \frac{RT_2}{\mu V}\left(\frac{\mu p_1 V}{RT_1} - m\right)$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V}. \qquad (21)$$

Выразим величины, входящие в формулу (21), в единицах СИ и кратных им и произведем вычисления:

$$p_1 = 1 \text{ МН/м}^2 = 1 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$$

$$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг};$$

$$\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$R = 8{,}31 \text{Дж/(моль·К)};$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ К};$$

$$T_2 = 17 + 273 = 290 \text{ К};$$

$$V = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3;$$

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4} \cdot \frac{8{,}32 \cdot 10^3}{10^{-2}} \cdot 290\right) = 3{,}64 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$$

или

$$p_2 = 364 \text{ кН/м}^2.$$

Пример 3*. Найти кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 13 °С, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

Р е ш е н и е.

Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая энергия, выражаемая формулой

$$w_0 = 1/2\, kT, \qquad (22)$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения молекулы кислорода выразится формулой

$$w = 2\cdot 1/2\ kT. \qquad (23)$$

Подставив в формулу (23) значения $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К и $T = 13 + 273 = 286$ К, получим:

$$w = 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 286 = 3{,}94\cdot 10^{-21}\text{ Дж.}$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа определяется из равенства

$$E_{\text{к}} = nw, \qquad (24)$$

где n – число всех молекул газа.

Число молекул n можно получить по формуле

$$n = N_{\text{А}}\,\nu, \qquad (25)$$

где $N_{\text{А}}$ – число Авогадро; ν – число киломолей газа.

Если учесть, что число киломолей $\nu = \frac{m}{\mu}$, где m – масса газа; μ – масса 1 кмоль газа, то формула (25) примет вид

$$n = N_{\text{А}}\frac{m}{\mu}. \qquad (26)$$

Подставив выражение (26) в равенство (24), получим:

$$E_{\text{к}} = N_{\text{А}}\frac{m}{\mu}w, \qquad (27)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ и кратных им:

$$N = 6{,}02\cdot 10^{23}\text{ кмоль}^{-1};$$
$$m = 4\text{ г} = 4\cdot 10^{-3}\text{ кг};$$
$$\mu = 32\cdot 10^{-3}\text{ кг/моль};$$
$$w = 3{,}94\cdot 10^{-21}\text{ Дж.}$$

Подставив указанные значения в формулу (27), найдем:

$$E_{\text{к}} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,94 \cdot 10^{-21} = 296 \text{ Дж.}$$

Пример 4*. 2 кг кислорода занимают сосуд вместимостью 1 м^3 и находятся под давлением 2 атм. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления 5 атм. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу. Построить график процесса.

Р е ш е н и е.

Изменение внутренней энергии газа выражается формулой

$$\Delta U = c_V m \Delta T = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} m \Delta T, \qquad (28)$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$); μ – масса 1 кмоль газа (для кислорода $\mu = 32$ кг/кмоль).

Начальную и конечную температуры газа найдем, используя уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Решив его относительно T, получим:

$$T = \frac{pV\mu}{mR}. \qquad (29)$$

Выпишем заданные величины, выразив их в единицах СИ и кратных им:

$m = 2$ кг;

$\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;

$R = 8,31$ Дж/(моль·К);

$V_1 = 1$ м^3;

$V_2 = V_3 = 3$ м^3;

$p_1 = p_2 = 2$ атм $= 2,02 \cdot 10^5$ Н/м^2;

$p_3 = 5$ атм $= 5,05 \cdot 10^5$ Н/м^2.

Подставив эти значения в выражение (29) и выполнив арифметические действия, получим:

$$T_1 = \frac{2{,}02 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}32 \cdot 10^3} = 388 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2{,}02 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}32 \cdot 10^3} = 1164 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5{,}05 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}32 \cdot 10^3} = 2910 \text{ К}.$$

Подставив в выражение (28) числовые значения входящих в него величин и выполнив арифметические действия, найдем:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}32 \cdot 10^3}{32} \cdot 2 \cdot (2910 - 388) = 3{,}27 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A = R \frac{m}{\mu} \Delta T. \tag{30}$$

Подставив числовые значения величин, входящих в выражение (30), получим:

$$A_1 = 8{,}32 \cdot 10^3 \cdot \frac{2}{32} \cdot (1164 - 3888) = 0{,}404 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т. е. $A_2 =$ $= 0$. Следовательно, полная работа, совершенная газом:

$$A = A_1 + A_2 = 0{,}404 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота Q, переданная газу, равна сумме работы A и изменению внутренней энергии ΔU:

$$Q = \Delta U + A.$$

Следовательно,

$$Q = 0{,}404 \cdot 10^6 + 3{,}27 \cdot 10^6 = 3{,}67 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

График процесса приведен на рис. 3.

Пример 5. В цилиндре под поршнем находится водород, который имеет массу 0,02 кг и начальную температуру 27 °С. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

Р е ш е н и е.

Температуры и объемы газа, совершающего адиабатический процесс, связаны между собой соотношением

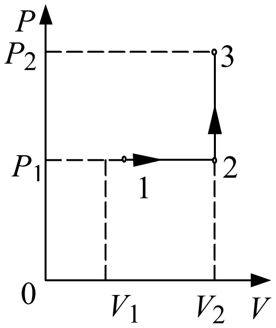

Рис. 3

$$\ln\left(\frac{\grave{O}_2}{\grave{O}_1}\right) = (\gamma - 1)\left(\frac{V_1}{V_2}\right).$$

где γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме (для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1{,}4$).

Отсюда получаем следующее конечное значение для конечной температуры T_2:

$$T_2 = 157 \text{ К}.$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2} R(T_1 - T_2).$$

Подставив числовые значения величин:

$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К);

$I = 5$ (для водорода как двухатомного газа);

$m = 0{,}02$ кг;

$\mu = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$;

$T_1 = 300$ K;

$T_2 = 157$ K;

в правую часть последней формулы и выполнив арифметические действия, получим:

$$A_1 = \frac{0{,}02 \cdot 5 \cdot 8{,}32 \cdot 10^3}{2 \cdot 2} \cdot (300 - 157) = 2{,}98 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = RT_2 \frac{m}{\text{м}} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Подставив известные числовые значения величин, входящих в правую часть этого равенства, и выполнив арифметические действия, найдем:

$$A_2 = 8{,}32 \cdot 10^3 \cdot 157 \cdot 0{,}02/2 \cdot \ln 1/5 = -2{,}10 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии газа работа над газом совершается внешними силами.

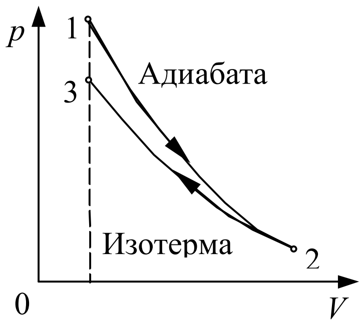

Рис. 4

Полная работа, совершенная газом при описанных процессах:

$$A = 2{,}98 \cdot 10^4 - 2{,}10 \cdot 10^4 = 8{,}8 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

График процесса приведен на рис. 4.

Пример 6*. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227 °С. Определить термический КПД цикла и температуру охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

Р е ш е н и е.

Термический КПД тепловой машины, называемый также коэффициентом использования теплоты, показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины; Q_1 – теплота, полученная от нагревателя.

Подставив числовые значения A и Q, получим:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35 = 35\%.$$

Зная КПД цикла, по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_3}{T_1}$$

можно определить температуру охладителя T_2:

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Подставив сюда полученное значение КПД ($\eta = 0{,}35$) и температуру нагревателя, равную

$$T_1 = (227 + 273) = 500\ \text{К},$$

получим:

$$T_2 = 500\ (1 \cdot 0{,}35) = 325\ \text{К},$$

или

$$t_2 = (325 - 273) = 52\ {}^\circ\text{С}.$$

4.2.2. Контрольная работа № 2

Студент-заочник должен решить семь контрольных задач, номера которых в соответствии с вариантом задания определяются по таблице вариантов № 2.

Таблица вариантов № 2

Вариант	Номер задачи						
1	201	207	213	219	225	231	237
2	202	208	214	220	226	232	238
3	203	209	215	221	227	233	239
4	204	210	216	222	228	231	240
5	205	211	217	223	229	235	241
6	206	212	218	224	230	233	242
7	201	208	215	222	229	236	241
8	202	209	216	223	230	232	240
9	203	210	217	224	228	235	242
10	204	211	218	220	226	233	237
11	206	210	215	219	225	231	239
12	205	209	216	221	226	232	240
13	204	208	217	222	227	235	241
14	203	207	218	223	228	234	242
15	202	210	213	224	229	233	237
16	201	211	214	219	230	232	238
17	206	212	215	220	229	231	239
18	205	208	216	221	228	236	240
19	204	209	217	222	227	235	241
20	203	207	218	223	226	235	242

ЗАДАЧИ

201. Сколько атомов содержится в капельке ртути массой 1 г?

202. Определить массу одной молекулы воды.

203. Определить массу 1 кмоль и одной молекулы поваренной соли.

204*. Сколько киломолей и сколько молекул содержится в 1 см^3 воды при 4 °С?

