

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-001

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 - 2 \arcsin 2x}{3 + 3 \arcsin 2x} \right)^{\frac{3}{x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{7x-1}(\cos(2x + 3))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^2 - 9x - 8 + 4 \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^{e^5} (7x^2 + 4x) \ln x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{81}{2} \cdot \frac{(y + 6)^2 + 1}{\sqrt[3]{5x^3 + 22}}$  в точке  $A(1; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( 3^{\frac{-1}{x+6}} - 3^{\frac{-1}{x-2}} \right) x^2(x + 1)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 3$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - y - x - 33 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 2y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 16yz + 10xz - 11x^2 - 8y^2 - 9z^2 + 6y + 19z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-002

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{4x}}{-2x^2 + x - 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{6}{\operatorname{ctg}^7(6x^2 - 8x) + 3^{\frac{16}{7}}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{10x^3}{x^2 + 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^{-4} \frac{2x^2 + 3x - 1}{(x + 2)(x^2 + 4x + 4)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (2x - 3y)e^{6x+4y+2}$  в точке  $A(-3; 4)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 3)(x + 7)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 1}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 9)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 8$ ,  $x^2 + y + y^2 - 3x - 2xy - 27 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 4yz + 17xz - 18x^2 - 11y^2 - 10z^2 + 6y + 11z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-003

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt[5]{n^4 - 3n + 9} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{(n-3)^5} + 9\sqrt[4]{n^3 - 5}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (3x^2 - 9)^{\cos(-6x^3 + 2x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = 4(x-2)^2(x+1)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 + 3x + 4) \sin 5x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3(6x - y)\sqrt{x + 3y - 4}$  в точке  $A(1; 4)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-1} \cdot 2^{\frac{1}{(x+6)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-9)(y+7) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x-y=1,$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - 5y - 7x - 6 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке}$$

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 3yz + 13xz - 2x^2 - 17y^2 - 9z^2 + 17y + 9z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-004

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^{16} - 8n^9 - 3n + 2}}{-4n^8 + 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7}{e^{-4} - \arctg^6(-7x^3 + 9x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 + x^2 - 4x - 4)e^{-1-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{81 - x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4 \cdot \frac{\sqrt{e^{x+1} + 4x + 7}}{5y^2 - 5y + 1}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (8; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+6} \cdot \ln\left(\frac{1}{(x-7)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 50 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 10yz + 19xz - 7x^2 - 12y^2 - 11z^2 + 13y + 9z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-005

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x^5 + 4}{7x^5 - 8} \right)^{9x^5 - 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \arccos \sqrt[7]{\frac{1}{(10x^2 - 5)^{\frac{5}{3}}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-1 - x}{12} \cdot e^{\frac{x+8}{1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{4\sqrt{3}}}^{\frac{1}{4}} \operatorname{arctg} 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(y-3)^2 - 5}{\sqrt{-3x + 5x^2 - 1}}$  в точке  $A(1; -2)$

в направлении вектора  $\vec{v} = (2; 7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-1)^2(x^2 - 5x + 4) \cdot 2^{\frac{x+2}{x-3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-6)(y+7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - y + 3x - 26 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте

рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 7y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 11yz + 18xz - 10x^2 - 4y^2 - 18z^2 + 6y + 13z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-006

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n+4} \right)^{-5n-5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \cos^{10}(\lg(3x^2 - 9) + 2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x-3}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^{-3} \frac{5x^2 + 12x + 11}{(x+1)^3} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4 \cdot \frac{\sqrt[3]{e^{y+3} - 4y - 5}}{6x + 4x^2 - 9}$  в точке  $A(1; -3)$

в направлении вектора  $\vec{v} = (7; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-8}\right) - 3 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-8}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y-3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 5y - 3x - 34 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 4yz + 11xz - 20x^2 - 9y^2 - 7z^2 + 12y + 11z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-007

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 7x\right)^{\frac{-6 \sin 4x}{\operatorname{tg} 5x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{9}{(7x^3 + 6x^2)^{\frac{1}{9}}} + \frac{6}{4 + 9^{8x^3 - 7x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x + 2) \cdot e^{\frac{-6}{x+2}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{3} \cdot \frac{-3 + \arcsin(7x^3 - 189)}{5y^2 + 6y - 10}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (5; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x+5} \cdot \ln((x-6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y + 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 7y - 5x - 18 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 5yz + 11xz - 10x^2 - 19y^2 - 7z^2 + 14y + 8z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-008

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9 \operatorname{tg}(-9x) + x \operatorname{tg} x}{8x^2 \arctg\left(\frac{8}{x}\right) + 2 \sin(x + 5x^2)}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 7^{8x-5} \cdot \operatorname{tg}(9x^2 + 5) \cdot (9x + 8)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5(x+2)^2}{(x-2)^3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1}{(4+3 \operatorname{ctg} 3x) \sin^2 3x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = e^{2x+x^2-15} \cdot (3y+2y^2-3)$  в точке  $A(3; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; -2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+6} \cdot 3^{\frac{-1}{x+7}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-2)(y+3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=5$ ,  $x^2-2x+4y-2xy+y^2-33=0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 13yz + 15xz - 13x^2 - 11y^2 - 8z^2 + 3y + 16z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-009****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + 2 \operatorname{tg} 8x}{1 - 5 \operatorname{tg} 8x} \right)^{\frac{1}{5+x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7}{\arctg^4(8x^3 + 6x^2)} + \frac{6}{\arccos(10x^3 - 5x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{-6-x} \cdot e^{-3-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-4}^3 \frac{2-3x}{x^2-6x+34} dx$ .

5. Найдите производную функции

$f(x; y) = \frac{1}{81} \cdot (-2x - 2x^2 + 7)^{3 + \arcsin(-4y^2 - 5y - 1)}$  в точке  $A(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; -5)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+8} \cdot \log_{\pi} \left( 1 + (x-6)^2 \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x+4)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=9$ ,  $x^2+x+y-2xy+y^2-10=0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 4y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 13yz + 5xz - 13x^2 - 19y^2 - 12z^2 + 10y + 11z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-010

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^{18} - 4n^9 - 7n^7 - 7}}{-7n^9 + 3n + 5}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{4}{\cos^5(6x^2 - 2)} - \frac{8}{7 + e^{4x^2 - 7}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 - 11x^2 + 35x - 33}{(x - 2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{-2x^4 + 4x^3 - x^2 - x + 6}{x^3 - x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{12} \cdot \frac{3x^3 - 6}{-3 + \arctg(-2y^3 - 2)}$  в точке

$A(2; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-1; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\arctg^2\left(\frac{1}{x-7}\right) + 7\arctg\left(\frac{1}{x-7}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 7$ ,  $x^2 - 2xy + 12x + y^2 - 14y + 47 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 10yz + 3xz - 17x^2 - 16y^2 - 9z^2 + 16y + 7z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-011

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 8x - 15}{\sqrt{40 + 8x} - \sqrt{85 - 7x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5}{\arcsin(-8x^3 + 9) + (6x^3 - 3)^6}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x+2)^5}{(x+6)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-2}^{-1} \frac{3x^2 - 9x + 12}{(x-1)^2(x-4)} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(4 + \operatorname{tg}(2x - 4x^2 + 42)) \cdot ((y + 3)^2 - 17)$$
 в точке  $A(-3; 1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = \frac{2\pi}{3}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-5)^2(x^2 + 2x - 35) \cdot 3^{\frac{x+5}{x+8}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-8)(y-9)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,

$$x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 16 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 11yz + 16xz - 8x^2 - 10y^2 - 15z^2 + 7y + 15z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-012

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(8\pi \cdot x^4)}{\sin(5\pi \cdot x^{\frac{1}{2}})}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{2}{(-10x^3 + 8x)^{\frac{1}{4}}} + \frac{9}{\ln^4(7x^2 - 9)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -x^2 + 3x + 6 - \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos^2 3x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{6} \cdot (e^{y-2} - 2y + 6)^{2 + \sin((x-4)^2 - 9)}$  в

точке  $A(1; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+8}{x-7} \cdot 2^{\frac{1}{x+7}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+4)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 15yz + 2xz - x^2 - 15y^2 - 3z^2 + 3y + 2z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-013

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{4}{x} - 4\right) e^{-\frac{3}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{1}{(x^3 + 4x - \arccos(-7x^2 + 9x))^{\frac{1}{8}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 - 5x + 4)}{x^2 - 6x + 9}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x - 4}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2 \cdot \frac{2y + 6y^2 + 7}{\sqrt{-x^2 - 7x + 9}}$  в точке  $A(1; 1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (7; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 7}{x + 4} \cdot 2^{\frac{1}{(x+8)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 - 2y + y^2 - 28 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 9yz + 14xz - 4x^2 - 2y^2 - 17z^2 + 9y + 5z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-014

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-7x^2 - 3x + 4}{5 \sin(x + 1)}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-2x^3 + 7)^{x^{10x^2 - x}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = 3(x - 8)^3 (x - 4)^2$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{arctg}(x - 5) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot (3y^3 + 28)^{\sqrt{-3x + 7x^2 - 3}}$  в точке

$A(1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^4 - 6x^3) \cdot \log_{\pi} \left( \frac{1}{(x + 4)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 8y = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 4y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 4yz + 7xz - 5x^2 - 16y^2 - 4z^2 + 9y + 3z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-015

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n + 7}{n^2 - 9n - 1} \right)^{8n+7}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\ln(3x^2 - 7x))^{-5x^3+1}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2(x^2 + 2x + 9)}{(x+3)(x^2 + 16x + 63)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot ((y-6)^2 - 21)^{1+\sin(2x^2+7x-9)}$  в

точке  $A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; 1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x^2+10x+25)(x-4)} 2^{x+2}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-8)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + 3x + y^2 - y - 30 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 6y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 8yz + 9xz - 17x^2 - 18y^2 - 11z^2 + 9y + 8z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-016

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} (-3x^2 + 4x) e^{\frac{6}{x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^3(-10x^2 + 5) + 3}{-7x^3 + 2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{2x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (-4x^2 - 7x - 2) \ln x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4\sqrt{-5y + 7y^2 + 2} \cdot ((x - 1)^2 - 3)$  в точке  $A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; 7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x} \cdot 2^{\frac{1}{(x-2)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 3)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + x - y - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 2yz + 7xz - 16x^2 - 7y^2 - 5z^2 + 4y + 15z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-017

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 4^{-n} - 2 \cdot 3^{-n} + 2}{3 \cdot 3^{-n} + 5 \cdot 4^{-n} - 2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7 + \operatorname{tg}^7(-9x^2 + 4)}{-10x^3 + 7x}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x-8}{8} \cdot e^{\frac{x-2}{x-8}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{x^2 + 5} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{27} \cdot (x^3 + 30)^{3 + \sin((y-2)^2 - 16)}$  в точке

$A(-3; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x+2}\right) + 4 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x+2}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 7$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 6x - 8y - 1 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 18yz + 8xz - 9x^2 - 17y^2 - 10z^2 + 5y + 12z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-018

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7 + 9n + 4n^2}{4n + 9} - \frac{8 + 6n + 8n^2}{8n + 6} \right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{5x-2}(\cos(8x + 1))$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{-7x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{2x} \cdot \sqrt[5]{e^{2x} + 1} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 27 \cdot \frac{\sqrt[3]{e^{x-3} + 4x + 14}}{-y^2 - 2y + 1}$  в точке

$A(3; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-5}{x+2} \cdot \log_{\pi} \left( \frac{1}{(x+6)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-2)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 2xy + 7x + y^2 + 5y - 34 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 7y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 9yz + 3xz - 7x^2 - 8y^2 - 9z^2 + 5y + 4z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-019

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x(x+7)} - x)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 7 \arccos^7(-7x^3 + 1) \cdot (-8x^3 + 2x^2)$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x-9)^5}{(x-3)^5}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \cdot \arcsin x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (4 + \operatorname{arctg}(e^{y+1} + 3y + 2)) \cdot (-x^3 + 2)$  в точке  $A(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; -2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-2)^2(x^2 - 7x + 10) \cdot 2^{\frac{x+2}{x+7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y+3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 + 13y + y^2 - 15x - 2xy + 36 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 16yz + 7xz - 7x^2 - 9y^2 - 2z^2 + 8y + 14z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-020

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(8\pi \cdot x^{\frac{1}{2}})}{\sin(7\pi \cdot x^4)}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (10x^2 - 2)^{\operatorname{tg}(6x^2 - 8)}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x+3)^4}{(x-3)^3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3-x}{x^2+8x+15} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (-3 + \operatorname{tg}(-4x^2 + 4x + 24)) \cdot (e^{y-1} - 5y + 3)$$
 в точке  $A(3; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{5\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-1)^2(x^2 - 4x + 3) \cdot 2^{\frac{x-7}{x+7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-4)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 + 14y + y^2 + 16x + 2xy + 58 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 12yz + 17xz - x^2 - 19y^2 - 4z^2 + 7y + 16z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-021

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^9 + n + 6}{\sqrt{4n^{14} - 7n^7 + 6}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{-9x^3 + 8}{\lg^8(-5x^3 + 3) + 8}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-x^3 - x^2 + 7x + 7)e^{-2-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{x-5}{\sqrt{x+8}+1} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \arcsin(x^2 + y^2 - xy - 12)$  в точке

$A(-2; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{1}{x+6}} - 2^{\frac{1}{x-5}}\right)x^2(x+1)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-6)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 15 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 7y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 10yz + xz - 16x^2 - 6y^2 - 2z^2 + 14y + 12z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-022

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 8}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{10}{\sin^{10}(2x^2 - 5)} + \frac{2}{\sqrt{6x^2 - 4x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3x + 8}{x^2 + 4x - 32}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 10x - 16}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 + \ln(2y + 5y^2 - 15)}{(x - 3)^2 - 15}$  в точке

$A(-1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 3)(x + 6)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 8}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 2)(y + 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -1$ ,  $x^2 + 3y + y^2 + x + 2xy - 16 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 6y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + yz + 4xz - 9x^2 - 13y^2 - 4z^2 + 7y + 16z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-023