205. Сколько атомов содержится в 1 г водорода? Найти массу одного атома водорода.

206. Определить массу одной молекулы сероуглерода CS_2. Принимая, что молекулы в жидкости имеют шарообразную форму и расположены вплотную друг к другу, определить диаметр молекулы.

207. Сосуд вместимостью V = 0,01 м^3 содержит азот массой m_1 = 7 г и водород массой m_2 = 1 г при температуре T = 280 К. Определить давление p смеси газов.

208*. Баллон вместимостью V = 15 л содержит смесь водорода и азота при температуре t = 27 °С и давлении p = 12,3 атм. Масса смеси m = 145 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

209*. Один баллон вместимостью V_1 = 20 л содержит азота под давлением p_1 = 24 атм, другой баллон вместимостью V_2 = 44 л содержит кислород под давлением p_2 = 16 атм. Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов в смеси и полное давление p смеси.

210*. Найти плотность ρ газовой смеси состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении p = 720 мм рт. ст. и температуре t = 15 °С.

211*. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением p = 10 атм. Считая, что масса кислорода составляет 20% от массы смеси, определить парциальные давления p_1 и p_2 отдельных газов.

212*. В баллоне вместимостью V = 11,2 л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до p = 1,5 атм, а температура не изменилась. Определить массу m гелия, введенного в баллон.

213. Найти среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул, заключенных в 1 моль и в 1 кг гелия при температуре 73 К.

214. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы водорода, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул в 1 кмоль водорода при температуре 290 К.

215. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул 1 кмоль этого газа равна 3,01 МДж/кмоль.

216*. Газ занимает объем 1 л под давлением 2 атм. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме газа.

217*. Сосуд вместимостью 4 л содержит 0,6 г некоторого газа под давлением 2 атм. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

218. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки 10^{-10} г. Температура газа 300 К. Определить средние квадратичные скорости, а также средние кинетические энергии поступательного движения молекул азота и пылинок.

219. Каковы удельные теплоемкости c_p и c_V смеси газов, содержащей кислород массой m_1 = 10 г и азот массой m_2 = 20 г?

220. Найти отношение C_p / C_V для смеси газов, состоящей из 10 г гелия и 4 г водорода.

221. Смесь газов состоит из 2 моль одноатомного и 3 моль двухатомного газа. Определить мольные теплоемкости C_p и C_V смеси.

222. При некоторых условиях 40% молекул водорода распались на атомы. Найти удельные теплоемкости c_p и c_V такого водорода при постоянном давлении.

223. Вычислить мольные и удельные теплоемкости газа, если относительная молекулярная масса его $M = 30$, а отношение теплоемкостей $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = 1{,}4$.

224. Молекулы двухатомного газа при некоторых условиях частично распадаются на отдельные атомы. Определить, сколько процентов молекул распалось, если отношение теплоемкостей такого газа $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = 1{,}5$.

225*. Чему равна средняя длина свободного пробега молекул водорода при температуре +27 °С и давлении $3 \cdot 10^{-8}$ мм рт. ст.? Диаметр молекулы водорода $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ см.

226. Баллон вместимостью 10 л содержит 1 г водорода. Определить среднюю длину свободного пробега молекул. Диаметр молекул водорода $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ см.

227. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода при нормальных условиях равна 10^{-5} см. Вычислить среднюю арифметическую скорость молекул и число соударений в секунду для одной молекулы.

228*. Какова длина свободного пробега молекулы кислорода при температуре 200 °С и давлении 0,001 мм рт. ст? Каково число соударений в секунду каждой молекулы?

229. Найти диаметр молекул водорода, если для водорода при нормальных условиях длина свободного пробега молекул равна $1{,}12 \cdot 10^{-5}$см.

230. Определить плотность водорода, если длина свободного пробега его молекул равна 0,1 см.

231*. В цилиндре под поршнем находится 20 г азота. Газ был нагрет от температуры 20 °С до температуры 180 °С при постоянном давлении. Определить теплоту, переданную газу, совершенную газом работу и приращение внутренней энергии.

232. При изотермическом расширении 1 г водорода объем газа увеличился в два раза. Определить работу расширения, совершенную газом, если температура газа была равна 290 К. Какое количество теплоты было при этом передано газу?

233*. Воздух, находившийся под давлением p_1 = 1 атм, был адиабатически сжат до давления p_2 = 10 атм. Каково будет давление p_3, когда сжатый воздух, сохраняя свой объем неизменным, охладится до первоначальной температуры?

234. В цилиндре под поршнем находится водород массой m = 0,02 кг при температуре T_1 = 300 К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатического расширения и полную работу A, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

235*. Кислород массой m = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_1 = 2 атм. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_3 = 5 атм. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

236*. Из баллона, содержащего водород под давлением p_1=10 атм при температуре t = 18 °С, выпустили половину находящегося в нем количества газа. Считая процесс адиабатическим, определить конечные температуру t_2 и давление p_2.

237. При круговом процессе газ совершил работу 1000 Дж и отдал охладителю 4000 Дж теплоты. Определить термический КПД цикла.

238*. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревания 1000 Дж теплоты и совершил работу 200 Дж. Температура нагревателя 100 °С. Определить температуру охладителя.

239. Газ совершает цикл Карно. Температура охладителя 273 К. Какова температура нагревателя, если за счет каждой килокалории теплоты, полученной от нагревателя, газ совершает работу 1200 Дж?

240. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю 2/3 количества теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя равна 420 К.

241. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу изотермического сжатия, если термический КПД цикла равен 0,2.

242*. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя 200 °С, охладителя – 10 °С. При изотермическом расширении газ совершил работу 100 Дж. Определить термический КПД цикла, а также количество теплоты, которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

4.3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

4.3.1. Примеры решения задач

Пример 1. Три одинаковых положительных заряда по 10^{-9} Кл. каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника (рис. 5). Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

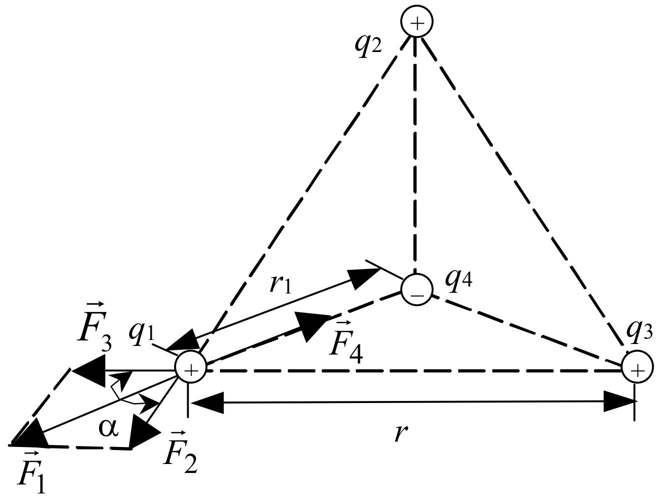

Рис. 5

Р е ш е н и е.

Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например q_1, находился в равновесии.

Заряд q_1 будет находиться в равновесии, если будет выполняться условие

$$F_4 = F, \tag{31}$$

где F_4 – числовое значение силы $\vec{F}_4$, действующей на заряд q_1 со стороны заряда q_1, помещенного в центре треугольника; F – числовое значение равнодействующих сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, действующих на заряд q_1 со стороны зарядов q_2 и q_3.

Выразив F в формуле (31) через числовые значения составляющих $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ и с учетом, что $F_2 = F_3$, получим:

$$F_4 = F_2\sqrt{2\cdot(1+\cos\alpha)}\,. \tag{32}$$

Значения F_4 и F_2 в равенстве (32) находим по закону Кулона; тогда с учетом, что $q_2 = q_3 = q_1$, можно записать:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда

$$q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^3}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (33)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30°} = \frac{r}{2\cos 30°} = \frac{r}{\sqrt{3}};$$

$$\cos\alpha = \cos 60° = \frac{1}{2} \text{ и } q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}}.$$

Подставив в выражение (33) числовое значение q_1, получим:

$$q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}} = 5{,}8\cdot 10^{-10}\text{ Кл.}$$

Пример 2. Два точечных электрических заряда $q_1 = 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -2\cdot 10^{-9}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке A (рис. 6), если расстояние $r_1 = 9$ см и $r_2 = 7$ см.

Р е ш е н и е.

Общая (результирующая) напряженность E в точке A равна сумме напряженностей двух полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2, т. е.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \qquad (34)$$

где E_1 — напряженность поля заряда q_1; E_2 – напряженность поля заряда q_2.