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{-4x^2 + x + 14}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5}{7^{\frac{1}{9}} + \operatorname{ctg}^9(9x^2 + 6x)}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3x + 4}{(x + 3)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{14}} \frac{\cos 7x}{\sin^2 7x + 9} dx$

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{(x + 2)^2 - 6}{e^{-y^3 - 27}}$  в точке  $A(-1; -3)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-7}\right) + 8 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-7}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x - 3)(y + 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 - 11y + y^2 + 13x - 2xy + 22 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 3y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 13yz + 16xz - 12x^2 - 11y^2 - 20z^2 + y + 7z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-024

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \cos 5x}{3x - 3 \sin 4x}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 9(-8x^2 + 9x) \cdot \sin^9(x^3 + 8x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 + x - 20)}{(x - 8)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{e^{3+4 \operatorname{tg} 6x}}{\cos^2 6x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \ln(-7y + 2y^2 + 4) \cdot (2x^3 - 3)$  в точке  $A(1; 3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+8}{x-4} \cdot \ln((x+2)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+4)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 - 10y + y^2 + 8x - 2xy - 1 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 3y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 18yz + 8xz - 5x^2 - 4y^2 - 6z^2 + 8y + 12z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-025

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{arctg} 8x\right)^{\frac{7-2 \operatorname{arcsin} 7x}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \pi^{8x^3-5} \cdot \operatorname{tg}(4x^2-9) \cdot (4x^2+2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x+3)^8}{(x-8)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_9^{21} \frac{5 + \sqrt{x-5}}{\sqrt{x-5} + 3} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (-1 + \operatorname{arcsin}(e^{x+3} + 3x + 8)) \cdot (2y^3 - 3)$$

в точке  $A(-3; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-4; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-1)(x+9)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+1)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=2$ ,  $x^2+7x-5y-2xy+y^2-29=0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 18yz + 9xz - 15x^2 - 2y^2 - 11z^2 + y + 19z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-026

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + n + 1})$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{3 + \pi^{4x^2 - 2}} - \frac{4}{\sqrt{6x^3 - x^2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x^2 - 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{e^8}{4}} \frac{dx}{x\sqrt{81 - \ln^2 4x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{6y^2 + y - 4}{e^{3x + x^2 - 18}}$  в точке  $A(3; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+7}{x+3} \cdot \log_{\pi} \left( \frac{1}{(x-4)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+2)(y+2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + y + 3x - 22 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь

методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 5yz + 10xz - 8x^2 - 17y^2 - 4z^2 + 10y + 15z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-027

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^4 + 5x + 7)e^{-x^2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{8x-5}(\arccos(3x+2))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^5 e^{-4x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2-18x+90}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3(3x-4y)\sqrt{-3x-y+11}$  в точке  $A(2; -4)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-2; -3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x-2}} - 2^{\frac{1}{x+8}}\right)x^2(x-1)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-3)(y+6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 3x - y - 56 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении

анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 2yz + 18xz - 19x^2 - 12y^2 - 2z^2 + 10y + 7z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-028

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{-2n-3}{-2n+2} \right)^{9n-8}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{(-4x^2+5x)^{\frac{5}{3}}} - \frac{8}{\arcsin(-5x^3+3)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x+2)^3}{x^2-7x+6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-3}^{-2} \frac{6(x^2-5x+8)}{(x-1)(x^2-12x+35)} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(-3 + \operatorname{tg}(4y - 7y^2 + 3)) \cdot ((x - 3)^2 - 5)$$
 в точке  $A(1; 1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+5)^2(x^2+11x+30) \cdot 2^{\frac{x-2}{x-9}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-6)(y-3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=6$ ,  $x^2+y^2-2xy-12x+10y+24=0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 9y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 9yz + 3xz - 17x^2 - 12y^2 - 18z^2 + 11y + 6z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-029

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 + 2 \operatorname{tg} 6x}{2 - 2 \operatorname{tg} 6x} \right)^{\frac{3}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{(8x^2 - 2x)^{\frac{5}{3}}}{6 + 6^{5x^3 - 3x^2}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 + 9x - 11}{x^2 - 4x + 4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin(\ln 5x) dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2} (3 + \operatorname{arctg}((x-2)^2 - 9)) \cdot ((y+4)^2 - 10)$$
 в точке  $A(-1; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-4)(x+3)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-0}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+3)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 8y - 6x - 20 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 15yz + 16xz - 3x^2 - 8y^2 - 13z^2 + 4y + 5z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-030

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 7^n + 2 \cdot 6^n - 4}{2 \cdot 7^n + 5 \cdot 6^n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5}{\lg^8(10x^3 - 4x)} - \frac{3}{5 + e^{6x^2 - 2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-4x^3}{(x+8)(x-7)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-9}^{-2} \frac{3+6x}{\sqrt{60-x^2-4x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \arcsin((x+1)^3(y-1)^2 - 8)$  в точке

$A(1; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x-8}} - 2^{\frac{-1}{x+4}}\right)(x^3 - x^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-2)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - x + y - 21 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 5y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 8yz + 6xz - 19x^2 - 20y^2 - 10z^2 + 12y + 4z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-031

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6x - 39 + \sqrt[3]{7x - 15}}{5x - 27 - \sqrt{3x^2 + 6x - 135}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\sin(-10x^2 + 7x) + (-5x^2 + 9x)^{\frac{3}{2}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x - 6} \cdot e^{4-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int x(3x^2 - 7)^{\frac{5}{6}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4(7x - 5y)\sqrt{-4x - y + 23}$  в точке  $A(4; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 3)^2(x^2 - 5x - 24) \cdot e^{\frac{x+4}{x-1}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y + 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -2$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 58 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 3y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 17yz + 18xz - 10x^2 - 18y^2 - 11z^2 + 18y + 10z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-032

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 - 8n - 1}{n^3 + 9n + 7} \right)^{n^2 - 1}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-4x^2 + 2x)^{\operatorname{ctg}(-3x^2 + 4)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-7 - x) \cdot e^{\frac{-6}{x+7}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int x^{-\frac{9}{2}} \ln x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (-x + 3y)\sqrt[4]{-2x - 3y}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( 2^{\frac{1}{x-8}} - 2^{\frac{-1}{x+9}} \right) (x^3 + 2x^2 + x)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 2)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 3y + y^2 + 5x + 2xy - 52 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 2yz + 6xz - 4x^2 - y^2 - 2z^2 + 19y + 3z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-033

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^9 + 3}{\sqrt{2n^{10} - 7n - 8} + \sqrt{4n^{18} + 5}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{5x+4}(8x^2 + 3x + 2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3x - 6}{(x - 6)(x + 3)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{10(x^2 + 7x - 5)}{x^3 - 25x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{9}{2} \cdot \frac{6x^3 + 3}{\sqrt{(y + 1)^2 + 5}}$  в точке  $A(-1; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(e^{\frac{1}{x+3}} - e^{\frac{1}{x+4}}\right)x(x-1)^2$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 2)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + 5x + y^2 - 7y - 12 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 6yz + 18xz - 15x^2 - 8y^2 - 17z^2 + 17y + 9z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-034

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^{10} + 8}{\sqrt{3n^{20} + n^8 - 9}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_x(8x - 1) \cdot \operatorname{ctg}(7x + 2) \cdot (x^2 + 9)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x - 9} \cdot e^{9-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^{10^6} \frac{\lg x}{x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{96} \cdot ((y + 4)^2 - 5)^{3 + \sin(2x^3 - 2)}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 4}{x + 2} \cdot \log_2(1 + (x + 3)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 3)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 4x + 2y + 2xy + y^2 - 31 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 16yz + 3xz - 5x^2 - 4y^2 - 11z^2 + y + 10z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-035

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 - 4 \operatorname{arctg} 4x}{2 - 3 \operatorname{arctg} 4x} \right)^{\frac{-1+4x}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 7(4x^2 + 2x)^{\frac{1}{7}} \cdot \cos^7(6x^3 - x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -2x^2 + 8x - 3 - 3 \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1}{(7 - 3 \operatorname{ctg} 7x) \sin^2 7x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-4 + \arcsin(-5y - 6y^2 + 11)}{x^3 - 7}$  в точке

$A(2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{2\pi}{3}$  с положительным направлением

оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+7}{x-6} \cdot 3^{\frac{-1}{x+6}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-1)(y+6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,

$x^2 + 2xy - 2x + y^2 - 28 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 8yz + 4xz - 13x^2 - 6y^2 - 16z^2 + 14y + 18z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-036

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{3 \sin 3x - 3x - 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8}{6 + e^{-6x^3 + 9x}} + \frac{10}{\operatorname{tg}^4(8x^3 + 6x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x - 9)^2}{x^2 - 18x + 17}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{6 + x}{\sqrt{x - 4} - 1} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot ((x + 4)^2 - 7)^{1 + \ln(e^{y-1} - 2y + 2)}$  в

точке  $A(-1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 7}{x + 5} \cdot \log_3(1 + (x - 7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 3$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 12y - 14x + 43 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 10yz + 17xz - 10x^2 - 12y^2 - 16z^2 + 7y + 5z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-037

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7n^{16} - 5n^5 + 2} \cdot \sin(-7n + 8)}{2n^{11} - 8n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 6(-9x^3 + 5) \cdot \arccos^6(8x^3 + 2x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-6x - 8}{(x + 2)(x - 4)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{23}^{34} \frac{\sqrt{x+2} + 5}{2 + \sqrt{x+2}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{48} \cdot (y + 3y^2 - 6)^{3 + \operatorname{tg}(e^{x-1} - 7x + 6)}$  в

точке  $A(1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-3} \cdot \log_4(1 + (x+3)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-7)(y-5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 4y - 54 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 4y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 2yz + 18xz - 14x^2 - 12y^2 - 2z^2 + 19y + 8z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-038

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[9]{-5x + 46} - 1}{1 - \sqrt[5]{x - 8}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 8(-4x^3 + 9x) \cdot \cos^8(10x^2 - 7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x - 6)^7}{(x - 2)^8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{6x + 2}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{32} \cdot ((y + 6)^2 - 21)^{3 + \ln((x + 6)^2 - 48)}$  в

точке  $A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{2\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 1}{x - 8} \cdot \ln\left(\frac{1}{(x + 6)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 4)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 4y - 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 7yz + 3xz - 9x^2 - 19y^2 - 3z^2 + 14y + 11z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-039

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x(x-8)} - \sqrt{x^2+9})$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \lg(3x-1) \cdot \operatorname{tg}(7x-5) \cdot (4x+8)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x-7)^7}{(x-6)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{x^2+4} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{576} \cdot (-4y^3)^{3+\operatorname{arctg}(3x^3+24)}$  в точке

$A(-2; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+8}{x-5} \cdot 2^{\frac{1}{(x+9)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y = -9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - x - y - 58 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 2yz + xz - 20x^2 - 7y^2 - 4z^2 + 17y + 13z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-040

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^2(-3n-3)^2(n^2-5)^{\frac{3}{2}}}{(-2n+3)^3(4n+8)^2(2n-1)^2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{4x-3}(\arcsin(5x+1))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 + 5x - 6)}{x^2 + 14x + 49}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cos 6x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3x^3 + 90}}{7y + 3y^2 + 3}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (5; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+4}} - 3^{\frac{1}{x+8}}\right)(x^3 - x^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y - 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 4y - 2x - 7 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 11yz + 13xz - 13x^2 - 18y^2 - 7z^2 + 4y + 10z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-041

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 7^n + 2n^6 + 5n + 2}{2 \cdot 4^n + 3n^7 - 3}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{6}{\ln^6(5x^2 - 8x) - 6^2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{8-x}{10} \cdot e^{\frac{x-9}{x-8}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{9^{2x}}{9^{2x} + 6} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} e^{4x^3 - 108} \cdot (4y - 2y^2 + 1)$  в точке

$A(3; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; 3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{1}{x+5}} - 2^{\frac{-1}{x+8}}\right)x(x+1)^2$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 4x + 2y - 4 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 7y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 2yz + 19xz - x^2 - 4y^2 - 18z^2 + 3y + 12z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-042

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left( \frac{\cos\left(\frac{1}{x^7}\right)}{\ln\left(\frac{1}{x^7}\right)} - 2 \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{\lg(x^2 - 4) - (4x^2 - 9)^3}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^5 e^{-8x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{e^{-4}}^1 (2 - x)(\ln^2 x + \ln x - 2) dx$ .