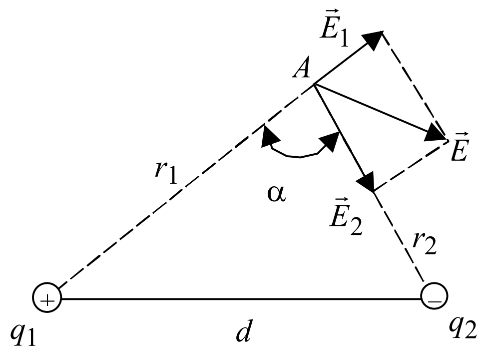

Рис. 6

На рис. 6 вектор $\vec{E}_1$ направлен от заряда q_1, так как этот заряд положительный, вектор $\vec{E}_2$ направлен в сторону заряда q_2, так как этот заряд отрицательный. Результирующий вектор $\vec{E}$ совпадает по значению и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на слагаемых векторах. С учетом выражения (34) найдем значение вектора $\vec{E}$ из соотношения

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha}. \qquad (35)$$

Абсолютное значение напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, а также cos α, определим по формулам:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}; \qquad (36)$$

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}. \qquad (37)$$

Выпишем значения всех величин:

$$q_1 = 10^{-9}\ \text{Кл};\ q_2 = -2\cdot 10^{-9}\ \text{Кл};\ \varepsilon = 1;$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\ \text{Ф/м};$$

$$r_1 = 9\ \text{см} = 0{,}09\ \text{м};$$

$$r_2 = 7\ \text{см} = 0{,}07\ \text{м};$$

$$d = 10\ \text{см} = 0{,}1\ \text{м}.$$

Подставив эти числовые значения в формулы (36), (37) и (35), получим:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}}\cdot\frac{10^{-9}}{1\cdot(0{,}09)^2} = 1{,}11\cdot 10^3\ \text{В/м};$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}}\cdot\frac{2\cdot 10^{-9}}{1\cdot(0{,}07)^2} = 3{,}68\cdot 10^3\ \text{В/м}$$

(при вычислении E_2 знак заряда q_2 был опущен, так как в данном случае важно знать абсолютное значение напряженности);

$$\cos\alpha = \frac{(0{,}09)^2 + (0{,}07)^2 - (0{,}1)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = 0{,}238;$$

$$E = \sqrt{(1{,}11\cdot 10^3)^2 + (3{,}68\cdot 10^3)^2 - 2\cdot 1{,}11\cdot 10^3\cdot 3{,}68\cdot 10^3\cdot 0{,}238} =$$

$$= 3{,}58\cdot 10^3\ \text{В/м}.$$

Потенциал φ результирующего поля, созданного двумя зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов, т. е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \tag{38}$$

Потенциал φ_1 является положительным, поскольку поле создано положительным зарядом q_1, потенциал φ_2 является отрицательным, поскольку поле создано отрицательным зарядом q_2.

Потенциал поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}. \tag{39}$$

Подставив в выражение (39) численные значения величин, получим:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\dfrac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}}\cdot\frac{10^{-9}}{1\cdot 0{,}09} = 100\ \text{В};$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{4\pi\dfrac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}}\cdot\frac{2\cdot 10^{-9}}{1\cdot 0{,}07} = -257\ \text{В}.$$

Подставив в выражение (38) численные значения потенциалов φ_1 и φ_2 с учетом их знаков, получим:

$$\varphi = 100 - 257 = -157\ \text{В}.$$

Пример 3. Определить начальную скорость v_0 сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.

Р е ш е н и е.

Между двумя протонами действуют силы отталкивания, вследствие чего движение протонов будет замедленным. Поэтому задачу можно решить как в инерциальной системе координат (связанной с центром масс двух протонов), так и в неинерциальной (связанной с одним из ускоренно*) движущихся про-

*) Следует иметь в виду, что замедленное движение протона есть движение с отрицательным ускорением и в этом смысле является ускоренным.

тонов). Во втором случае законы Ньютона не имеют места. Применение же принципа Даламбера затруднительно из-за того, что ускорение системы будет переменным. Поэтому удобно рассмотреть задачу в инерциальной системе отсчета.

Поместим начало координат в центр масс протонов. Поскольку мы имеем дело с одинаковыми частицами, то центр масс будет находиться в точке, делящей пополам отрезок, соединяющий частицы. Относительно центра масс частицы будут иметь в любой момент времени одинаковые по абсолютному значению скорости υ_1 и υ_2. Скорость каждой частицы будет равна половине скорости сближения:

$$x_1 = x_2 = \frac{x_0}{2}. \tag{40}$$

Для решения задачи применим закон сохранения энергии, согласно которому полная механическая энергия E изолированной системы постоянна, т. е.

$$W = E_{\text{к}} + E_{\text{п}},$$

где $E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия; $E_{\text{п}}$ – потенциальная энергия.

Выразим потенциальную энергию в начальный и в конечный моменты движения.

В начальный момент, согласно условию задачи, протоны находились на большом расстоянии, поэтому потенциальной энергией можно пренебречь. Следовательно, для начального момента полная энергия будет равна кинетической энергии $E_{\text{к}_0}$ протонов, т. е.

$$E = E_{\text{к}0}. \tag{41}$$

В конечный момент, когда протоны максимально сблизятся, скорость и кинетическая энергия равны нулю, а полная энергия E будет равна потенциальной энергии $E_{\text{п кон}}$:

$$E = E_{\text{п кон}}. \tag{42}$$

Приравняв правые части равенств (41) и (42), получим:

$$E_{\text{к}0} = E_{\text{п кон}}. \tag{43}$$

Кинетическая энергия $E_{К0}$ равна сумме кинетических энергий протонов, поэтому с учетом равенства (40) получим

$$E_{К_0} = \frac{m\left(\frac{x_0}{2}\right)^2}{2} + \frac{m\left(\frac{x_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{mx_0^2}{4}. \quad (44)$$

Потенциальная энергия системы двух зарядов q_1 и q_2, находящихся в вакууме, определяется по формуле

$$E_{п\ кон} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где r – расстояние между зарядами.

Воспользовавшись этой формулой, получим:

$$E_{п\ кон} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}. \quad (45)$$

С учетом выражений (44) и (45) формула (43) примет вид

$$\frac{mx_0^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}.$$

Отсюда

$$x_0 = \frac{e}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 m r_{min}}}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$x_0 = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{\sqrt{3{,}14 \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{-13}}} = 2{,}35 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Пример 4. Электрон со скоростью $1{,}83 \cdot 10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном напряженности поля. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы обладать энергией 13,6 эВ*)? (Обладая такой энергией электрон при столкновении с атомом водорода может ионизовать его. Энергия 13,6 эВ называется энергией ионизации водорода.)

Р е ш е н и е.

Электрон должен пройти такую разность потенциалов U, чтобы приобретенная при этом энергия W в сумме с кинетической энергией $E_К$, которой обладал электрон перед вхождением в поле, составила энергию, равную энергии ионизации I_0, т. е.

$$W + E_К = I_0.$$

Подставив в эту формулу выражения для W и $E_К$:

$$W = eU \text{ и } E_К = \frac{mx^2}{2},$$

получим

$$eU + \frac{mx^2}{2} = I_0.$$

Отсюда

$$U = \frac{2I_0 - mx^2}{2e}.$$

Произведем вычисления в единицах СИ:

$$I_0 = 13{,}6 \text{ эВ} = 2{,}18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж};$$

$$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$v = 1{,}83 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{Кл};$$

$$U = \frac{2 \cdot 2{,}18 \cdot 10^{-18} - 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}83)^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 4{,}15 \text{ В}.$$

---

*) Электрон-вольт (эВ) – энергия, которую приобретает частица, имеющая заряд, равный заряду электрона, прошедшая разность потенциалов 1 В. Эта единица энергии широко применяется в атомной и ядерной физике.

Пример 5. Конденсатор емкостью $3 \cdot 10^{-3}$ Ф был заряжен до разности потенциалов 40 В. После отключения от источника тока конденсатор соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $5 \cdot 10^{-3}$ Ф. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Р е ш е н и е.

Количество энергии ΔW, израсходованное на образование искры:

$$\Delta W = W_1 - W_2, \tag{46}$$

где W_1 – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}, \tag{47}$$

где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов; U – разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив в формуле (46) энергии W_1 и W_2 по формуле (47) и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \tag{48}$$

где C_1 и C_2 – емкости первого и второго конденсаторов; U_1 – разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор; U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

С учетом того, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив это выражение U_2 в формулу (48), получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдем:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

В полученное выражение подставим числовые значения и вычислим ΔW:

$$C_1 = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{Ф};$$

$$C_2 = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{Ф};$$

$$U_1 = 40\ \text{В},$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 1600 = 1{,}5\ \text{Дж}.$$

Пример 6. Потенциометр с сопротивлением 100 Ом подключен к батарее, ЭДС которой 150 В и внутреннее сопротивление 50 Ом. Определить показание вольтметра с сопротивлением 500 Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и с подвижным контактом, установленным посредине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?

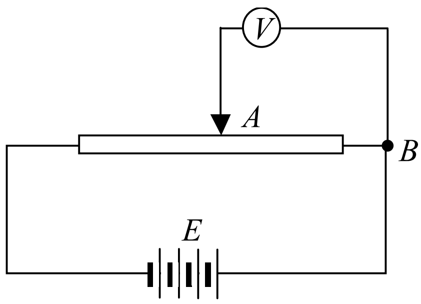

Рис. 7

Р е ш е н и е.

Показание U_1 вольтметра, подключенного к точкам A и B (рис. 7), определяется по формуле

$$U_1 = I_1 r_1, \tag{49}$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной часта цепи; r_1 – сопротивление параллельно соединенных участков – вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{E}{r_e + r_i}, \tag{50}$$

где E – ЭДС источника тока; r_e – сопротивление внешней цепи; r_i – сопротивление источника тока.