5. Найдите производную функции

$f(x; y) = (-5 + \arcsin(e^{x-3} - 6x + 17)) \cdot (5y^3 - 6)$  в точке  $A(3; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 2)(x + 1)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x - 6}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y - 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 8$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - x + 3y - 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 16yz + xz - 3x^2 - 8y^2 - 4z^2 + 13y + 2z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-043

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 5^n + 3n^6}{3 \cdot 4^n - 5n^7}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{8x+3}(\operatorname{ctg}(6x - 3))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x^2 - 36)}{(x - 7)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x \cos^2(\ln 3x + 3)}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot \frac{-5 + \operatorname{arctg}(4x^2 - 4x)}{y^3 - 9}$  в точке А в

направлении вектора  $\vec{v} = (5; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x+6}\right) + 5 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x+6}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,  $x^2 + 2xy + 2x + y^2 - 60 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые

точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 14yz + 11xz - 18x^2 - 13y^2 - 4z^2 + 19y + 17z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-044****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 4}{\sqrt{2n + 4} + 6n - 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{5x-2}(\cos(8x + 4))$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2x + 4}{(x - 3)(x + 6)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \cos^3(5x + 3) dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(7 + \arctg((y + 6)^2 - 49)) \cdot ((x + 2)^2 - 8)$$

вектора  $\vec{v} = (5; 4)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{1}{x-8}} - 2^{\frac{1}{x+7}}\right)x(x + 1)^2$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 - 2xy + 6x + y^2 - 8y - 16 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 5yz + 8xz - 6x^2 - 11y^2 - 15z^2 + 11y + 12z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-045

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-3n-3)^4 (n^7+3)^{\frac{1}{7}}}{(2n-4)^2 (-2n-6)^2 \sqrt{n^2-2}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\ln^7(8x^3 - 5x^2) + 7}{4x^3 - 9x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (2-x) \cdot e^{\frac{-4}{x+1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{8}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \operatorname{ctg} 2x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{5} \ln(5y + 5y^2 - 9) \cdot (3x + x^2 + 3)$  в

точке  $A(-2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; -2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+9} \cdot \log_{\pi}((x-4)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-8)(y+8) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x+y=3,$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 5y - 48 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке}$$

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 9y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 8yz + 18xz - 12x^2 - 2y^2 - 11z^2 + 18y + 2z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-046

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n^2 - 5n + 8)(3n - 8 \sin(-6n + 7))}{(-7n^3 + 5n^2 + 9n - 3)}.$$

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{4}{8^{\frac{1}{9}} - \ln^9(-4x^2 + 8x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4x - 8}{x^2 + 3x - 18}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x - 1}{x^2 + 4x - 5} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(1 + \arcsin((y + 4)^2 - 49)) \cdot (4x - 5x^2 + 10) \text{ в точке } A(-1; 3) \text{ в}$$

направлении, составляющем угол  $\phi = 135^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 9}{x - 8} \cdot 3^{\frac{1}{(x+3)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 6)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 8y - 6x - 4 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 11yz + 13xz - 17x^2 - 18y^2 - 11z^2 + 3y + 13z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-047****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \sin(x-1)}{5x^2 - 2x - 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{\sqrt{7x^2 - x}}{6 + \lg(4x^2 - 3)}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{-2-x}{x-1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{-5 + \log_-(2x-5)}{(2x-5) \log_-(2x-5)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{5y+6y^2-1}}{e^{x+1} - 4x - 6}$  в точке  $A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (8; -2)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{1}{x+3}} - 2^{\frac{-1}{x-5}}\right)(x^3 + 2x^2 + x)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-4)(y-4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 5x + 3y - 50 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 3yz + 12xz - x^2 - 14y^2 - 10z^2 + 19y + z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-048

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x - 2} - \sqrt{4x^2 + x - 2})$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (6x^2 - 8x)^{\arccos(10x^2 + 6x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x + 6)^2 (x + 4)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4^{4x}}{\cos^2(4^{4x} + 8)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \ln(-7y + 5y^2 - 23) \cdot (5x + 2x^2 - 6)$  в точке  $A(1; 3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+7}{x-7} \cdot e^{\frac{1}{(x+5)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,  $x^2 + 6x + 4y + 2xy + y^2 - 16 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении

анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 10yz + 12xz - 4x^2 - 18y^2 - 16z^2 + 20y + 8z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-049

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{6 \cdot 5^x + 6}{6 \cdot 5^x + 4} \right)^{5^x - 9}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{8x+1}(\operatorname{tg}(2x + 3))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3}{x^2 + 7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos^2 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3 \cdot \frac{-5x - 5x^2 - 3}{3 + \ln(y - 5y^2 + 5)}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( 2^{\frac{-1}{x+6}} - 2^{\frac{1}{x-2}} \right) (x^3 - x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 9)(y + 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 2xy - 3x + y^2 - y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 15yz + 17xz - 16x^2 - 15y^2 - 13z^2 + 13y + 18z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-050

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 7x\right)^{\frac{2-3x}{\sin 3x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8}{\log_9(2x^2 - 5) - (10x^3 + 6x^2)^{\frac{1}{7}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x^2 - 15x + 56)}{x^2 + 6x + 9}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3x - 7}{x^2 - 6x + 8} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-2 + \operatorname{tg}(-6x^2 + 7x + 10)}{4y^3 - 3}$  в точке А в

направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+8}} - 3^{\frac{-1}{x+3}}\right)(x^3 - x^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 7)(y + 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - x + 3y - 41 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 7yz + 6xz - 11x^2 - 13y^2 - 8z^2 + 15y + 12z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-051

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2^n - 1}{2^n - 5} \right)^{2^n - 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (6x^2 - 7x)^{\operatorname{tg}(5x^3 + 9x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x - 5)^2}{(x - 7)(x^2 - 14x + 49)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \lg(x - 4) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{16} \cdot (-4x + 5x^2 - 5)^{\sqrt{e^{y-1} + 4y - 1}}$  в

точке  $A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; 1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^3(x + 1) \cdot \ln\left(\frac{1}{(x - 2)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 2)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 - 4y + y^2 - 2x + 2xy - 61 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 10yz + 12xz - 10x^2 - 12y^2 - 7z^2 + 16y + 13z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-052

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n^{14} - 6n + 3}}{-7n^9 n^2 - 8}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{5x-2}(7x^2 + x + 5)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2x^3}{x^2 + 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (6x - 5) \cos 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot (e^{y-1} + 2y - 1)^{3 + \arctg((x-2)^2 - 16)}$  в

точке  $A(-2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = \frac{x^2(x-1)}{(x+5)^3(x-4)(x+5)(x^2+x-20)} e^{x+8}$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-1)(y-4)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,

$$x^2 - y + y^2 + x + 2xy - 6 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 12yz + 14xz - 15x^2 - 18y^2 - 8z^2 + 16y + 13z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-053****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n^2 + 9)(9n^2 - 9)(4n^2 - 8)}{(8n^3 + 9)^2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{9}{\lg^5(-8x^3 + 6x) + \cos(-2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^2 - 5x - 1}{x + 3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 9^{7x} \cos(9^{7x} + 6) dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg}(-2y + 6y^2 - 4)) \cdot (-4x - x^2 + 11)$$
 в точке  $A(2; 1)$  в направлении

вектора  $\vec{v} = (5; -4)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 7x + 12)(x + 3)^2 \cdot 3^{\frac{x+2}{x-1}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 55 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые

точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 8y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 16yz + 2xz - 10x^2 - 17y^2 - 14z^2 + 7y + 12z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-054

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5 - 2n - 3n^2}{2n + 4} + \frac{1 + 7n + 4n^2}{n - 2} \right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\cos(8x^2 - 7x))^{6x^3 + 9x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{x+3}{2}}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int x^{\frac{2}{7}} \ln x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{6} \cdot \frac{-6 + \sin(-3x^3 + 24)}{3y - y^2 - 3}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-5; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 8}{x + 5} \cdot \log_7((x - 7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 6)(y - 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -8$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 3x - 5y - 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 19yz + 13xz - 2x^2 - 11y^2 - 8z^2 + 13y + 3z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-055

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{9 \cdot 8^x - 1}{9 \cdot 8^x + 7} \right)^{7 \cdot 8^x - 5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-7x^3 + 3x)^{\operatorname{tg}(-9x^2 + 10x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 + x - 3}{(x - 2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (3x - 5)(\ln^2 x + 6 \ln x - 7) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 + \operatorname{arctg}(2y - 4y^2 + 2)}{(x + 1)^2 - 5}$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 9}{x - 6} \cdot \lg(1 + (x + 3)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 9)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 9x + 7y - 18 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 3yz + 2xz - 16x^2 - 5y^2 - 11z^2 + 14y + 5z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-056

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + n + 1}{n^3 - 8n + 8} \right)^{7n^2 + 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (8x^3 + x^2)^{\operatorname{arctg}(-5x^3 + 6x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{-7-x} \cdot e^{-6-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{\cos 4x}{\sin^2 4x - 49} dx$

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 9 \cdot \frac{-6y - 5y^2 + 6}{\sqrt{(x+4)^2}}$  в точке  $A(-1; -1)$

в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 + x^2) \cdot \ln\left(\frac{1}{(x-2)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 5)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 8y - 6x - 19 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь

методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 4y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 17yz + 15xz - 6x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 9y + 15z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-057

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2n-4)^2(-2n+7)^2(2n+6)^4}{(-n-8)(4n^2+4)(-2n+1)^2(-2n-9)^2}.$$

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{-7x^3 + 9x^2}{\cos^8(-6x^3 + 3) + 8}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3-x}{10} \cdot e^{\frac{x+6}{x+3}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \lg(x+6) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{9} e^{-4y^3 - 108} \cdot (3x^3 - 2)$  в точке

$A(1; -3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; 7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+2}{x-9} \cdot 3^{\frac{1}{(x+3)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 3$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 13x - 11y + 29 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 19yz + 15xz - 6x^2 - 8y^2 - 10z^2 + 11y + 2z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-058

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + 3 \cdot 5^n - 3}{2 \cdot 6^n + 3n^3 + 5n + 2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{3x+1}(\arccos(7x + 1))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (7 - x) \cdot e^{\frac{4}{x-7}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 - x + 1)e^{6x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{9} \cdot \frac{-y^3 + 1}{-2 + \operatorname{tg}(3x^3 + 24)}$  в точке

$A(-2; -3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-8}{x+7} \cdot e^{\frac{1}{(x+5)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 6)(y + 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 4$ ,  $x^2 - 2xy + 8x + y^2 - 6y - 22 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 9y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 9yz + 20xz - 15x^2 - 9y^2 - 13z^2 + 6y + 11z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-059

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(x) + 2 \sin(-6x^2)}{3x^3 \arctg\left(\frac{6}{x}\right) - 8 \sin(-9x^2 - 2x^3)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (-10x^2 + 3x)^{\arctg(3x^3 - 8x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x-7)^7}{(x+2)^6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{tg}^6 5x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{48} \cdot (7y^3 + 11)^{\sqrt{-x^3 + 31}}$  в точке

$A(3; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+4}{x-3} \cdot \lg(1 + (x+2)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-1)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 1$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 3x + y - 34 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 19yz + 2xz - 5x^2 - 18y^2 - 10z^2 + 20y + 13z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-060

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2 - \sqrt{2x^2 - 4x + 11}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (9x^2 + 3x)^{e^{2x^2 - 8}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x^2 + 2x - 3)}{x^2 + 10x + 25}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{(\operatorname{ctg}^2 7x - 25) \sin^2 7x}$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(4 + \arcsin(6y + 7y^2 - 13)) \cdot (-5x - 5x^2 + 1) \text{ в точке } A(-1; 1) \text{ в}$$

направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^2(x - 6) \cdot \lg\left(\frac{1}{(x - 7)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x - 7)(y + 2) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x + y = 6,$$

$x^2 - 2xy + 8x + y^2 - 6y - 14 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 9y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 4yz + 9xz - 20x^2 - 5y^2 - 9z^2 + 8y + 10z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-061

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 9x + 7}{3x + 9} \sin\left(\frac{6}{5x + 7}\right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{\operatorname{ctg}^7(-6x^3 + 9x) + 5^7}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -4(x + 2)^2(x - 4)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3 \cdot \frac{\sqrt{(x + 6)^2 - 16}}{(y - 2)^2}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (2; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 9}{x - 9} \cdot 3^{\frac{1}{(x+4)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - y + x - 21 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 11yz + 4xz - 2x^2 - 8y^2 - 4z^2 + 9y + 8z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-062

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-6n - 1)(\ln(n - 4) - \ln(n - 1))$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{3}{(7x^2 - 8)^{\frac{9}{14}}} - \frac{4}{\arctg(8x^3 + x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x + 5)^6}{(x - 4)^5}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (x^2 - 5x - 3) \cos 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (-1 + \operatorname{tg}(e^{x-1} + 6x - 7)) \cdot (-4y + 3y^2)$$
 в точке  $A(1; 1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 8}{x + 4} \cdot \operatorname{lg}\left(\frac{1}{(x - 5)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 4$ ,  $x^2 - 2xy - 26 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками,

содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 19yz + 9xz - 3x^2 - 7y^2 - 20z^2 + 8y + 13z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-063

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{9^x - 6}{9^x - 4} \right)^{9 \cdot 9^x - 5}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{4 + e^{-7x^2 + 1}}{(5x^3 + 9x)^4}$ . Преобразовывать и

упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(-1-x)^3}{(x+4)(x-4)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{21}^{86} \sqrt[4]{x-5} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-5 + \operatorname{tg}(-3x + 5x^2 - 54)}{6y - y^2 - 6}$  в точке А в

направлении вектора  $\vec{v} = (1; 2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+5}{x-9} \cdot e^{\frac{1}{(x+7)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-7)(y-4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 51 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 10yz + 8xz - 19x^2 - 2y^2 - 12z^2 + 16y + 15z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-064

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^7 - 3 \sin 7n + 4}{6n^7 + 4 \cos 7n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{3x-1}(7x^2 - 4x - 5)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4(x+4)^3}{x^2 - 3x - 4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 6 \sin^2 2x \cos^2 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{8} \cdot (e^{y-2} + 6y - 9)^{2 + \arctg(-3x^3 + 24)}$  в

точке  $A(2; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+5)(x-6)^2 x \arctg\left(\frac{1}{x-3}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-4)(y-6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 1$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 5y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 14yz + 4xz - 2x^2 - 19y^2 - 15z^2 + 10y + 3z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-065

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} (x^2 + 6x) \ln 9x$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-6x^3 + 4x^2)^{e^{-9x^3+2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{8(x-2)^2}{(x-7)(x^2-14x+49)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_e^{e^6} \frac{dx}{x \ln x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{-6x^3 - 47}}{4y^2 + 4y - 7}$  в точке  $A(-2; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = -60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+4}{x-7} \cdot \ln((x+9)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+9)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -9$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - x + y - 73 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 8y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 3yz + 17xz - 16x^2 - 7y^2 - 2z^2 + 16y + 7z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-066

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{-n} + 3 \cdot 4^{-n}}{4 \cdot 4^{-n} - 3 \cdot 3^{-n}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{4x^2 - 9x}{\arctg^5(2x^2 - 8) + 5}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -5(x+2)^2(x-3)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 - 6x - 6) \sin 4x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{-3x^3 - 16}}{4y^3 - 5}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (4; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x-2} \cdot \ln(1 + (x+8)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-8)(y-7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -7$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + x - y - 9 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 5y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 16yz + 11xz - 19x^2 - 8y^2 - 17z^2 + 18y + 9z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-067