Внешнее сопротивление r_e есть сумма двух сопротивлений:

$$r_e = \frac{1}{2} + r_1, \tag{51}$$

где r_e – сопротивление потенциометра; r_1 – сопротивление параллельного соединения, которое может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_{\text{в}}} + \frac{1}{\frac{r}{2}},$$

откуда

$$r_1 = \frac{r r_{\text{в}}}{r + 2r_{\text{в}}}.$$

Подставив числовые значения, найдем:

$$r_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45{,}5 \text{ Ом}.$$

Подставив в выражение (50) правую часть равенства (51), определим силу тока:

$$I_1 = \frac{E}{\frac{r}{2} + r_1 + r_i} = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50} = 1{,}03 \text{ А}.$$

Если подставить значения I_1 и r_1 в формулу (49), то можно определить показание вольтметра:

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45{,}5 = 46{,}9 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра, т. е.

$$U_2 = I_2 \frac{r}{2}$$

или

$$U_2 = \frac{E}{r + r_i} \frac{r}{2}.$$

Подставив в последнее уравнение числовые значения, получим

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$$

Пример 7. Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра (рис. 8). В этой цепи r_1 = 100 Ом, r_2 = 50 Ом r_3 = 20 Ом, ЭДС элемента E_1 = 2 В. Гальванометр регистрирует ток I_3 = 50 мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС второго элемента E_2. (Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.)

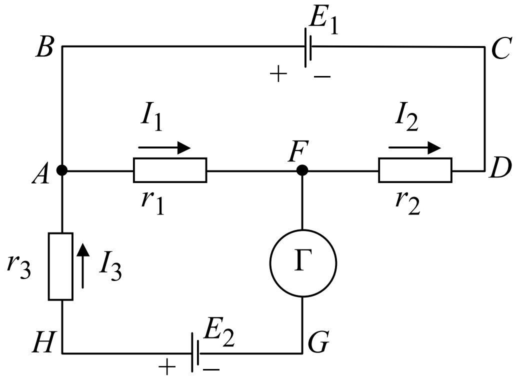

Рис. 8

У к а з а н и е. Для расчета разветвленных цепей применяются правила Кирхгофа.

Первый правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е. $\Sigma I = 0$.

Второй правило Кирхгофа. В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в контуре.

На основании этих законов можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и ЭДС).

Применяя правила Кирхгофа, следует соблюдать следующие правила.

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направление обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными, а токи, отходящие от узла, отрицательными.

Число уравнений, составляемых по первому правилу Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа надо считать: а) что падение напряжения на участке цепи (т. е. произведение *Ir)* входит в уравнение со знаком ″плюс″, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура; в противном случае произведение *Ir* входит в уравнение со знаком ″минус″; б) ЭДС входит в уравнение со знаком ″плюс″, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т. е. если при обходе приходится идти от ″минуса″ к ″плюсу″ внутри источника тока; в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком ″минус″.

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму правилу Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному.

Р е ш е н и е.

Выберем направления токов, как они показаны на рис. 8, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому правилу Кирхгофа для узла *F* имеем:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \tag{52}$$

По второму правилу Кирхгофа имеем для контура *ABCDFA:*

$$-I_1 r_1 - I_2 r_2 = -E_1$$

или после умножения обеих частей равенства на – 1:

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1 \tag{53}$$

Соответственно, для контура *AFGHA* найдем:

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = E_2. \tag{54}$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (52), (53) и (54) получим:

$$I_1 - I_2 - 0{,}05 = 0;$$
$$50I_1 + 25I_2 = 1;$$
$$100I_1 + 0{,}05\cdot 20 = E_2.$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 0{,}05; \\ 50I_1 + 25I_2 = 1; \\ 100I_1 - E_2 = -1. \end{cases}$$

Эту систему уравнений с тремя неизвестными можно решить обычными алгебраическими приемами, но так как по условию задачи требуется определить только одно неизвестное (E_2) из трех, то воспользуемся методом определителей.

Составим и вычислим определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -25 - 50 = -75.$$

Составим и вычислим определитель для E_2:

$$\Delta E_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0{,}05\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} =$$
$$= -25 - 50 - 100 - 125 = -300.$$

Следовательно,

$$E_2 = \frac{\Delta E_2}{\Delta} = \frac{-300}{-75} = 4, \qquad E_2 = 4 \text{ В}.$$

4.3.1. Контрольная работа № 3

Студент должен решить семь задач своего варианта из таблицы вариантов № 3.

Таблица вариантов № 3

Вариант	Номер задачи						
1	301	307	313	319	325	331	337
2	302	308	314	320	326	332	338
3	303	309	315	321	327	333	339
4	304	310	316	322	328	334	340
5	305	311	317	323	329	335	336
6	306	312	318	324	330	336	338
7	301	308	315	322	329	336	341
8	302	309	316	323	330	334	340
9	303	310	317	324	328	335	339
10	304	311	318	320	326	333	337
11	302	310	317	323	330	336	338
12	303	311	318	324	329	335	337
13	304	312	313	322	328	334	336
14	305	307	314	321	327	333	338
15	306	308	315	320	326	332	340
16	305	309	316	319	325	331	339
17	303	310	317	323	328	335	338
18	304	311	318	324	327	336	337
19	303	312	313	321	326	333	336
20	301	308	314	320	329	335	340

ЗАДАЧИ

301. Тонкий прямой стержень длиной 10 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда 10^{-7} Кл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии 10 см от ближайшего конца находится точечный заряд 10^{-8} Кл. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

302. На продолжении оси заряженного с линейной плотностью заряда 10^{-7} Кл/м тонкого прямого стержня на расстоянии 10 см от его конца находится точечный заряд 10^{-8} Кл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

303. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью 0,1 мкКл/см. Определить силу, действующую на точечный заряд 10^{-8} Кл, находящийся на расстоянии 20 см от стержня вблизи его середины.

304. Очень длинный тонкий стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда τ = 0,1 мкКл/см. На перпендикуляре к оси стержня, восстановленном из конца его, находится точечный заряд $q = 10^{-8}$ Кл. Расстояние заряда от конца стержня a = 20 см. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

305. Кольцо радиуса 10 см равномерно заряжено с линейной плотностью 10^{-7} Кл/м. Определить силу взаимодействия заряда кольца с зарядом 10^{-8} Кл, находящимся на оси кольца на расстоянии 10 см от его центра.

306. Тонкое кольцо радиуса R = 10 см несет равномерно распределенный заряд q = 0,1 мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $q_1 = 10^{-2}$ мкКл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца: 1) на r_1 = 20 см; 2) на r_2 = 2 м.

307. Тонкое кольцо радиуса R = 8 см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10^{-8}$ Кл/м. Определить напряженность электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 10 см.

308. С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда, равной $2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м, находящиеся на расстоянии 4 см друг от друга?

309. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости равна $9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой 10 г. Определить заряд шарика, если нить образует с плоскостью угол 45°.

310. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью заряда $2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2?

311. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда 10^{-4} Кл/м^2, расположена бесконечно длинная прямая нить, несущая равномерно распределенный заряд 10^{-6} Кл на каждый метр длины проводника. Определить силу, действующую со стороны плоскости на единицу длины нити.

312. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 10$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-4}$ Кл/м^2. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на 5 см.

313. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов $q_1 = 10^{-7}$ Кл и $q_2 = 10^{-8}$ Кл, находящихся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга.

314. Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью с равномерно распределенным зарядом 10^{-10} Кл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от нити на 5 и на 10 см.

315. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда 10^{-8} Кл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на 5 и на 10 см.

316. Заряды двух концентрических сфер радиусами 10 и 20 см соответственно равны $2 \cdot 10^{-8}$ и -10^{-10} Кл. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от центра сфер на 15 и на 25 см.

317. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом 10^{-10} Кл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, расположен-

ных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии 10 см от центра диполя.

318. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда 10^{-10} Кл/м. Определить потенциал поля в точке пересечения диагоналей.

319. Пылинка массой 10^{-9} г, несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $3 \cdot 10^{6}$ В. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

320. Электрон, обладающий кинетической энергией 5 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов 2 В?

321. Ион атома водорода H^{+} прошел разность потенциалов 100 В, ион атома калия K^{+} – 200 В. Найти отношение скоростей этих ионов.

322. Найти отношение скоростей ионов Ca^{++} и Na^{+}, прошедших одинаковую разность потенциалов.

323. Пылинка массой 10^{-5} г, несущая на себе заряд 10^{-8} Кл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов 150 В пылинка имела скорость 20 м/с. Какова была скорость пылинки до того, как она влетела в поле?

324. Электрон с энергией 100 эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиуса 5 см. Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее равен -10^{-10} Кл.

325. Два конденсатора емкостью 2 и 3 мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее, ЭДС которой 30 В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками.

326. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков – слоем стекла толщиной 1 см и слоем парафина толщиной 2 см. Разность потенциалов между обкладками равна 3000 В. Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев.

327. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиуса 20 см каждая. Расстояние между пластинами 5 мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения 3000 В. Определить заряд и напряженность поля конденсатора, если диэлектриком будут: а) воздух; б) стекло.

328. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов 500 В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до 70 В.

329. Плоский конденсатор с площадью пластин 300 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов 1000 В. Расстояние между пластинами 4 см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию поля конденсатора и плотность энергии поля.

330. Расстояние между пластинами плоского конденсатора 2 см, разность потенциалов 6000 В. Заряд каждой пластины 10^{-8} Кл. Определить энергию поля конденсатора и силу взаимного притяжения пластин.

331. В проводнике при равномерном возрастании тока от 0 до 2 А за 10 с выделилось 2 кДж теплоты. Найти сопротивление проводника.

332. По проводнику сопротивлением 3 Ом течет равномерно возрастающий ток. Теплота, выделившаяся в проводнике за время 8 с, равна 200 Дж. Определить заряд, протекший за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, ток в проводнике был равен нулю.

333. Ток в проводнике с сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Определить теплоту, выделившуюся за это время в проводнике.

334. Ток в проводнике сопротивлением 15 Ом равномерно возрастает от нуля до некоторого максимума в течение 5 с. За это время в проводнике выделилась теплота, равная 10^4 Дж. Определить среднее значение силы тока в проводнике за этот промежуток времени,

335. Ток в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение 10 с. За это время в проводнике выделилась теплота, равная 10^3 Дж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его равно 3 Ом.

336. Ток в проводнике сопротивлением 12 Ом равномерно убывает от 5 А до нуля в течение 10 с. Определить теплоту, выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

337. Два источника тока: E_1 = 14 В с внутренним сопротивлением r_1 = 2 Ом и E_2 = 6 В с внутренним сопротивлением r_2 = 4 Ом, а также реостат r = 10 Ом, соединены, как показано на рис. 9. Определить силы токов в реостате и в источниках тока.

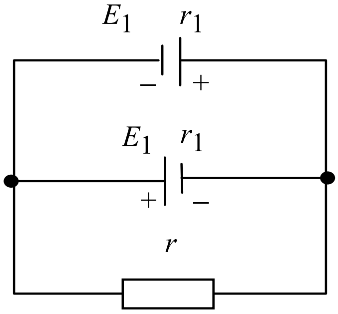

Рис. 9

338. Сопротивление r = 4 Ом подключено к двум параллельно соединенным источникам тока с ЭДС E_1 = 2,2 В и E_2 = 1,4 В и внутренними сопротивлениями r_1 = 0,6 Ом и r_2 = 0,4 Ом. Определить ток в сопротивлении r и напряжение на зажимах второго источника тока.

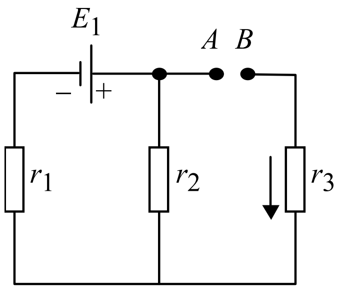

Рис. 10

339. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах реостата (рис. 9), если E_1 = 8 В, r_1 = 1 Ом, E_2 = 4 В, r_2 = 0,5 Ом и r = = 50 Ом.

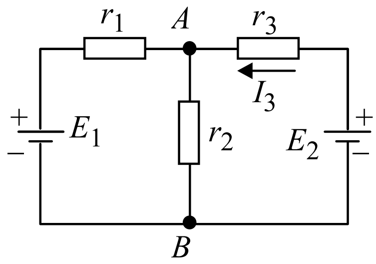

Рис. 11

340. Три сопротивления r_1 = 5 Ом, r_2 = 1 Ом и r_3 = 3 Ом, а также источник тока E_1 = 1,4 В, соединены, как показано на рис. 10. Определить ЭДС источника, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении r_3 шел ток силой 1 А в направлении, указанном стрелкой. (Сопротивлением источников тока пренебречь.)

341. Определить силу тока в сопротивлении r_3 (рис. 11) и напряжение на концах этого сопротивления, если E_1 = 4 В, E_2 = 3 В, r_1 = 2 Ом, r_2 = 6 Ом, r_3 = 1 Ом. (Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.)

4.4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.4.1. Примеры решения задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода *B* и *C*, по которым текут в одном направлении токи силой по 60 А, расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке *A*, отстоящей от одного проводника на расстояние 5 см и от другого – на расстояние 12 см.

Р е ш е н и е.

Для нахождения индукции магнитного поля *B* в указанной точке *A* (рис.12) определим направления векторов индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически (по правилу параллелограмма), т. е.

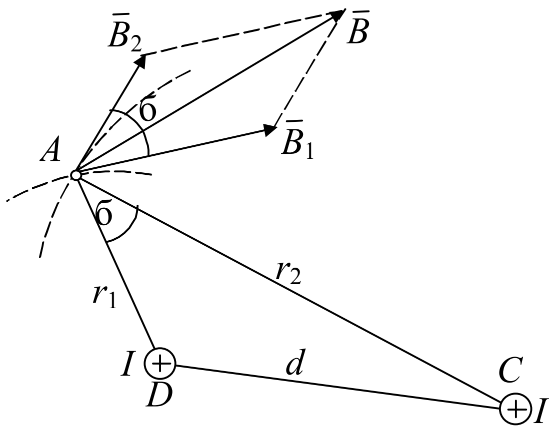

Рис. 12

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Абсолютное значение индукции *B* может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \qquad (55)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются, соответственно, через силу тока *I* и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки *A*, индукция поля в которой и вычисляется*):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1};\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставив B_1 и B_2 в формулу (55), получим:

---

*) Здесь и далее, если не указана среда, имеется в виду, что проводник находится в вакууме и, следовательно, $\mu = 1$.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \qquad (56)$$

Вычислим cos α. Заметим, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Поэтому по теореме косинусов запишем:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

где d – расстояние между проводами.

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

Подставив данные, вычислим значение косинуса:

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2\cdot 5\cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставив в формулу (56) значения I, r_1 и r_2, выраженные в единицах СИ, и значение cos α, определим искомую индукцию:

$$B = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\cdot\sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2}+\frac{1}{(0{,}12)^2}+\frac{2}{0{,}05\cdot 0{,}12}\cdot\frac{23}{40}} = 3{,}08\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Пример 2. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии 20 см от середины его. Сила тока, текущего по поводу, 30 А. Длина отрезка 60 см.

Р е ш е н и е.

Для определения индукции магнитного поля, создаваемого отрезком провода, воспользуемся законом Био–Савара–Лапласа. Согласно этому закону, индукция магнитного поля dB, создаваемого элементом проводника длиной dl, по которому течет ток силой I, выражается формулой

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha}{4\pi r^2}\,dl, \qquad (57)$$

где r – расстояние от середины элемента dl до точки, индукцию поля в которой надо найти; α – угол между направлением тока в элементе и направлением радиуса-вектора $\vec{r}$.

Радиус-вектор направлен от элемента провода к точке, в которой вычисляется индукция поля.

Прежде чем интегрировать выражение (57), следует его преобразовать так, чтобы можно было интегрировать по углу α.

Выразим длину элемента проводника dl через $d\alpha$. Согласно чертежу (рис. 13),

$$dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}. \qquad (58)$$

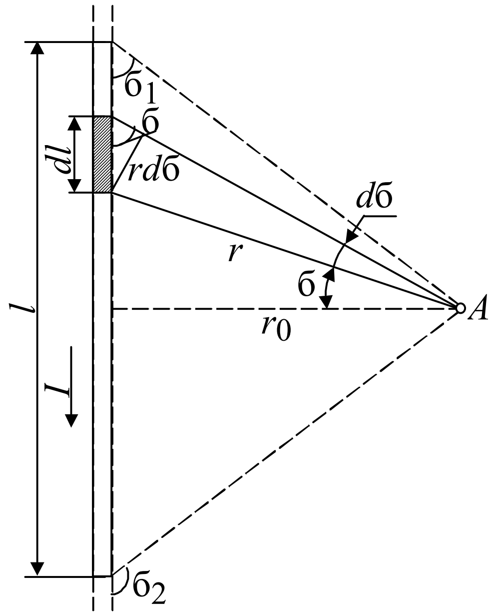

Рис. 13

Подставив выражение (58) в формулу (57), получим:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha r d\alpha}{4\pi r^2 \sin\alpha} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}.$$

Но r – величина переменная, зависящая от α и равная:

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}.$$

Подставляя r в предыдущую формулу, найдем:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\alpha d\alpha \qquad (59)$$

Чтобы определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком проводника, проинтегрируем выражение (59) в пределах от α_1 до α_2:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (60)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$.