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos x \right)^{\frac{2-8x}{x^2}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{-2x^2 + 5}{\arccos^8(-5x^2 + 8x) + 8}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = 3(x - 5)^2(x + 4)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{12}\pi}^{\frac{1}{6}\pi} e^{-4x} \cos 3x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{-5x^2 + 5x + 10}}{-4y^3 - 3}$  в точке  $A(-1; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 120^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-7} \cdot \lg((x-8)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x - 1)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -9$ ,  $x^2 + 5y + y^2 + 3x + 2xy - 41 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 19yz + 7xz - 8x^2 - 7y^2 - 6z^2 + 2y + 17z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-068

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{45 - 9x}{3 - \sqrt{8x - 31}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{5}{(x^2 - 3)^{\frac{1}{5}} + \operatorname{arctg}(8x^2 - 5)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x + 6}{12} \cdot e^{-\frac{x-1}{x+6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{arctg}(x + 1) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \operatorname{tg}(xe^{y+2} - yx^2 - 6)$  в точке  $A(-2; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x+6)(x^2-12x+36)} 2^{x+9}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y + 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 7$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 7y + 9x = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 14yz + 15xz - 3x^2 - 10y^2 - 19z^2 + 16y + 8z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-069

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 3 \cos 3x}{4x + \sin 6x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 7 \operatorname{ctg}^7(-9x^3 + 4x) \cdot (2x^2 - 8x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4x + 7}{x^2 - 4x + 4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{e^{6x}}{\sqrt{36 - e^{12x}}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-2x^3y^2 - 2y)$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+2}{x-3} \cdot e^{\frac{1}{(x+3)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 3y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 10yz + 4xz - 12x^2 - y^2 - 7z^2 + 3y + 19z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-070

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7n^2 - 8n + 2}}{6n^2 + 4n + 5}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{10}{(-9x^2 + 5x)^{\frac{8}{3}} + \operatorname{ctg}(-8x^3 + 2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^5 e^{-9x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^{-3} \frac{2(x^2 - 9x + 6)}{(x - 9)(x - 5)(x - 6)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 + \ln(4x^3 + 109)}{-3y^2 + 4y + 6}$  в точке

$A(-3; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x+4}} - 2^{\frac{-1}{x+3}}\right)x^2(x - 1)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 3)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + x - y - 56 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 10yz + 3xz - 4x^2 - 10y^2 - 17z^2 + 3y + 7z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-071

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 - n - 3})$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_4(5x - 6) \cdot \sin(8x - 7) \cdot (3x^3 + 7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x - 9)^5}{(x + 9)^6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin 7x \cos 3x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (e^{y+1} - 2y - 1)^{e^{x+3} - 7x - 22}$  в точке

$A(-3; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; -4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-7} \cdot \log_5\left(\frac{1}{(x+5)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 2)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 6$ ,  $x^2 + 2xy - 5x + y^2 - 3y - 39 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 9y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 4yz + 3xz - 10x^2 - 16y^2 - 6z^2 + 13y + 10z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-072

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x+1}{1-x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{2}{\sqrt[10]{2x^3 - 4x}} + \frac{4}{\arccos(6x^2 - 7x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -(x - 4)^3(x + 6)^2$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1+x}{x^2+16} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (1 + \operatorname{tg}(e^{y+2} + 5y + 9)) \cdot ((x - 1)^2 - 3)$  в точке  $A(-1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 6)(x + 8)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 5}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -8$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 9x - 7y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 3yz + 12xz - 13x^2 - 7y^2 - 14z^2 + 15y + 2z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-073****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 - 4} - \sqrt{5x^2 - 5}) \operatorname{arctg}(5x - 4)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{2x+1}(\operatorname{tg}(4x + 3))$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 - 6x^2 - 30x - 15}{(x + 1)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int x\sqrt{4x^2 - 5} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{6}(-6 + \ln(-6x^3 + 49)) \cdot (e^{y+1} + 7y + 5)$$
 в точке  $A(2; -1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 + x^2) \cdot \lg((x - 9)^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + 10x + y^2 - 12y + 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 5yz + 19xz - 15x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 10y + z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-074

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 2e^{-6x} - 1 \right)^{\frac{6-x}{7+x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \left( \cos(-4x^3 + 9) \right)^{7x^2 + x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+6}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^9 \frac{58(x^2 - x + 5)}{(x+6)(x^2 - 2x + 10)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-5 + \ln(6y + 2y^2 - 35)}{3x + x^2 + 1}$  в точке

$A(-1; 3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; 2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-2}{x+8} \cdot \log_{\pi}((x+7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-9)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 13x - 11y + 31 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 3y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 17yz + 13xz - x^2 - 3y^2 - 11z^2 + 10y + 19z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-075

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n^4 - 8n^3 - 9}{-3n^5 + 6n^3}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{7^{\frac{15}{7}} + \ln^7(-3x^3 + 6)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-x^3 - x^2 + 7x + 7)e^{-1-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{8}\pi}^0 \frac{3 \operatorname{tg}^3 2x + 2 \operatorname{tg}^2 2x + 3}{\cos^2 2x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot (2y + 5y^2 - 1)^{\sqrt[4]{x^3 + 43}}$  в точке

$A(-3; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x+2)^3 \cdot \ln\left(\frac{1}{(x-4)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-2)(y+8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 10y - 8x + 20 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 17yz + 4xz - 7x^2 - 3y^2 - 11z^2 + 10y + 13z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-076

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{8 \cdot 3^x + 2}{8 \cdot 3^x - 3} \right)^{6 \cdot 3^x - 1}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 8(-5x^2 + 6) \cdot \sin^8(2x^2 - 3)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x-3} \cdot e^{x-3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \cos^3 6x \sin^4 6x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{6x^2 - 7x - 2}{-1 + \ln(3y + 2y^2 + 2)}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^3(x-8) \cdot \log_x \left( \frac{1}{(x+2)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-2)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - y + x - 19 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 3y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 12yz + 5xz - 14x^2 - 11y^2 - 15z^2 + 3y + 7z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-077****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - 4 \cdot 8^{x+3}}{7 \cdot 8^{x+3} + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{7x-5}(\cos(4x-3))$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x-9)^7}{(x-6)^8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4x-5}{(2x^2-5x+5)^{\frac{8}{7}}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \arctg(2x^2 + 3y^2 - 3xy - 17)$  в точке  $A(-2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; 1)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+8}{x-7} \cdot \log_{\pi}(1+(x+1)^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-9)(y-4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 13y - 15x + 39 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 4yz + 20xz - 18x^2 - 15y^2 - 6z^2 + 6y + 16z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-078

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{-n} - 5n^6 + 3}{5n^6 - 4 \cdot 2^{-n} - 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 6 \log_{\pi}(6x^2 - x) \cdot (7x^3 - 4x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x-5)^6}{(x+2)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\ln 3}^{\ln 4} \frac{e^{3x}}{\sqrt[6]{e^{3x} + 8}} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(-2 + \arcsin(-y^2 + 4y - 4)) \cdot ((x+1)^2 - 2)$$
 в точке  $A(-2; 2)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-7; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-2)^2(x^2 + 6x - 16) \cdot 2^{\frac{x+7}{x+4}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x+4)(y-3)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,

$x^2 + 2xy + y^2 - 13y - 11x + 30 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 11yz + 10xz - 4x^2 - 2y^2 - 18z^2 + 9y + 11z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-079

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2 + x + 18}{x^3 - 8}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{3x+2}(7x^2 - 2x + 1)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-4 - x) \cdot e^{\frac{-6}{x+4}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^9 \frac{6(x^2 + 6x - 5)}{(x+4)(x^2 + 13x + 42)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{\sqrt{(x-3)^2 - 3}}{-3y^3 + 2}$  в точке  $A(1; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x-8} \cdot 2^{\frac{1}{(x+7)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-3)(y-9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 2xy + 5x + y^2 - 7y - 5 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 6y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 3yz + 10xz - 14x^2 - 19y^2 - 16z^2 + 11y + 7z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-080

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6 \cdot 5^{x+6} - 7}{4 \cdot 5^{x+7} + 6}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{2x-3}(2x^2 - x + 5)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5(x+6)^3}{x^2 + 12x + 41}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x^2 + 8x + 18}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(7 + \arcsin((x+5)^2 - 49)) \cdot ((y-2)^2 - 2)$$

вектора  $\vec{v} = (-2; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x+1)^3(x-9)(x+1)(x^2-8x-9)} 3^{x+9}$$

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 3x - y - 57 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 9y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 2yz + 3xz - 10x^2 - 2y^2 - 9z^2 + 11y + 5z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-081

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{8}{x} - 2\right) e^{-\frac{3}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 4\text{ctg}^4(7x^3 - 3x^2) \cdot (3x^2 + 9x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{7-x}{12} \cdot e^{-\frac{x-1}{x-7}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-8}^{-5} \frac{x+7}{x^2+16x+68} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{y^3+27}}{-4x^2+5x+10}$  в точке  $A(-1; -3)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 8x + 15)(x + 3)^2 \cdot 3^{\frac{x-7}{x-9}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 6)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 2y - 50 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 13yz + 11xz - 10x^2 - 6y^2 - 11z^2 + 10y + 8z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-082

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{\sqrt[3]{3x-9} + \sqrt[3]{5x+57}}{2x+10 + \sqrt{3x^2+9x-50}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \lg(3x-1) \cdot \cos(4x-5) \cdot (3x^2-7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -3(x+7)^2(x-6)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^1 3^{-\frac{x^2}{7}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 9\sqrt[3]{x^2y^3 + x - 7}$  в точке  $A(2; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\arctg^2\left(\frac{1}{x-7}\right) + 4\arctg\left(\frac{1}{x-7}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-5)(y+6)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=1$ ,

$$x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 2y - 11 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 16yz + 19xz - 18x^2 - 13y^2 - 19z^2 + 6y + 13z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-083

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x + 3) \left( \operatorname{arctg} 3x + \frac{\pi}{2} \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \sqrt{3x^3 - x^2 - \lg(-5x^3 + 9x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -5x^2 + 7x + 3 - \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{36} (-4 + \ln(-6x^3 + 49)) \cdot (-3y^3 + 4)$$

в точке  $A(2; 1)$  в направлении

вектора  $\vec{v} = (8; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 6x + 8)(x + 2)^2 \cdot e^{\frac{x+3}{x+7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 3)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 5y - 33 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 12yz + 11xz - 6x^2 - 3y^2 - 19z^2 + 13y + 10z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-084****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2 \cos^5 7n + 7}{3 - 8n + 8 \cos^4 5n}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (-5x^3 + 9x^2)^{\sin(-2x^3 + 7x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -2(x+2)^3 e^{-9x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{1}{12}\pi} e^{-6x} \sin 4x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 108 \sqrt[4]{-5y + y^2 + 87} \cdot (-2x^3 + 1)$  в точке  $A(1; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; 5)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^2(x-2) \cdot \log_7((x+9)^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-5)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 2y - 61 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 13yz + 2xz - 2x^2 - 16y^2 - 4z^2 + 3y + 11z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-085

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{6x^2 + 3x - 18}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_x^7(8x^3 + 5x^2) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{7x^3 + 4x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 + 9x + 8)}{x^2 - 4x + 4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (4x + 5) \sin 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 6 \cdot \frac{\sqrt[3]{-4y^2 + 6y + 36}}{2x^3 + 3}$  в точке

$A(-1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-8; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-4}{x+8} \cdot \log_5(1 + (x-6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 2)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,  $x^2 + 7y + y^2 + 5x + 2xy + 2 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 16yz + 9xz - 11x^2 - 13y^2 - 4z^2 + 19y + 13z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-086

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^4 - 5 \cos 2n - 3}{1 + 5n^5 - 3 \cos 4n}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \ln^9(7 + (3x^3 + 4x)^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 + 13x^2 + 43x + 41}{x^2 + 4x + 4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_6^7 \sqrt{x^2 - 7} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-5 + \operatorname{arctg}(e^{x-3} + 2x - 7)}{(y + 2)^2 - 8}$  в точке А в

направлении вектора  $\vec{v} = (8; 1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-6}{x-9} \cdot \log_5(1 + (x+2)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y - 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 6$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 78 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые

точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 5yz + 2xz - 19x^2 - 11y^2 - 15z^2 + 2y + 13z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-087

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{8}{-n-3}\right)^{-n+8}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{10}{\lg^{10}(6x^3 - 8) + \sqrt{2}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 2x - 15}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{5}{12}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{tg} 2x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-1 + \arcsin(5x^3 + 135)}{y^2 - 2y - 2}$  в точке

$A(-3; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{2\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x-6}} - 3^{\frac{-1}{x+9}}\right)(x^3 - 2x^2 + x)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 7$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 6)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 0$ ,  $x^2 - 2xy - 14x + y^2 + 12y + 40 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 4yz + 9xz - 10x^2 - 2y^2 - 13z^2 + 18y + 15z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-088

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt[3]{(n-3)^5} + 5\sqrt[6]{n^5-9}}{\sqrt[5]{n^6+1} + \sqrt[5]{n^3-2}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8 + \arccos^8(2x^2 - 9x)}{9x^2 - 5}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{7-x}{x+5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4x-3}{\sqrt{15-x^2+2x}} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{6}(-6 + \arcsin(5y^3 + 40)) \cdot (e^{x-2} - 3x + 4)$$

в точке  $A(2; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; 3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x-1} \cdot \log_{\pi}\left(\frac{1}{(x+4)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x+5)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 4y - 44 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 11yz + 4xz - 4x^2 - 13y^2 - 10z^2 + 8y + 19z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-089

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 3x - 2}{e^{5x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{6}{\lg(4x^3 - 2x^2)} + \frac{3}{\operatorname{tg}^{10}(9x^3 + 7x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{7(x-8)^2}{(x-9)(x^2 - 18x + 81)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int e^{4\sin 6x + 5} \cos 6x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot (y + 5y^2 - 4)^{2 + \operatorname{arctg}(-3x^3 - 24)}$  в

точке  $A(-2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-2)^2(x^2 + 2x - 8) \cdot e^{\frac{x+6}{x+8}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 7$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-1)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 - 2xy + 10x + y^2 - 8y + 9 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 4y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 11yz + 4xz - x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 11y + 15z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-090

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x - 2}{4x + 4} \right)^{2x-2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \lg(2x^3 - 6) \cdot \sin(x^3 + 9) \cdot (7x^2 + 9)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x - 5)^6}{(x + 7)^5}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (-6x^2 - 7x - 6) \ln x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{18} \cdot (-6y^3 - 4)^{1 + \lg(-3x^3 + 24)}$  в точке

$A(2; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 6}{x + 7} \cdot \lg(1 + (x + 9)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 13x + 11y + 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 12yz + 8xz - 11x^2 - 10y^2 - 6z^2 + 7y + 17z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-091

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 \sin 4x + 6x - 4}{5x + 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (4x^2 - 5x)^{\cos(6x^3 - 7x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x+5)^6}{(x-6)^6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{e^{4x}}{e^{8x} - 9} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{3} \cdot \frac{-7x^3 - 5}{\sqrt[3]{-4y^3 + 12}}$  в точке  $A(1; 1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-3; 2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+3}{x-4} \cdot \ln((x+7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-1)(y+9)$$

на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,

$$x^2 + 2xy + 11x + y^2 + 13y + 43 = 0.$$

При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 8y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 9yz + 4xz - 5x^2 - 20y^2 - 17z^2 + 18y + z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-092

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{5x-1}{x-1}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{4}{e^{-10x^3+5} - (2x^3 + 4x)^{\frac{5}{2}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{x-8}{2}}}{x^2 - 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2}(5x - 3y)(1 + \arctg(7x + y + 27))$  в

точке  $A(-3; -6)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-8; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 7x + 6)(x + 1)^2 \cdot 2^{\frac{x-2}{x+3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 2)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 7$ ,  $x^2 - 7y + y^2 + 9x - 2xy - 7 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 4yz + 16xz - 19x^2 - 17y^2 - 3z^2 + 14y + 11z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-093

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 4x - 6}{6x^2 - 3x - 9}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\log_4(9x^2 - 4x))^{-6x^2 + 5}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x-6)^2}{(x+1)(x-13)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{5x^2 + 22x + 20}{(x+2)(x^2 + 4x + 4)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x^3 + 7}{-1 + \operatorname{tg}((y-4)^2 - 25)}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; 2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-1} \cdot \log_{\pi} \left( \frac{1}{(x+2)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-5)(y+7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,

$x^2 - 2xy + 2x + y^2 - 74 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 7y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 14yz + 12xz - 20x^2 - 18y^2 - 9z^2 + 8y + 18z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-094

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (7^n + 8)(\ln(7^n + 5) - \ln(7^n + 2))$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \operatorname{tg}^5(-2x^2 + 4) \cdot \frac{1}{(x^3 + 8x)^5}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x-2)^6}{(x+4)^5}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{36}\pi}^{\frac{1}{24}\pi} \operatorname{tg} 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{54} \cdot ((x+1)^2 - 6) \sqrt[3]{-2y^2 - 6y + 47}$  в

точке  $A(2; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-5)(x-9)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-2}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+4)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 9y + 7x + 1 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте

рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 19yz + 16xz - 4x^2 - 8y^2 - 2z^2 + 3y + 17z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-095

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} \frac{-8(\cos x - \cos(\frac{2\pi}{3}))}{x - \frac{2\pi}{3}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\operatorname{ctg}(-10x^2 + 7))^{-9x^3 + 6x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^2 e^{3x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 20}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x-7)^2 - 2}{2 + \arctg((y+3)^2 - 16)}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-6; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\arctg^2\left(\frac{1}{x+6}\right) + 9 \arctg\left(\frac{1}{x+6}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-7)(y-5)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,

$$x^2 + y^2 - 2xy - 3x + y - 58 = 0.$$
 При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 3yz + 20xz - x^2 - 18y^2 - 2z^2 + 15y + 14z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-096

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-3n-6)(n^2+7n-9)(n+2)^3}{(2n-4)(n^2-8n+9)(-n+6)^2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7}{9^{9x^3+5x^2} - \sqrt{2x^2-1}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^6 e^{-4x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (7x+3)(7 \sin 4x - 4 \cos 4x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{192} \cdot ((y-5)^2 - 12)^{3 + \arctg(-6x^2 - 3x + 9)}$

в точке  $A(1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( e^{\frac{-1}{x+9}} - e^{\frac{1}{x+3}} \right) x(x+1)^2$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-4)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -3$ ,

$x^2 + y^2 + 2xy - 3x - y - 66 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 19yz + 14xz - 13x^2 - 8y^2 - 7z^2 + 19y + 6z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-097

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - 4n^2 + 3 \cos 5n}{7 + 7n + 5 \sin 8n}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-9x^2 + 5)^{\cos(3x^2 - 8x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{7-x}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{(5 + 2 \operatorname{tg} 4x)^{\frac{2}{3}} \cdot \cos^2 4x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 + \operatorname{tg}((y + 4)^2 - 49)}{(x + 1)^2 - 2}$  в точке

$A(-2; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 - 5x^2) \cdot \log_{\pi} \left( \frac{1}{(x + 6)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = -2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 1)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 9x - 7y - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + yz + 10xz - 11x^2 - 4y^2 - 3z^2 + 5y + 19z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-098

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^5 + n^2 - n}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7}{\arcsin^8(-4x^2 + 9x)} + \frac{9}{\lg(x^2 - 5x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x+6)^5}{(x-3)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{\cos 6x}{\sin^2 6x + 4} dx$

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3\sqrt{-5x - x^2 + 41} \cdot (y^3 + 2)$  в точке  $A(2; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-2; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+8)(x-4)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x+5}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+4)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 - 2xy + 5x + y^2 - 7y - 35 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 3y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 5yz + 9xz - 10x^2 - 14y^2 - 6z^2 + 11y + 6z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-099

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9 - \sqrt[3]{x+731}}{4 - \sqrt[3]{x+66}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \ln^7\left(8 + \frac{1}{(4x^3 - 3)^2}\right)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5x^2 + 7x + 7}{x + 6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 6 \sin^2 6x \cos^2 6x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{4 + \ln(7y - 6y^2 + 34)}{5x - 2x^2 - 2}$  в точке  $A(1; 3)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-4}{x+4} \cdot \log_4(1 + (x-1)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 6)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -1$ ,  $x^2 - 6x - 4y + 2xy + y^2 - 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 7yz + 2xz - 5x^2 - 18y^2 - 12z^2 + 9y + 19z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-100

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n + 4 \cdot 3^n + 5}{5 \cdot 4^n + 2 \cdot 3^n - 3}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \pi^{4x^2-9} \cdot \operatorname{tg}(2x-6) \cdot (9x+8)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (4-x) \cdot e^{\frac{7}{x-4}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^3 \frac{2(x^2-5x-3)}{(x-5)(x^2-15x+56)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{3x^2-5x-7}{\sqrt{3y^3-23}}$  в точке  $A(1; 2)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-5}\right) + 9 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-5}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-3)(y+6)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=3$ ,

$$x^2-3x+5y-2xy+y^2-35=0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 11yz + 6xz - 7x^2 - 3y^2 - 2z^2 + 7y + 11z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-101

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n + 8)^2 (3n - 7)^4}{(3n + 5)(4n - 1)^3 (-2n + 9)(2n + 8)}.$$

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7x^3 + 5x}{\arccos^4(-x^2 + 10x) + 4}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x + 9} \cdot e^{-5-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3 - 7x}{\sqrt{48 - x^2 - 2x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \sin(-x^3 y^2 - x + 5)$  в точке  $A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x-5}} - 2^{\frac{1}{x-6}}\right)x(x+1)^2$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 6)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 4$ ,  $x^2 - 2xy - 6x + y^2 + 4y - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 7yz + 11xz - 4x^2 - 8y^2 - 17z^2 + 2y + 3z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-102

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8 - 5 \cdot 2^{x+3}}{8 + 9 \cdot 2^{x+6}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{4}{(10x^3 + 6x)^6} + \frac{8}{7 + \pi^{2x^3 - 9x^2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x-1}{12} \cdot e^{-\frac{x+4}{x-1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{(3x+1)^{73}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{54} \cdot ((x-2)^2 - 6)^{3 + \arctg(5y^2 - 6y + 1)}$  в

точке  $A(-1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-2)^2(x^2 - 10x + 16) \cdot 3^{\frac{x+5}{x-1}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-6)(y-4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + y - 22 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 17yz + 2xz - 2x^2 - 8y^2 - 19z^2 + 16y + 7z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-103

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{x^3 - 1} - \frac{7}{x^7 - 1} \right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{9}{\operatorname{ctg}^4(3x^3 - 2x)} + \frac{7}{9 + 4^{-x^3 + 6}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 - x^2 - 8x + 8)e^{x-2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \ln(x + 7) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{72} \cdot ((y - 3)^2 - 23)^{\sqrt{-7x - x^2 + 17}}$  в

точке  $A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x-7} \cdot \log_4 \left( \frac{1}{(x+8)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y - 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -4$ ,  $x^2 + 7y + y^2 - 9x - 2xy - 4 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 2yz + 15xz - 17x^2 - 19y^2 - 5z^2 + 6y + 12z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-104

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 4 \cdot 2^n - 4n - 5}{3 \cdot 2^n + 5n^7 + 4n + 2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (10x^2 + x)^{3^{2x^3 - 4x}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (3 - x) \cdot e^{\frac{-2}{x-3}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2\sqrt[3]{x}}{3 + 7\sqrt[3]{x^2}} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(-4 + \operatorname{tg}((x+5)^2 - 16)) \cdot ((y-2)^2 - 10)$$
 в точке  $A(-1; -1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-5; -3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+6}} - 3^{\frac{-1}{x-8}}\right)(x^3 - x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x - 2)(y + 4)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,

$$x^2 + 2xy + y^2 - x + y - 42 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 10yz + 12xz - 11x^2 - 7y^2 - 12z^2 + 2y + 14z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-105

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (8x^7 + 4)(\ln(x^7 - 2) - \ln(x^7 + 7))$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\operatorname{ctg}(3x^2 - 8))^{4x^3 - 2x^2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 + x^2 - 6x + 3}{(x - 1)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 - 4}\sqrt{x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (2y^2 + y - 3)^{1 + \arcsin((x-4)^2 - 9)}$  в точке

$A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-4}{x+3} \cdot \lg((x+7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + y + y^2 + 3x + 2xy - 66 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 3y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 2yz + 12xz - 10x^2 - 18y^2 - 11z^2 + 19y + 18z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-106

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^7 - 4n^5 - 9n^4 - 8}{3n^3 - n + 9}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{3x+4}(\arccos(6x - 3))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x+4} \cdot e^{x+2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} e^{-2y^2 - 6y + 20} \cdot (-x^3 - 7)$  в точке

$A(-2; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{(x+8)(x^2 - 18x + 81)} 2^{x+7}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+4)(y-3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -7$ ,  $x^2 + y + y^2 - x + 2xy - 71 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 2yz + 3xz - 8x^2 - 19y^2 - 18z^2 + 14y + z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-107

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt[6]{n^4 + 6} + \sqrt[3]{n^6 - 7}}{5(\sqrt[4]{n + 8})^6 + 8\sqrt[6]{n^3 - 8}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{-8x^3 + 6x}{\log_7^5(6x^2 - 3) + 5}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3x^3}{(x + 7)(x - 8)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{11}{2}}^{-\frac{5}{2}} \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 8x - 7}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{-2x - x^2 + 3}}{e^{y-2} - 6y + 10}$  в точке  $A(1; 2)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x+9}} - 2^{\frac{1}{x-6}}\right)(x^3 - 2x^2 + x)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 7$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 4y + 2x - 5 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 18yz + 6xz - 12x^2 - 3y^2 - 17z^2 + 6y + 17z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-108

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8 - 3 \cdot 9^x}{9 - 2 \cdot 9^x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\cos(-x^3 + 3x^2))^{3x^2 + 4x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x-6)^2}{(x-8)(x-4)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{16 - \operatorname{ctg}^2 4x} \cdot \sin^2 4x}$ .

5. Найдите производную функции

$f(x; y) = (2 + \operatorname{arctg}(-x^3 + 1)) \cdot (-2y + 3y^2 - 2)$  в точке  $A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x+1} \cdot \log_2(1 + (x+7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-3)(y+2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 13y - 15x + 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 8y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 12yz + 7xz - 13x^2 - 8y^2 - 7z^2 + 2y + 9z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-109

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{8 \sin(x+1)}{x^2 - 4x - 5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{4 + \arctg(7x^2 - 2)}{\sqrt[4]{4x^3 - 3x^2}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x-1} \cdot e^{x-3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4+x}{\sqrt{x^2 - 14x + 52}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 8 \cdot \frac{x^3 + 6}{\sqrt{-4y^2 + 3y + 11}}$  в точке

$A(-2; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x-3} \cdot 2^{\frac{1}{(x+5)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-4)(y+6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 2xy - 5x + y^2 - 3y - 42 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 13yz + 15xz - 14x^2 - 18y^2 - 12z^2 + 6y + 9z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-110

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-4x}}{x^2 + 5x - 1}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8}{\ln(4) - \log_{10}^9(-5x^2 + 6)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+6}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{x^2 + 7} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{e^{x+3} - 4x - 13}}{-3y + 2y^2 - 6}$  в точке  $A(-3; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(e^{\frac{1}{x+3}} - e^{\frac{-1}{x+8}}\right)(x^3 + x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 8)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,

$x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 2y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 12yz + 8xz - 17x^2 - 8y^2 - 4z^2 + 4y + 2z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-111

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 5x - 4}{e^{-5x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 3(9x^2 - 5) \cdot \operatorname{tg}^3(-3x^3 + 10)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{-5x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^5 \frac{x+4}{x^2+12x+20} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 6\sqrt[3]{-6x^2 - 4x + 10} \cdot (5y - 2y^2 - 4)$  в точке  $A(-1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{3\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x+3} \cdot 3^{\frac{1}{(x-2)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-5)(y+9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 0$ ,  $x^2 - 42 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 4yz + 15xz - 3x^2 - 5y^2 - 14z^2 + 7y + 10z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-112