С учетом этого формула (60) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha_1 . \tag{61}$$

Из рис. 13 следует, что

$$\cos \alpha_1 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} . \tag{62}$$

Подставляя выражение $\cos \alpha_1$ (62) в формулу (61), получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} . \tag{63}$$

Выразим величины, входящие в выражение (63), в единицах СИ:

$$I = 30 \text{ А};$$
$$r_0 = 0{,}2 \text{ м};$$
$$l = 0{,}6 \text{ м};$$
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Подставив эти значения в формулу (63), произведем вычисления и получим:

$$B = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2} \cdot \frac{0{,}6}{\sqrt{4 \cdot (0{,}2)^2 + (0{,}6)^2}} = 2{,}49 \cdot 10^{-5} \text{Тл}.$$

Пример 3*. Квадратная рамка со стороной 2 см, содержащая 100 витков тонкого провода, подвешена на упругой нити, постоянная кручения которой $9{,}8 \cdot 10^{-6}$ Н·м/°С. Плоскость рамки совпадает с направлением линий напряженности внешнего магнитного поля. Определить напряженность внешнего магнитного поля, если при пропускании по рамке тока силой в 1 А она повернулась на угол 60°.

Р е ш е н и е.

Напряженность внешнего магнитного поля H может быть найдена из условия равновесия рамки в поле. Рамка будет находиться в равновесии в том случае, если сумма вращающих моментов, действующих на нее, будет равна нулю:

$$\Delta\vec{M} = 0. \qquad (64)$$

В данном случае на рамку действуют два момента: M_1 – момент сил, с которым внешнее магнитное поле действует на рамку с током, и M_2 – момент упругих сил, возникающих при закручивании нити, на которой рамка подвешена. Следовательно, формула (64) может быть переписана в виде

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0.$$

Выразив $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ в этом равенстве через величины, от которых зависят моменты сил, получим:

$$p_m B \sin\alpha - A\varphi = 0, \qquad (65)$$

где p_m – магнитный момент рамки с током; B – индукция магнитного поля; α – угол между нормалью к плоскости рамки и направлением линий индукции магнитного поля (рис. 14); А – постоянная кручения, показывающая значение момента упругой силы, возникающей при повороте рамки на угол, равный единице; φ – угол, на который повернется рамка.

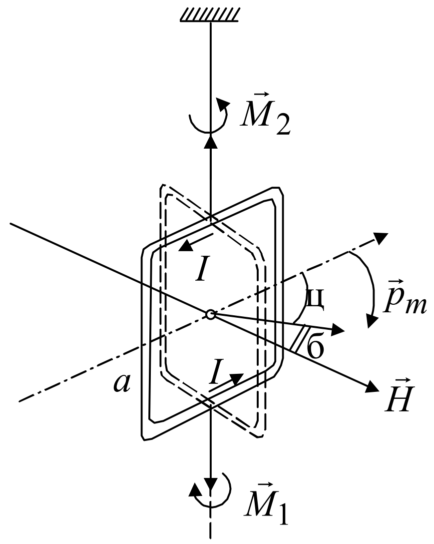

Рис. 14

Знак "минус" перед моментом M_2 ставится потому, что этот момент противоположен по направлению моменту M_1 сил, действующих на рамку со стороны магнитного поля.

Если учесть, что $p_m = ISN = Ia^2N$, где I – сила тока в рамке; S – площадь рамки; a – сторона квадратной рамки; N – число витков рамки, а также, что $B = \mu_0 H$ (μ_0 – магнитная постоянная; H – напряженность магнитного поля), то равенство (65) можно переписать в виде

$$\mu_0 N I a^2 H \sin\alpha - A\varphi = 0,$$

откуда

$$H = \frac{A\varphi}{\mu_0 N I a^2 \cos\varphi}. \qquad (66)$$

Из рис. 14 видно, что $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$, значит $\sin\alpha = \cos\varphi$. С учетом этого равенство (66) примет вид

$$H = \frac{A\varphi}{\mu_0 N I a^2 \cos\varphi}. \qquad (67)$$

Выразим данные значения в единицах СИ:

$$A = 9{,}8\cdot10^{-6}\cdot\frac{180}{\pi}\ \text{Н·м/рад};$$

$$\varphi = 60° = \frac{\pi}{3}\ \text{рад};$$

$$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\ \text{Гн/м};$$

$$N = 100;$$

$$I = 1\ \text{А};$$

$$a = 2\cdot10^{-2}\ \text{м}.$$

Подставив эти данные в формулу (67), произведем вычисления и получим:

$$H = \frac{9{,}8\cdot10^{-6}\cdot60}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot10^{2}\cdot1\cdot4\cdot10^{-4}\cdot0{,}5} = 2{,}34\cdot10^{4}\ \text{А/м}.$$

Пример 4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 400 В, попал в однородное магнитное поле напряженностью 10^3 А/м. Определить радиус кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Р е ш е н и е .

1. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущейся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $F_Л$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, является в данном случае центростремительной силой, т. е. $F_Л = F_{цс}$

Подставляя это выражение $F_{Л}$ и $F_{ЦС}$, получим:

$$exx \sin \alpha = \frac{mx^2}{R}, \qquad (68)$$

где e – заряд электрона; υ – скорость электрона; B – индукция магнитного поля; m – масса электрона; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями вектора скорости $\vec{x}$ и вектора индукции $\vec{B}$ (в данном случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\alpha = 90°$, $\sin \alpha = 1$).

Из формулы (68) найдем:

$$R = \frac{mx}{eB}. \qquad (69)$$

Входящий в выражение (69) импульс mx может быть выражен через кинетическую энергию $E_К$ электрона:

$$mx = \sqrt{2mE_К}. \qquad (70)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $E_К = eU$.

Подставив это выражение $E_К$ в формулу (70), получим:

$$mx = \sqrt{2meU} \qquad (71)$$

Индукция B может быть выражена через напряженность H магнитного поля в вакууме соотношением

$$B = \mu_0 H, \qquad (72)$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Подставив найденные выражения для B (72) и для mx (71) в формулу (69), определим:

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 eH}. \qquad (73)$$

Выразим все величины, входящие в формулу (73), в единицах СИ:

$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

$$U = 400 \text{ В};$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м};$$

$$H = 10^3 \text{ А/м}.$$

Подставив эти значения в формулу (73), произведем вычисления и получим:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{3}} = 5{,}37 \cdot 10^{-2} \text{м}.$$

2. Для определения частоты обращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$\text{v} = \frac{x}{2\pi R} \tag{74}$$

Подставив в формулу (74) выражение (69) для радиусов кривизны, получим:

$$\text{v} = \frac{1}{2\pi} \frac{e}{m} B,$$

или

$$\text{v} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{e}{m} H. \tag{75}$$

Все величины, входящие в формулу (75), ранее были выражены в единицах СИ. Подставив их, произведем вычисления и получим:

$$v = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^{3} = 3{,}52 \cdot 10^{7} \text{ Гц}.$$

Пример 5*. В однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл равномерно вращается рамка, содержащая 1000 витков. Площадь рамки 150 см^2.

Рамка делает 10 об/с. Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки в 30°.

Р е ш е н и е.

Мгновенное значение ЭДС индукции E_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$E_i = -\frac{d\psi}{dt}, \tag{76}$$

где ψ – потокосцепление.

Потокосцепление ψ связано с магнитным потоком Ф соотношением

$$\psi = N\Phi, \tag{77}$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Ф.

Подставляя выражение ψ в формулу (76), получим:

$$E_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \tag{78}$$

При вращении рамки (рис. 15) магнитный поток Ф, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (78) выражение Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$E_i = NBS\omega\sin\omega t. \tag{79}$$

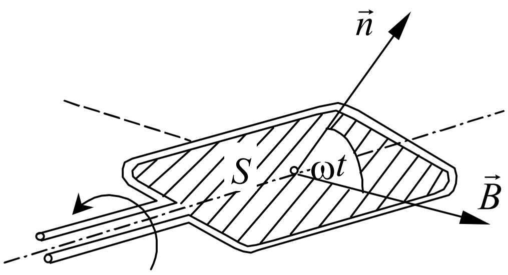

Рис. 15

Круговая частота ω связана с числом оборотов в секунду соотношением

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Подставив значение ω в формулу (79), получим:

$$E_i = 2\pi\nu NBS\sin\omega t. \tag{80}$$

Выразим данные задачи в единицах СИ:

$$\nu = 10\ \text{с}^{-1};$$
$$N = 10^3;$$
$$B = 0{,}1\ \text{Тл};$$
$$S = 1{,}5\cdot10^{-3}\ \text{м}^2;$$
$$\omega t = 30^\circ = \pi/6.$$

Подставив эти значения в расчетную формулу (80), произведем вычисления и получим:

$$E_i = 2\cdot 3{,}14\cdot 10\cdot 10^3\cdot 0{,}1\cdot 1{,}5\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}5 = 47{,}1 \text{ В}.$$

Пример 6. На железный стержень длинной 50 см и сечением 2 см^2 намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию магнитного поля в сердечнике соленоида, если сила тока в обмотке 0,5 А.

Р е ш е н и е.

Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого течет ток I, выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} L I^2. \tag{81}$$

Индуктивность соленоида зависит от числа витков на единицу длины n, от объема сердечника V и от магнитной проницаемости μ сердечника, т. е.