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7 \cdot 2^x + 4 \cdot 6^x}{4 \cdot 2^x + 7 \cdot 6^x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{-2x^2 + 6}{\arcsin^6(6x^3 - 2x) + 6}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3x + 4}{x^2 - 2x - 8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^2 \frac{3x - 9}{x^2 - 2x + 26} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \ln((y - 6)^2 - 63) \cdot (-x^2 - 7x - 9)$  в

точке  $A(-2; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 - 2x - 24)(x + 4)^2 \cdot 3^{\frac{x+5}{x-2}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 2)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 - 2xy - 4x + y^2 + 6y - 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 2yz + 20xz - 5x^2 - 18y^2 - 2z^2 + 3y + 5z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-113

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} (2e^x - 1)^{\frac{5-4x}{-7+x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\log_9(-9x^3 + 4x^2))^{-5x^2+x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 3}{x + 9}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^3 \sqrt{x^2 + 4} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4\sqrt[3]{3x^3 + 89} \cdot (5y^3 - 6)$  в точке

$A(-3; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 4)(x - 0)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x - 8}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 9)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 8x + 6y - 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 6y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 2yz + 19xz - 18x^2 - 10y^2 - 8z^2 + 11y + 9z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-114****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^n - 3n^5 - 3n - 4}{2n^3 - 5 \cdot 7^n - 3n - 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{5x-4}(\arcsin(3x-4))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{x+2}{2}}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3^{4x}}{\sqrt{25 - 3^{8x}}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2 \cdot \frac{(y-1)^2 - 1}{-2 + \ln(6x - x^2 - 7)}$  в точке

$A(2; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; -2)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x+2} \cdot 2^{\frac{1}{x+8}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+3)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=7$ ,  $x^2-2xy+y^2+3y-x-22=0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 7y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 11yz + 20xz - 17x^2 - 14y^2 - 8z^2 + 18y + 11z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-115****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} (4x^2 + x) e^{\frac{5}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-x^2 + 2x)^{\operatorname{arctg}(5x^3 - 10x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 + 4x - 32)}{(x + 6)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{arctg}(x - 2) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{\sqrt{(y - 4)^2}}{2x^2 + 6x + 3}$  в точке  $A(-1; 3)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-8; -7)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 6}{x + 7} \cdot 2^{\frac{-1}{x+8}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 1)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 - 4y + y^2 + 6x - 2xy - 30 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 4y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 19yz + 12xz - 8x^2 - 14y^2 - 4z^2 + 14y + 18z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-116****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^{18} - 7n^9 + 6n^2} - 3 \cdot \cos(5n^9 - 7)}{8n^{14} + 3n + 5}.$$

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{5x-1}(\cos(7x + 5))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x+4)^5}{(x+5)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} (x^2 + x + 4) \cos 2x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4\sqrt[4]{-3x - 7x^2 + 35} \cdot ((y - 4)^2 - 8)$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; -5)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(e^{\frac{-1}{x-9}} - e^{\frac{1}{x-3}}\right)(x^3 - 2x^2 + x)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 7$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 2)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 + 4y + y^2 - 6x - 2xy - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + yz + 13xz - 11x^2 - 17y^2 - 5z^2 + 4y + 13z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-117

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 - 6x + 24}{6x^2 - 3x - 18}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 5(2x^2 - 9) \cdot \operatorname{ctg}^5(-8x^2 + 4)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{7x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{3\sqrt{3}}}^{\frac{1}{3}} (x + 7) \operatorname{arctg} 3x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 54(x - 7y) \sqrt[4]{-6x + 4y + 67}$  в точке  $A(-5; -4)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 5}{x - 6} \cdot 2^{\frac{1}{(x+7)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 9)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + 10x + y^2 - 8y + 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + yz + 13xz - 4x^2 - 5y^2 - 7z^2 + 17y + 8z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-118

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{-2x^2 - 3x - 1}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \cos^9(9x^2 - 8) \cdot \frac{1}{(8x^3 - 10x)^{\frac{13}{9}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x+4)^8}{(x+2)^8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{2}{15}\pi}^{\frac{3}{20}\pi} \operatorname{tg} 5x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2}(5 + \ln((x-3)^2)) \cdot ((y+1)^2 - 10)$  в

точке  $A(2; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; -4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 - 4x - 21)(x+3)^2 \cdot 3^{\frac{x+8}{x+1}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-1)(y-4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 + 7x - 5y - 2xy + y^2 - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 8yz + 5xz - 11x^2 - 2y^2 - 16z^2 + 20y + 2z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-119

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (5^n - 6)(\ln(5^n + 6) - \ln(5^n + 5))$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\operatorname{arctg}(-5) - \operatorname{tg}^3(-9x^2 + 7)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{6x^2 - 4x - 2}{x + 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-8}^8 (8x^5 + 5x) \cdot \frac{1}{6 + 5^{8x^4}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (4x - 3y)(-7 + \ln(-5x - 2y + 1))$  в

точке  $A(2; -5)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 6)^2(x^2 + 10x + 24) \cdot 2^{\frac{x-9}{x-5}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y + 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 4y - 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 20yz + 11xz - 3x^2 - 7y^2 - 19z^2 + 6y + 9z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-120

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+8)^2}{6x+7} \sin\left(\frac{3}{1+4x}\right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \pi^{4x-5} \cdot \cos(9x^2 - 4) \cdot (3x + 7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 - 3x^2 + 11x - 8}{(x-2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \cos^3 7x \sin^4 7x dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(-6 + \arctg((y-2)^2 - 16)) \cdot ((x+2)^2 - 15)$$
 в точке  $A(2; -2)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x-2)(x^2 + 12x + 36)} 2^{x-3}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-9)(y-8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + y + y^2 + 3x + 2xy - 57 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 2yz + 19xz - 9x^2 - 14y^2 - 5z^2 + 17y + 18z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-121

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x + 9 + \sqrt[3]{7x + 69}}{5x + 33 - \sqrt{3x^2 - 2x - 111}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8}{(7x^3 + 4x)^{\frac{1}{2}} - \log_5(4x^2 - 5x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^7 e^{6x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^{-3} \frac{5x + 2}{\sqrt{x^2 + 16x + 66}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2 \cdot \frac{\sqrt{7y + 6y^2 + 2}}{-2x^3 + 17}$  в точке  $A(2; -1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-7; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 3}{x + 1} \cdot \lg\left(\frac{1}{(x + 8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 8)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 6$ ,  $x^2 - 8y + y^2 - 10x + 2xy + 14 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 4yz + 6xz - 16x^2 - 11y^2 - 18z^2 + 7y + 18z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-122

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-5x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 5x + 2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9x^2 - 10x + \cos(4x^2 + 6x)}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{-9x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\sqrt{\ln 3x}}{x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 32 \sqrt[4]{ye^{x-1} - 4xy^2 + 34}$  в точке  $A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-1; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x - 8)(x^2 + 10x + 25)} 2^{x+7}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 5)(y + 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 - 3x + y - 2x + y^2 - 24 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 5yz + 16xz - 7x^2 - 8y^2 - 12z^2 + 17y + 10z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-123

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 - 4x + 5}{2x^2 + 5x - 7}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{7x+2}(2x^2 + x - 3)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -(x+1)^2(x+3)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^7 \sqrt{x^2 + 8} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-7y^2+2y+9}}{2x^3 + 15}$  в точке  $A(-2; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{(x^2 - 2x - 8)(x - 4)} 3^{x-2}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+4)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=8$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 6y - 4x - 44 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 15yz + 4xz - 19x^2 - 13y^2 - 7z^2 + 14y + 5z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-124

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 - 5 \operatorname{tg} 4x}{3 - \operatorname{tg} 4x} \right)^{\frac{1+5x}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 8 \lg^8(-10x^2 + 5) \cdot (3x^2 - 9x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x^2 - 2x - 48)}{(x + 1)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^3 \frac{2^{2x}}{2^{2x} + 5} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{3}{2} \cdot \frac{(x + 6)^2 + 4}{3 + \arcsin(-4y + y^2 - 5)}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-6}\right) + 8 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-6}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 9)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,  $x^2 - 2y + y^2 - 51 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии

уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 4yz + 8xz - 16x^2 - 19y^2 - 12z^2 + 19y + 18z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-125

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-n-6)^4(4n+6)^2}{(n^2+2)^{\frac{1}{2}}(-n+2)^2(3n+4)^2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{10x^3 + 6x + \cos(x^3 + 7x^2)}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3x^3}{x^2 - 11x + 24}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{e^{2x}}{e^{4x} - 4} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot ((y-5)^2 - 14)^{e^{-6x^3+6}}$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{(x^2 - 16x + 64)(x + 6)} 3^{x+2}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 6)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -3$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + x + 3y - 66 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 11yz + 19xz - 14x^2 - 9y^2 - 6z^2 + 19y + 17z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-126

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{8x - 45 - \sqrt{3x^2 + 7x - 141}}{\sqrt[3]{6x - 63} + \sqrt[3]{9x - 27}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 5(10x^2 - 5) \cdot \log_8^5(4x^2 - 2x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x-4}{x+5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{arctg}(x - 3) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-6 + \sin(5y^2 - 2y - 16)}{(x + 4)^2 - 10}$  в точке

$A(-1; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+2} \cdot \log_8\left(\frac{1}{(x+8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 59 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые

точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 3yz + 13xz - 19x^2 - 4y^2 - 16z^2 + 14y + 17z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-127

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 6^n + 2 \cdot 4^n - 2}{3 \cdot 4^n - 5 \cdot 6^n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-7x^3 + 3 + \arctg(-10x^2 + 5x)}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -4x^2 + 9x + 3 - \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 2 \cos^4 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{6} \cdot \frac{e^{4y^3 - 32}}{-2x^3 - 1}$  в точке  $A(-1; 2)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x+3} \cdot \ln\left(\frac{1}{(x+1)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 3x - 5y - 28 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 9y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 5yz + 10xz - 19x^2 - 6y^2 - 20z^2 + 16y + 3z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-128

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x + 8}{2 + 4 \ln 3x}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{10 + 5^{4x^3 - 8}} - \frac{6}{\operatorname{ctg}^5(-5x^3 + 7)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (7x + 3)(\ln^2 x + 8 \ln x + 8) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \arcsin(x^3 y^2 - x - 6)$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 3x - 10)(x - 2)^2 \cdot 2^{\frac{x-8}{x-3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 2y - 28 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 9y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 7yz + 8xz - 8x^2 - 7y^2 - 5z^2 + 9y + 18z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-129

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n + 5n^6 + 2}{4n^6 - 4 \cdot 3^n + 5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \pi^{7x^3-10} \cdot \operatorname{tg}(2x^3 + 4) \cdot (3x^3 + 2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x-7)(x-6)}{(x+6)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x(\log_9 2x + 1)}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{3} \cdot \frac{y^3 - 2}{2 + \operatorname{tg}((x+2)^2 - 9)}$  в точке  $A(1; 2)$

в направлении вектора  $\vec{v} = (-2; 6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+1)(x+3)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+1)(y-5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -5$ ,  $x^2 + 2xy - 15 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 19yz + 14xz - 10x^2 - 14y^2 - 8z^2 + 3y + 16z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-130

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+8)^2(-3n-8)^2(3n+1)^2}{(n+1)^2(-2n+6)^4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \pi^{2x^2-1} \cdot \operatorname{tg}(7x+8) \cdot (3x^2-7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4-x}{10} \cdot e^{\frac{x-8}{x-4}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1}{(4-5 \operatorname{tg} 4x) \cos^2 4x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{3}{2} \cdot \frac{(x-5)^2-2}{\sqrt[3]{(y+6)^2-24}}$  в точке  $A(1; -1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-2; 3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{(x-8)(x^2+6x+9)} 2^{x+6}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x+5)(y+4) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x+y=3,$$

$$x^2+y^2-2xy-59=0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке границы}$$

используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы

воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 9yz + 19xz - x^2 - 11y^2 - 15z^2 + 5y + 15z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-131

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(3n-1)^2(-n+6)(2n-6)}{(-n-8)^2(3n-6)^3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{9x-4}(\arccos(7x-2))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x-7)^2}{(x+5)(x-19)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{tg} 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 20\sqrt[5]{(x-3)^3(y+1)^2 + 40}$  в точке  $A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; -3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(e^{\frac{1}{x+5}} - e^{\frac{-1}{x-8}}\right)(x^3 + x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-3)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 2y - 26 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 4yz + 5xz - 10x^2 - 15y^2 - 8z^2 + 4y + 19z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-132

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{x^4}\right)}{\frac{3}{x^5} + 4x - 4} + 5 \right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (3x^3 + 9x)^{\operatorname{arctg}(4x^3 - 3x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-6 - x) \cdot e^{\frac{-1}{x+6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{e^{5x}}{(e^{5x} + 3)^7} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = e^{y^3(x+2)^2 + 1}$  в точке  $A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x-3} \cdot 3^{\frac{1}{(x-2)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-4)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - x + y - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 16yz + 2xz - 7x^2 - 20y^2 - 12z^2 + 11y + 9z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-133

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-2x^7 + 9)(\ln(5x^7 - 7) - \ln(5x^7 - 3))$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\arctg(-2x^2 + 6) - \sqrt{4x^3 + 2x^2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-1 - x) \cdot e^{\frac{5}{x+1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^4 \frac{6 + 7x}{\sqrt{5 - x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-7 + \ln(-2y^3 + 3)}{e^{x+2} - 2x - 4}$  в точке  $A(-2; 1)$

в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{5\pi}{6}$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-9} \cdot \log_4(1 + (x-6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 9)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -8$ ,  $x^2 + 3x + y + 2xy + y^2 - 55 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 6y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 15yz + 5xz - 12x^2 - 19y^2 - 16z^2 + 15y + 19z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-134

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[5]{x-7} - 1}{\sqrt[3]{x-7} - 1}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\ln(-6x^2 + 4) + 4}{\sqrt{9x^2 + 6x}}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -2(x+4)^3(x-1)^2$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (8x+6)(\ln^2 x - 6 \ln x + 6) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2 + \arctg(2y - y^2 + 3)}{6x - 2x^2 + 9}$  в точке

$A(-1; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+1}{x+4} \cdot \lg(1 + (x+6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-4)(y-6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 6$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - x - y - 10 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 10yz + 4xz - x^2 - 14y^2 - 17z^2 + 19y + 7z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-135

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{8 \cdot 5^x + 3}{8 \cdot 5^x + 6} \right)^{6 \cdot 5^x + 9}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{4 + \ln^4(8x^2 - 7x)}{4x^2 - 5}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 - x^2 - 2x + 2)e^{x+1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^8 \sqrt{x^2 + 6} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(y+5)^2 + 2}{-2 + \ln((x+5)^2 - 35)}$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x-2)(x-5)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x+7}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-2)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -9$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 8y - 10x - 1 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 2y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 14yz + 2xz - 16x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 3y + 9z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-136

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7^n - 4}{7^n + 7} \right)^{6 \cdot 7^n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{\cos^7(-x^3 + 3x) + 7}{10x^3 - 7x^2}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 - x^2 - 7x + 7)e^{x+2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x - 6) \operatorname{arctg} 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3x^2 - 3x - 32}}{-4y^3 - 3}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (5; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x - 9)^3 \cdot \lg((x + 9)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y + 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -5$ ,  $x^2 - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной.

На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей

Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими:

1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 4y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 2yz + 12xz - 12x^2 - 18y^2 - 6z^2 + 9y + 11z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-137

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5 - 2 \cdot 3^{-n}}{3 \cdot 3^{-n} - 4n^2 + 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = e^{6x^3+4} \cdot \cos(7x+1) \cdot (x^2-9)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-8(x^2 - 8x + 16)}{(x-2)(x^2 - 4x + 4)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{x dx}{4x^2 - 3}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{96} \cdot ((x-4)^2 - 21)^{3+\lg(-2y+2y^2-4)}$  в

точке  $A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+5} \cdot \lg(1+(x+8)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-3)(y+4) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x+y = -2,$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 6y + 8x - 16 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке}$$

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 4yz + xz - 20x^2 - 15y^2 - 17z^2 + 15y + 6z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-138

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0-0} (5x^2 - 5x) e^{-\frac{4}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{8x-1}(5x^2 - 3x + 4)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x^2 - 9)}{(x - 6)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{1}{18}\pi} (x^2 - x - 2) \sin 3x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2}(7 + \sin(2y - 4y^2 + 42)) \cdot (2x^3 + 15)$

в точке  $A(-2; -3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-4; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = \frac{x(x^2 - 2x + 1)}{(x + 7)^3(x - 6)(x + 7)(x^2 + x - 42)} e^{x+8}$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -9$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 2y - 4x - 49 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 18yz + 8xz - 4x^2 - 13y^2 - 14z^2 + 11y + z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-139

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 3^x - 5 \cdot 7^x}{6 \cdot 3^x - 7 \cdot 7^x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\operatorname{tg}(8x^3 - 5x))^{2x^2 - 9}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x+3)^7}{(x-2)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^2 \frac{2x^2 + 8x - 3}{(x+1)^3} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{3}{2} \cdot \frac{-x^2 + 2x - 6}{-3 + \ln(-3y^2 - 5y + 23)}$  в точке

$A(2; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 135^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+5}{x-7} \cdot e^{\frac{1}{(x+9)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+7)(y+2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y = -7$ ,  $x^2 - 2xy - 4x + y^2 + 2y - 61 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 7y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 4yz + 17xz - 2x^2 - 3y^2 - 16z^2 + 6y + 11z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-140

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{9}{4n+5}\right)^{-8n+2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\arccos^7(-8x^3 + 6x) + 7}{-2x^3 + 9x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 + 5x - 14)}{x^2 + 10x + 25}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-22}^{-1} \frac{3-2x}{\sqrt{3-x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1 + \operatorname{tg}(7y - 7y^2 + 42)}{(x-2)^2 - 8}$  в точке

$A(-1; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{3\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+8)(x+5)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x+9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+2)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 5x - 3y - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь

методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 4yz + 10xz - 20x^2 - 18y^2 - 8z^2 + 16y + 9z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-141

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4 \operatorname{tg} 5x + \operatorname{tg}(-9x^2)}{-3x^2 \cos\left(\frac{-3}{x}\right) + 3 \operatorname{tg} 5x}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_x(2x^3 + 7) \cdot \sin(3x - 5) \cdot (4x^2 - 3)$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x^2 - x - 42)}{(x - 6)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3 + 7x}{\sqrt{x^2 + 4x - 3}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \arcsin(-2xy - 3x^2 - 3y^2 + 8)$  в

точке  $A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 - 10x + 24)(x - 4)^2 \cdot 2^{\frac{x+1}{x+5}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 3)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 5y - 3x - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 13yz + 6xz - 12x^2 - y^2 - 18z^2 + 9y + 17z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-142

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 4x - 12}{x^2 + 2x - 8}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_4(2x^2 - 4) \cdot \cos(8x - 2) \cdot (x - 9)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3}{(x + 5)(x - 3)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{6}\pi}^{\frac{3}{8}\pi} e^x \cos 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2 \cdot \frac{4y^2 + y + 6}{-2 + \arctg(e^{x-1} - 5x + 4)}$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x - 3)^3 \cdot \ln\left(\frac{1}{(x - 6)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = -2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -2$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 2y - 4x - 30 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 4yz + 5xz - 20x^2 - 3y^2 - 7z^2 + 9y + 17z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-143

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4 \cdot 7^x + 3}{4 \cdot 7^x + 9} \right)^{3 \cdot 7^x - 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 5 \operatorname{arctg}^5(4x^3 - 8x) \cdot (2x^2 - 6)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x+2}{10} \cdot e^{\frac{x+9}{x+2}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{e^4}{4}}^{\frac{e^5}{4}} \frac{dx}{x \sqrt{\ln^2 4x - 12}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \ln(-7x^2 + xy - y^2 + 28)$  в точке

$A(2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-3}\right) + 7 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-3}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 2)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -1$ ,  $x^2 - 2xy - 7x + y^2 + 5y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 7y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 4yz + 19xz - 8x^2 - 3y^2 - 10z^2 + 11y + 15z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-144

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{-2x + 13} - 1}{\sqrt[8]{x - 5} - 1}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 7 \log_7(-x^3 + 2x^2) \cdot (-9x^2 + 4x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 - 12x^2 + 39x - 37}{(x - 2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x - 5) \arctg 5x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{32} \cdot ((y + 1)^2 - 5)^{3 + \arctg(-4x^2 + 6x + 10)}$  в

точке  $A(-1; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+7}} - 3^{\frac{-1}{x-6}}\right)x^2(x+1)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 3)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -4$ ,  $x^2 - 2xy - 7x + y^2 + 5y - 31 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 19yz + 3xz - 2x^2 - 10y^2 - 12z^2 + 16y + 2z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-145

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{-6x+5} - 3^{-x^2}}{\operatorname{tg}(-6x\pi)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{5}{(10x^2 + x)^{\frac{12}{7}}} - \frac{3}{\cos^7(9x^3 - 2x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-x^3 - x^2 + 9x + 9)e^{-1-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{5(x^2 + 3x + 6)}{x^3 + 2x^2 + 5x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{6}(-4 + \operatorname{arctg}(-6y^3 + 162)) \cdot (-3x^2 + 6x + 8) \text{ в точке } A(-1; 3) \text{ в}$$

направлении, составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{(x+6)(x^2-10x+25)} 3^{x+4}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x+3)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y = -3$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 + 9y - 7x + 15 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 3yz + 2xz - 6x^2 - 4y^2 - 20z^2 + 19y + 8z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-146

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^5 + 3 \cdot 7^n + 2n - 5}{4 \cdot 7^n - 2n^5 - 2n - 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\operatorname{ctg}(5x^2 - 7))^{7x^2 - 1}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-x^3 - x^2 + 4x + 4)e^{-1-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{7 - 3x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4}(-x + 5y)(6 + \arcsin(2x - 2y + 22))$

в точке  $A(-5; 6)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x-6)(x^2+4x+4)} 2^{x-3}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 8$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-1)(y+8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 + 8y + y^2 - 6x - 2xy + 6 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 15yz + 17xz - 15x^2 - 11y^2 - 18z^2 + 19y + 3z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-147

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{6x^2 - x + 3} - \sqrt{6x^2 + 5x + 4})$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \arctg^3(-4 + (3x^2 - 6)^6)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3}{(x-5)(x+3)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{7x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 4x - 2}{x^3 + 2x^2 + x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{8} \cdot (-2y^2 + 6y - 2)^{2 + \ln(-6x^3 + 7)}$  в

точке  $A(1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 120^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+8} \cdot \ln(1 + (x-9)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-9)(y-6)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,

$$x^2 - 11x + 9y - 2xy + y^2 + 29 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 9yz + 16xz - 12x^2 - 4y^2 - 14z^2 + 13y + 12z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-148

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 8 \cos 3n + 3}{2 + 5n - \cos 4n}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\lg(4x^2 - 10))^{8x^2 - 7x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{1-x} \cdot e^{4-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (1 - 3x) \sin 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (6x - 7y)(4 + \operatorname{tg}(-x - 4y + 19))$  в точке  $A(3; 4)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^2(x - 1) \cdot \log_8\left(\frac{1}{(x - 8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 6$ ,  $x^2 + 2xy + 7x + y^2 + 5y - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 3yz + 20xz - 14x^2 - 18y^2 - 12z^2 + 14y + 6z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-149

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{2x+6} - 2^{8x^2}}{\operatorname{tg}(8x\pi)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7}{\operatorname{tg}(2x^3 - 9x) + \sqrt[8]{7x^2 - 2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3(x-6)^5}{(x-4)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\sqrt{x-4} - 8}{x-29} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{\sqrt{e^{x+1} + 5x + 13}}{e^{y+2} + 3y + 4}$  в точке  $A(-1; -2)$

в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x+5} \cdot \log_4(1 + (x-4)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+1)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 6$ ,  $x^2 + x + y - 2xy + y^2 - 55 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 9y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 15yz + 10xz - 9x^2 - 4y^2 - 10z^2 + 9y + 7z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-150

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 \sin 2x + 8x - 3}{4x + 8}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{9}{5 + 8^{-9x^3 + 7}} + \frac{10}{\arcsin^8(-6x^2 + 2x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-9 - x}{8} \cdot e^{\frac{x+7}{x+9}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin 5x \cdot (4 + 2 \cos 5x)^{\frac{8}{9}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{9} \cdot \frac{y^3 - 6}{2 + \arctg(-6x - 3x^2 + 24)}$  в точке

$A(2; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 5)(x + 1)^2 x \arctg\left(\frac{1}{x - 9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 7)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 4y - 6x - 9 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 9y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 13yz + 12xz - 9x^2 - 2y^2 - 18z^2 + 19y + 9z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-151

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^{12} - 4n^{10} - 2n^4} + 4 \cdot \cos^7(-2n^7 - n^5 - 7)}{9n^{13} + 8}.$$

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \lg^{10}(\pi^{4x^3-6} + 6)$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5(x^2 + 12x + 36)}{(x + 8)(x^2 + 16x + 64)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\cos 5x}{\sqrt{\sin^2 5x + 2}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sqrt[5]{-2y^3 + 3}}{6x + x^2 + 4}$  в точке  $A(-1; 1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+6}{x-2} \cdot \lg((x+9)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-1)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 + 6y + y^2 - 8x - 2xy - 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 10yz + 20xz - 5x^2 - 14y^2 - 16z^2 + 7y + 10z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-152

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^4 + 6n^2 + 6)^{\frac{1}{4}} (3n - 7)^4}{(2n + 4)(-n^2 - 9n - 2)(3n + 7)^2}.$$

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_9 \left( 7 + \frac{1}{(7x^2 - 3x)^7} \right)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -3(x + 5)^3 e^{5x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{-4x^4 - 19x^3 - 18x^2 + 13x - 6}{x^3 + 5x^2 + 6x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2(-x + 4y)\sqrt{6x + 2y + 18}$  в точке  $A(-3; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 9}{x - 8} \cdot e^{\frac{1}{x+8}}$  и построьте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y + 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 9$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 4x + 6y - 5 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 3y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 2yz + 4xz - 14x^2 - 15y^2 - 5z^2 + 6y + 7z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-153

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x^2 - 4x - 7}{6x^2 + 7x + 4} \right)^{9x+6}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{8}{\log_x(3x^2 - 2x) + \sqrt[5]{4x^3 + 5x^2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5x^2 + 4x + 6}{x - 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{6}\pi}^{\frac{5}{6}\pi} (x + 7)(2 \sin x + 3 \cos x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{7} \cdot (x - 2x^2 + 9)^{e^{3y+2y^2-5}}$  в точке

$A(2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 135^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x+2)(x-6)^3} 2^{x+6}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 1)(y - 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 - 2xy + 2x + y^2 - 4y - 31 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 9y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 2yz + 16xz - 4x^2 - 8y^2 - 16z^2 + 18y + 12z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-154

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} \frac{\cos x - \cos(\sqrt{7})}{\sin(\sqrt{7}) - \sin x}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\operatorname{tg}(6x^2 - 2))^{2x^3 - 3x^2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^2 e^{-8x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x - 1) \operatorname{arctg} 5x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 6\sqrt{-3x - 7x^2 + 43} \cdot (4y^2 + 7y - 12)$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 7x + 10)(x + 2)^2 \cdot e^{\frac{x+8}{x+9}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 - 2xy - x + y^2 - y - 55 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении

анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 11yz + 4xz - 5x^2 - 12y^2 - 9z^2 + 13y + 12z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-155

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n + 2 \cdot 7^n - 2}{2 \cdot 3^n + 5 \cdot 7^n + 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{5x-3}(2x^2 + 5x + 4)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{x-2}{2}}}{x^2 - 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 16 \sin^2 2x \cos^2 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot (3y + 6y^2 - 1)^{\sqrt{e^{x+1} - 2x - 2}}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 0)(x + 5)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 5y + 7x - 8 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 2yz + 16xz - 9x^2 - 15y^2 - 11z^2 + 3y + 18z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-156