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \tag{82}$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Магнитную проницаемость можно выразить следующей формулой:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}, \tag{83}$$

где B – индукция магнитного поля; H – напряженность;

Подставив в формулу (81) выражения для индуктивности L (82) и для магнитной проницаемости (83), получим:

$$W = \frac{1}{2}\frac{B}{H} n^2 V I^2.$$

Выразим в этой формуле объем сердечника через его длину l и сечение S:

$$W = \frac{1}{2}\frac{B}{H} n^2 I^2 S l. \tag{84}$$

Напряженность магнитного поля может быть найдена по формуле

$$H = nI.$$

Подставив данные в единицах СИ ($n = 2 \cdot 10^3$ вит./м, $I = 0{,}5$ А), получим:

$$H = 2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 = 10^3 \text{ А/м}.$$

По графику зависимости магнитной индукции от напряженности (рис. 16) находим, что значению напряженности намагничивающего поля 10^3 А/м в железе соответствует индукция, равная 1,3 Тл.

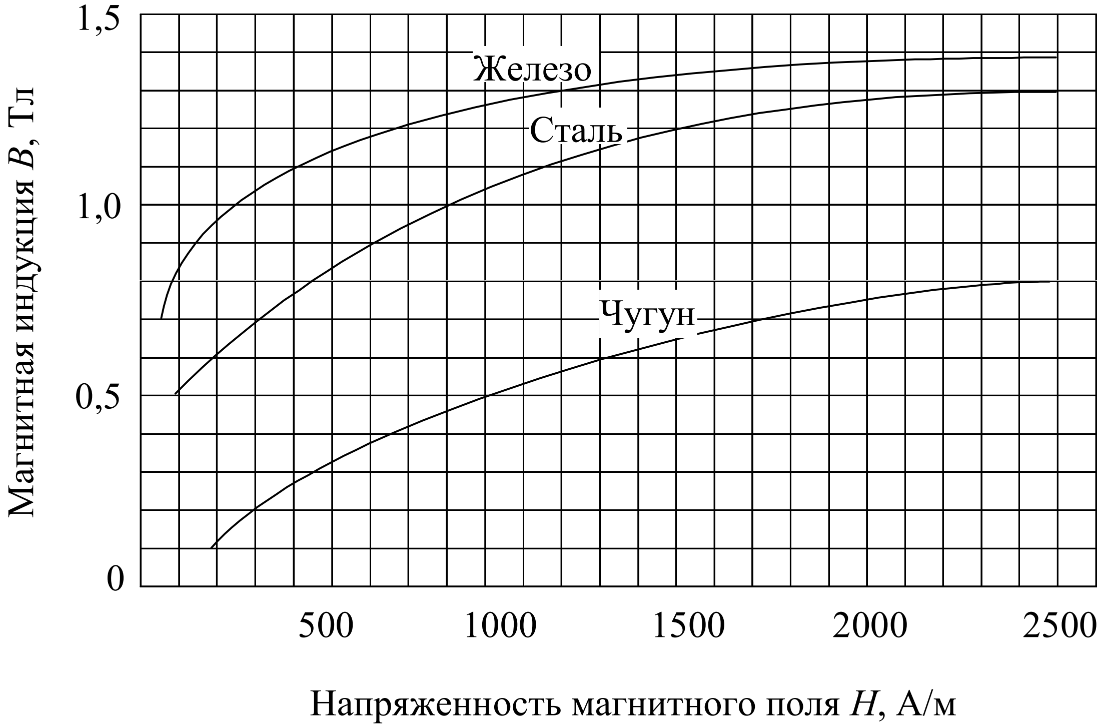

Рис. 16

Выразим теперь все данные, входящие в формулу (84), в единицах СИ:

$$B = 1{,}3 \text{ Тл};$$
$$H = 10^3 \text{ А/м};$$
$$N = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1};$$
$$I = 0{,}5 \text{ А};$$
$$S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$
$$L = 0{,}5 \text{ м}.$$

Тогда

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{1{,}3}{10^3} (2 \cdot 10^3)^2 \cdot (0{,}5)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5 = 0{,}065 \text{Дж}.$$

4.5. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

4.5.1. Примеры решения задач

Пример 1. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна 0,58 мкм. Определить энергетическую светимость поверхности тела.

Р е ш е н и е .

1. Энергетическая светимость $R_э$ абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры и выражается формулой

$$R_э = \sigma T^4, \qquad (85)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана; T – абсолютная температура.

Температуру T, входящую в формулу (85), можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_{max} = C/T, \qquad (86)$$

где C – постоянная закона смещения Вина.

Выразив из формулы (86) температуру T и подставив ее в формулу (85), получим:

$$R_э = \sigma\left(\frac{C}{\lambda_{max}}\right)^4. \qquad (87)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ:

$$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К}^4\text{)};$$

$$C = 2{,}9\cdot10^{-3}\ \text{м}\cdot\text{К};$$

$$\lambda_{max} = 5{,}8\cdot10^{-7}\ \text{м}.$$

Подставив числовые значения в формулу (87), произведем вычисления и получим:

$$R_э = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3{,}54 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2 \ .$$

Пример 2. Определить скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовыми лучами с длиной волны 0,155 мкм.

Р е ш е н и е.

Скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + E_К, \tag{88}$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; A – работа выхода; $E_К$ – кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \tag{89}$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны.

Работа выхода для серебра A = 4,7 эВ.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле

$$E_к = \frac{m_0 x^2}{2}, \tag{90}$$

или по релятивистской формуле

$$E_к = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \tag{91}$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону.

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона E_0, то может быть применена формула (90), если же ε сравнима по значению с E_0, то вычисление по формуле (90) приводит к грубой ошибке, во избежание которой необходимо кинетическую энергию фотоэлектрона находить по формуле (91).

Вычислим энергию фотона ультрафиолетовых лучей по формуле (89):

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} = 1{,}28 \cdot 10^{-18}\text{ Дж}$$

или

$$\varepsilon_1 = \frac{1.28 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 8\text{ эВ.}$$

Полученная энергия фотона (8 эВ) много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (89) может быть выражена по классической формуле (90):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 v^2}{2},$$

откуда

$$x = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_0}}. \qquad (92)$$

Выразим величины, входящие в формулу (92), в единицах СИ:

$\varepsilon_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-18}$ Дж (вычислено ранее);

$A = 4{,}7$ эВ $= 4{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 0{,}75 \cdot 10^{-18}$ Дж;

$m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Подставим числовые значения в формулу (92) и найдем:

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot (1{,}28 \cdot 10^{-18} - 0{,}75 \cdot 10^{-18})}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}08 \cdot 10^6\text{ м/с.}$$

Пример 3. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.

Р е ш е н и е.

Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (93)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ формула переходит в сериальную формулу для водорода); n_1 – номер орбиты, на которую перешел электрон; n_2 – номер орбиты, с которой перешел электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Энергия фотона ε выражается формулой

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}.$$

Поэтому, умножив обе части равенства (94) на hc, получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = RhcZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Так как величина Rhc есть энергия ионизации I_0 атома водорода, то

$$\varepsilon = I_0 Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Вычисления выполним во внесистемных единицах:

$$I_0 = 13{,}6 \text{ эВ};$$

$Z = 1$ (заряд ядра водорода в относительных единицах, где за единицу заряда принято абсолютное значение заряда электрона);

$$n_1 = 2;$$
$$n_2 = 4.$$

Отсюда

$$\varepsilon = 13{,}6 \cdot 1^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 13{,}6 \cdot \frac{3}{16} = 2{,}55 \text{ эВ}.$$

4.5.2. Контрольная работа № 4

Студенты должны решить 5 задач своего варианта из таблицы вариантов № 4.

Таблица вариантов № 4

Вариант	Номер задачи							
1	401	411	421	431	437	601	607	613
2	402	412	422	432	438	602	608	614
3	403	413	423	433	439	603	609	615
4	404	414	424	434	440	604	610	616
5	405	415	425	435	441	605	611	617
6	406	416	426	436	442	606	612	614
7	407	417	427	434	441	601	608	615
8	408	418	428	435	442	602	609	616
9	409	419	429	436	437	603	610	617
10	410	420	430	432	438	604	611	614
11	409	411	427	434	441	602	610	613
12	408	412	428	435	442	604	609	615
13	407	413	429	436	439	606	608	616
14	406	414	430	431	438	601	607	617
15	405	415	421	432	437	603	610	614
16	404	416	422	433	440	605	611	616
17	403	417	423	434	442	604	612	613
18	402	418	424	435	441	603	608	615
19	401	419	425	436	438	602	612	617
20	410	411	426	433	438	601	612	616

ЗАДАЧИ

401. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми 6 см, текут токи по 12 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние, равное 6 см, в двух случаях, если токи текут: 1) в одинаковом направлении; 2) в противоположных направлениях.

402. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна 200 А/м. Не изменяя

силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

403. Проволочный виток радиусом 20 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, которая может вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой 12 А. (Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной $2 \cdot 10^{-5}$ Тл.)

404. Магнитная стрелка помещена в центре кругового проводника, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол 20° с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности 10 см. Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой 3 А. (Дать два решения.)

405. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 6 и 10 см, течет ток силой 20 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

406. Длинный прямой соленоид намотан из проволоки диаметром 1 мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). По соленоиду течет ток силой 10 А. Найти индукцию и напряженность магнитного поля соленоида на его оси на одинаковом расстоянии от его концов.

407. По двум параллельным проводам длиной 2,5 м каждый текут одинаковые токи силой 1000 А. Расстояние между проводами 20 см. Определить силу взаимодействия проводов.

408. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и по проводу текут одинаковые токи силой 100 А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

409. Короткая катушка площадью поперечного сечения 150 см^2, содержащая 200 витков провода, по которому течет ток силой 4 А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью 8000 А/м. Найти: 1) магнитный момент катушки; 2) вращающий момент, действующий на катушку со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\pi/3$ с линиями поля.

410. Виток, диаметр которого 20 см, может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в

плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток 10 А. Какой вращающий момент нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении?

411. Виток радиусом 10 см, по которому течет ток силой 20 А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью 3000 А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол $\pi/3$. Определить совершенную работу.

412. Прямой проводник длиною 20 см, по которому течёт ток силой 50 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл. Какую работу совершат силы, действующие на проводник со стороны поля, переместив его на 10 см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине проводника?

413. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля 0,1 Тл, а радиус кривизны траектории 0,5 см.

414. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью 25 000 А/м. Определить период обращения электрона.

415. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью 1500 А/м со скоростью 720 км/с. Направление скорости составляет угол $\pi/6$ с направлением поля. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

416*. Заряженная частица с энергией 1 кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиуса 1 мм. Определить силу, действующую на частицу со стороны поля.

417. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией в 0,05 Тл. Определить момент импульса, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиуса 0,2 мм.

418. Протон с энергией 1 МэВ влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции (B = 1 Тл). Какова должна быть минимальная протяженность поля в направлении полета протона, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

419. В однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом 10 и шагом 60 см. Определить кинетическую энергию протона.

420. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов 104 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E = = 100 В/см) и магнитное (B = 0,1 Тл) поля. Определить отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не отклоняется от прямолинейной траектории.

421. Электрон движется по окружности радиуса 1 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Параллельно магнитному полю было возбуждено электрическое поле напряженностью 1 В/см. Определить промежуток времени, в течение которого должно действовать электрическое поле, для того чтобы кинетическая энергия электрона возросла вдвое.

422. Перпендикулярно магнитному полю напряженностью в 1000 А/м возбуждено электрическое поле напряженностью в 100 В/см. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определите скорость частицы.

423. Однородное электрическое (E = 1000 В/м) и магнитное (H = =1000 А/м) поля совпадают по направлению. Определить нормальное и тангенциальное ускорения протона в момент влета его в эти поля со скоростью $8\cdot10^5$ м/с для двух случаев: 1) скорость протона совпадает с направлением полей; 2) скорость протона перпендикулярна полям.

424. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого равна $2{,}66\cdot10^{-27}$ кг описал дугу окружности радиуса 4 см. Определить массу другого иона, который описал дугу окружности радиуса 4,9 см.

425. На железное кольцо намотано в один слой 500 витков провода. Длина средней линии кольца 60 см. По проводу течет ток силой 1,2 А. Какова магнитная проницаемость железа при данных условиях (см. рис. 16)?

426. Замкнутый соленоид с железным сердечником несет обмотку, содержащую 10 витков на каждый сантиметр длины. По проводу течет ток силой 2 А. Определить магнитный поток сердечника, если площадь его сечения 5 см^2 (см. рис. 16).

427. Тороид со стальным сердечником, длина которого по средней линии 1 м, имеет вакуумный зазор длиной 4 мм. Обмотка тороида содержит 8 витков на 1 см длины. При какой силе тока индукция в зазоре будет равна 1 Тл (см. рис. 16)?

428. Обмотка тороида, имеющего стальной сердечник с узким вакуумным зазором, имеет 1000 витков. По обмотке течет ток в 1 А. При каком вакуумном зазоре индукция магнитного поля в нем будет равна 0,5 Тл (см. рис. 16)? (Длина тороида по средней линии равна 1 м.)

429. В железном сердечнике соленоида, содержащего 10 витков на 1 см длины, индукция равна 1,3 Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной (см. рис. 16).

430. Длина чугунного тора по средней линии равна 1,2 м. По обмотке тора течет ток, сила которого поддерживается постоянной. Магнитный поток в узком вакуумном зазоре шириной 8 мм равен $6 \cdot 10^{-4}$ Вб. Определить зазор, при котором магнитный поток в зазоре возрастает вдвое. Сечение тора 20 $см^2$ (см. рис. 16).

431. В однородном магнитном поле с индукцией 0,4 Тл вращается стержень длиной 10 см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно к его длине. Определить разность потенциалов на концах стержня, если он делает 16 об/с.

432. В однородном магнитном поле напряженностью в 2000 А/м равномерно с частотой 10 $с^{-1}$ вращается стержень длиной 20 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемое напряжение на концах стержня.

433. Рамка, содержащая 1500 витков площадью 50 $см^2$, равномерно вращается в магнитном поле с напряженностью $8 \cdot 10^{-4}$ А/м, делая 480 об/мин. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

434. Проволочный виток радиусом 4 см с сопротивлением 0,01 Ом находится в однородном магнитном поле напряженностью в 5000 А/м. Плос-

кость рамки составляет угол $\pi/6$ с линиями напряженности. Какое количество электричества протечет по витку, если магнитное поле выключить?

435*. Рамка из провода сопротивлением 0,01 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией 0,05 Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки 100 $см^2$. Определить, какое количество электричества протечет через рамку за время поворота ее на угол 30° в трех случаях: 1) от 0 до 30°, 2) от 30 до 60°, 3) от 60 до 90°.

436. Рамка площадью 200 $см^2$ равномерно вращается с частотой 10 об/с относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля (B = 0,2 Тл). Определить среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменяется от нуля до максимального значения.

437. Индуктивность катушки равна 0,5 Гн. Определить ЭДС самоиндукции, если за время 0,1 с сила тока в катушке, равномерно изменяясь, уменьшилась с 25 до 5 А.

438. Индуктивность соленоида с немагнитным сердечником равна 0,16 мГн. Длина соленоида 1 м, сечение 2 $см^2$. Сколько витков на каждый сантиметр длины содержит обмотка соленоида?

439. Соленоид, намотанный на немагнитный каркас, содержит 500 витков. При силе тока 2 А магнитный поток в соленоиде равен $4\cdot10^{-3}$ Вб. Определить индуктивность соленоида.

440. Соленоид содержит 1000 витков. Сечение сердечника 10 $см^2$. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией 1,5 Тл. Найти среднее значение ЭДС, которая возникнет на концах обмотки соленоида, если ток уменьшится до нуля за $5\cdot10^{-4}$ с.

441. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит N = 500 витков. Длина сердечника l = 50 см. Как и во сколько раз изменится индуктивность соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастет от I_1 = 0,1 А до I_2 = 1 А (см. рис. 16)?

442. Катушка, намотанная на цилиндрический каркас, имеет N = 750 витков и индуктивность L_1 = 25 мГн. Чтобы увеличить индуктивность до L_2 = 36 мм, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой

проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

4.5.3. Контрольная работа № 5

Студенты должны решить две последние задачи своего варианта из таблицы вариантов № 1.

4.5.4. Контрольная работа № 6

Студенты должны решить три последние задачи своего варианта из таблицы вариантов № 4.

ЗАДАЧИ

601. Из смотрового окошка печи излучается 100 Дж в минуту. Площадь окошка равна 5 см^2. Определить температуру печи.

602. Определить температуру и энергетическую светимость абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны 400 нм.

603. Поток излучения (мощность излучения) абсолютно черного тела равен 1 кВт, максимум энергии излучения приходится на длину волны 1,45 мкм. Определить площадь излучающей поверхности.

604. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны 2 мкм. На какую длину волны он сместится, если температура тела увеличится на 620 К?

605. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум энергии излучения переместился с 500 на 600 нм. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость тела?

606. Температура абсолютно черного тела 1000 К. Определить длину волны, на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости для этой длины волны.

607. Будет ли иметь место фотоэффект, если на серебро направить ультрафиолетовые лучи с длиной волны 300 нм?

608. На слой калия в фотоэлементе падают ультрафиолетовые лучи с длиной волны 240 нм. Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужна задерживающая разность потенциалов не менее 3 В. Определить работу выхода в электрон-вольтах.

609. Определить кинетическую энергию электронов, вылетевших из цинка, при освещении его лучами с длиной волны 220 нм.

610. Красная граница фотоэффекта для цезия равна 620 нм. Определить кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов при освещении цезия монохроматическим светом с длиной волны 0,505 мкм.

611. На металлическую пластинку падает монохроматический пучок света с длиной волны 0,413 мкм. Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается разностью потенциалов в 1 В. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

612. На металлическую пластинку падают рентгеновские лучи с длиной волны 0,05 нм. Определить максимальную скорость фотоэлектронов. (Работой выхода пренебречь.)

613. Определить длину волны, соответствующую третьей линии серии Бальмера.

614. Определить энергию фотона, испускаемого атомом водорода при переходе электрона со второй орбиты на первую.

615. Определить наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии водорода. (Серия Пашена.)

616. Определить длину волны, которую испускает однозарядный ион гелия He^{+} при переходе со второго энергетического уровня на первый.

617. Двухзарядный ион лития Li^{++} перешел со второго энергетического уровня на первый. Определить длину волны, испускаемой при этом переходе.