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 6x - 7}{7 \sin(x - 7)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7}{\arctg(10x^2 - 8x) + \sqrt[8]{2x^3 + 6x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+2}{x-6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} (-6x - 1)(2 \sin 2x - 3 \cos 2x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{12} \cdot (6y^2 + 5y + 1)^{3 + \arctg(-2x^3 - 2)}$  в

точке  $A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 5)^2(x^2 - 25) \cdot 2^{\frac{x-6}{x-7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 3)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 6$ ,  $x^2 + 2xy - 5x + y^2 - 7y - 6 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 6yz + 20xz - 10x^2 - 18y^2 - 3z^2 + 3y + 2z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-157****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x-2}{x-1}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \operatorname{ctg}^6\left(1 + \sqrt[4]{4x^2 - 8}\right)$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x - 4) \cdot e^{\frac{-6}{x-4}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{ctg} 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4\sqrt{-5y + 7y^2 - 44} \cdot (e^{x+1} + 2x)$  в точке  $A(-1; 3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+6}{x-3} \cdot 3^{\frac{1}{(x+2)^2}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 4y - 29 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 17yz + 12xz - 5x^2 - 15y^2 - 2z^2 + 6y + 11z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-158

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 7^{-n} + 3 \cdot 6^{-n}}{3 \cdot 7^{-n} - 4 \cdot 6^{-n}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \cos^4\left(2 + \sqrt[3]{6x^2 - 4}\right)$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{8-x}{2}}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \operatorname{tg}(xe^{y-1} - yx^2 + 6)$  в точке  $A(-2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 3)^2(x^2 + 10x + 21) \cdot 3^{\frac{x+8}{x-7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 12y + y^2 + 14x - 2xy + 41 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 12yz + 3xz - 11x^2 - 8y^2 - 19z^2 + 13y + 3z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-159

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n^3 - 2} - 7\sqrt[3]{n^4 + 7}}{4(n+9)^2 + 9\sqrt[4]{n^3 - 4}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 5(-3x^2 + 8) \cdot \ln^5(2x^3 - 3x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x-4)^8}{(x+8)^8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^4 \sqrt{4+x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{16} \cdot ((y+6)^2 - 23)^{\sqrt{e^{x+1} - 5x + 3}}$  в

точке  $A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-8}{x-4} \cdot e^{\frac{1}{(x+9)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-3)(y-9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 5y + 3x - 15 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 12yz + 3xz - 10x^2 - 8y^2 - 14z^2 + 5y + 2z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-160

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 + 3x}}{\sqrt{25 + 7x} - 5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{8 + \sin(3x^3 + 4x)}{(8x^2 - 1)^{\frac{7}{4}}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^5 e^{6x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_4^{\frac{5}{3}} \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}$

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2 + \arctg(y^2 + 4y + 3)}{3x^3 - 2}$  в точке

$A(1; -3)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-6}{x+2} \cdot \log_4(1 + (x+8)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-1)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 9$ ,

$x^2 - 2xy + y^2 - 9y + 11x + 7 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 8y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 13yz + xz - 10x^2 - 15y^2 - 11z^2 + 9y + 20z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-161

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6 - 6 \ln 3x}{9x - 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{5 + \arcsin^5(6x^2 - 3)}{8x^3 + 4x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{1-x}{6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3 - 4x}{\sqrt{63 - x^2 - 2x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 9 \cdot \frac{3y - 2y^2 - 6}{3 + \operatorname{tg}(-5x + 2x^2 + 3)}$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-2; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 3)(x - 7)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 6}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 2)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 8x - 10y + 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 7y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 12yz + 5xz - 8x^2 - 4y^2 - 2z^2 + 5y + 16z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-162

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - x - 1}{e^{-2x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7x^3 + 10x^2}{\log_{\pi}(9x^3 + 7x) + 6}$ . Преобразовывать и

упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{1-x}{6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_3^5 \frac{6+x}{x^2+10x+9} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-4x^2+2x+20}}{(y+3)^2-17}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-3; 2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+3}{x+1} \cdot \lg((x+6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-4)(y-9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - x - 3y - 42 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 10yz + 18xz - 15x^2 - 17y^2 - 3z^2 + 16y + 9z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-163

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6 + 8n - 4n^2}{n + 5} - \frac{5 - 4n + 8n^2}{n + 1} \right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (-9x^3 + 8)^{e^{3x^3 + 6x^2}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2x^2 - 9x - 1}{x - 9}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^6 \frac{x^2 + 7x - 1}{(x + 4)(x^2 + 7x + 12)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \sqrt{4y^3 - 104} \cdot (6x - 2x^2 - 5)$  в точке  $A(2; 3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-3; -2)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 1)(x + 3)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 2$ ,  $x^2 + 3y + y^2 + 5x + 2xy - 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 7y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 5yz + 16xz - 12x^2 - 15y^2 - 18z^2 + 14y + 10z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-164

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 8n^2 - \sin^3 7n}{6n - 5 \sin^3 6n - 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \lg(3x^2 + 2) \cdot \operatorname{tg}(5x + 8) \cdot (7x + 9)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{9x + 6}{x^2 - x - 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{e^{-5}}{7}}^{\frac{e^{-1}}{7}} \frac{dx}{x \ln^3 7x}$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{3}(-7 + \arcsin(3x^3 - 24)) \cdot (3y^2 + 3y - 5)$$
 в точке  $A(2; 1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+3}{x-1} \cdot \lg(1 + (x+7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-4)(y-2)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -8$ ,

$$x^2 + y + y^2 - x + 2xy - 89 = 0$$
. При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 8yz + 18xz - 3x^2 - 19y^2 - 17z^2 + 4y + 9z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-165

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 \cdot 8^{x+5} + 9}{4 + 4 \cdot 8^{x+3}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{8}{(-2x^2 + 6x)^6} - \frac{5}{3 + 6^{4x^2 + 3x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4x^2 + 5x - 2}{x - 6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{e^{y+1} + 4y+3}$  в точке  $A(-1; -1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (1; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+3}{x-8} \cdot e^{\frac{1}{(x+5)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 4)(y + 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 + 7y + y^2 + 5x + 2xy + 1 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 8yz + 2xz - 6x^2 - 2y^2 - 15z^2 + 3y + 14z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-166

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-4n - 9)(\ln(3n - 5) - \ln(3n - 8)).$$

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{3}{\sin(-2) + \log_4(5x^2 - 6)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x+8}{10} \cdot e^{-\frac{x+2}{x+8}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \operatorname{ctg}^7 2x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-4 + \operatorname{arctg}((y+3)^2 - 25)}{2x^3 + 3}$  в точке

$A(-1; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{-1}{x+2}} - 2^{\frac{-1}{x+3}}\right)(x^3 + x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 7)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 5x - 3y - 17 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 6y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 15yz + 5xz - 17x^2 - 16y^2 - 18z^2 + 12y + 18z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-167

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 + 4x - 57}{\sqrt{2x^2 - 3x + 7} + 4x - 16}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{2}{8 + e^{8x^3 + 3x^2}} + \frac{7}{\cos^9(2x^2 - 9)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{-2-x}}{x^2 - 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{2 \arcsin^2 x - 7 \arcsin x - 2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{16} \cdot (4x^3 - 2)^{3 + \ln(-y^2 + 6y + 17)}$  в точке

$A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; -7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{(x-3)(x^2+14x+49)} e^{x+4}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+7)(y+2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 + 2xy + 2x + y^2 - 50 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 15yz + 13xz - x^2 - 11y^2 - 4z^2 + 3y + 7z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-168

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-3n^8 - 6)\operatorname{arctg}(-3n^7 - 6)}{\sqrt{5n^{24} + 6n^3 + 8}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{3x+4}(\operatorname{arctg}(3x + 5))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 - 12x^2 + 39x - 37}{(x - 2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin(\ln 8x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-3 + \operatorname{arctg}((y - 3)^2 - 1)}{-4x + x^2 + 3}$  в точке

$A(2; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x + 5)^3 \cdot \lg((x - 7)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 7)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 4$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 2y - 58 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 6yz + 5xz - 4x^2 - y^2 - 9z^2 + 6y + 8z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-169****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x^2 + 9x - 3}{7x^2 - 4x - 6} \right)^{-8x+2}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{3x+2}(7x^2 + 2x + 1)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x^2 + 14x + 45)}{(x - 8)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 - 7x - 8)e^{2x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \sin(ye^{x-1} + 3xy^2 - 4)$  в точке  $A(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; 1)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^3(x - 9) \cdot \log_2\left(\frac{1}{(x + 8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x - 8)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 7$ ,  $x^2 - 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 4yz + 9xz - 12x^2 - 20y^2 - 15z^2 + y + 17z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-170****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2x}{2x^3 - 3x^4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5 + \pi^{3x^3 + 4x^2}}{(2x^2 - 7)^2}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x+5)^7}{(x+6)^6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int e^{3x} (e^{3x} - 8)^{\frac{7}{4}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 54 \sqrt[4]{-2xy - 8x^2 + 3y^2 + 73}$  в точке  $A(-1; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (6; 4)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 4x - 45)(x + 9)^2 \cdot 2^{\frac{x-7}{x+3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 + 2xy + 2x + y^2 - 50 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 9y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 18yz + 12xz - 18x^2 - 12y^2 - 8z^2 + 2y + 17z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-171

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 5^{-n} + 4n^2 + 4}{4 \cdot 5^{-n} + 3n^2 - 4}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{6x-1}(8x^2 - 4x + 5)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3x + 2}{x^2 - x - 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{1}{12}\pi} \frac{\sin 6x}{(5 - 3 \cos 6x)^{\frac{5}{3}}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (5y^3 + 7)^{e^{(x-3)^2 - 16}}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+5}{x-3} \cdot \ln(1 + (x+1)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-5)(y-6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 36 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 8y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + yz + 16xz - 12x^2 - 10y^2 - 19z^2 + 7y + 5z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-172

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{5^x - 5^\pi}{\sin(6x) - \sin(3x)}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = e^{4x-2} \cdot \operatorname{tg}(4x-2) \cdot (6x-7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x+6}{12} \cdot e^{-\frac{x-1}{x+6}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \lg(x-6) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3x - 3x^2 - 4}{2 + \ln(-4y^3 + 5)}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+5}{x-5} \cdot \lg(1 + (x+4)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x+2)(y-2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,

$x^2 + 2xy - 3x + y^2 - 5y - 22 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 18yz + 7xz - 9x^2 - 2y^2 - 6z^2 + y + 18z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-173

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \left( \sin 7x \cdot \cos \left( \frac{-4x^2 - 3}{x - 3\pi} \right) + 2 \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7x^3 + 8x^2}{7 + \operatorname{ctg}^7(8x^2 - 6)}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^6 e^{6x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-2}^4 \frac{6 + 4x}{\sqrt{45 - x^2 - 4x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} e^{(x-3)^2(y-1)^3 + 8}$  в точке  $A(2; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 3)^2(x^2 + x - 6) \cdot 2^{\frac{x+9}{x-3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 9$ ,  $x^2 - 2xy - x + y^2 - y - 40 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 12yz + 18xz - 9x^2 - 2y^2 - 17z^2 + 18y + 12z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-174

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Махита" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Махита".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{4 - 4x}{4 - 2x} \right)^{\frac{-2}{\operatorname{tg} 4x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\log_7(5x^2 - 9x))^{-9x^2 + 2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x - 6)^7}{(x - 3)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\cos 5x}{\sqrt{9 + 5 \sin 5x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 + \operatorname{tg}((y + 2)^2 - 9)}{(x - 1)^2 - 5}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x - 1)^2}{(x^2 + 12x + 36)(x - 7)} 3^{x+8}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 2)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 + 10x - 12y - 2xy + y^2 + 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 6y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 12yz + xz - 9x^2 - 16y^2 - 6z^2 + 2y + 15z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-175

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^x - e^\pi}{\sin(-9x) - \sin(4x)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{1}{-2 + \cos^9(-4x^3 + 9x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4-x}{10} \cdot e^{\frac{x-2}{x-4}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (-7x^2 + 6x + 5) \ln x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 2\sqrt{(x-5)^2 - 45} \cdot ((y-5)^2 - 17)$  в

точке  $A(-2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+1}{x+7} \cdot \log_9((x+5)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-9)(y+9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 - x + y + 2xy + y^2 - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 18yz + 11xz - 14x^2 - 16y^2 - 15z^2 + 3y + 2z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-176

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^4 - 6)^{\frac{1}{4}} (n^2 + 9)^{\frac{3}{2}}}{(2n^3 - n^2 + 9)(n + 2)^2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{6}{\pi^{7x^2-3} - (2x^3 + 7x)^9}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x-9} \cdot e^{x-4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \sin 7x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2}(-x + 5y)(1 + \sin(x - 5y + 13))$  в

точке  $A(-3; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-2} \cdot \ln((x+2)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-1)(y-8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -2$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 7x - 9y - 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 18xy + 9yz + 5xz - 19x^2 - 9y^2 - 3z^2 + 18y + 17z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-177

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{4 - 4 \operatorname{arctg} 2x}{4 + 5 \operatorname{arctg} 2x} \right)^{4-2x}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \operatorname{tg}^5 \left( -1 + \sqrt{-7x^2 + 8} \right)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{(x+1)(x-7)}{x^2 + 18x + 81}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 6^{-2 \sin 4x - 4} \cos 4x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 54 \cdot \frac{\sqrt[4]{e^{x-1} - 3x + 83}}{(y-2)^2}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-1; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 + 3x^2) \cdot \lg((x-4)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-3)(y+7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -9$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + x + 3y - 33 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 3xy + 6yz + 14xz - 18x^2 - 19y^2 - 6z^2 + 2y + 5z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-178

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 5^{-n} - 2 \cdot 4^{-n} - 5}{2 \cdot 4^{-n} + 4 \cdot 5^{-n} - 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\sin(-6x^2 + 4))^{-3x^3 + 6x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5(x-2)^2}{(x-4)(x^2-8x+16)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{6}\pi}^{-\frac{1}{12}\pi} (-4x+1)(-6\sin 3x+5\cos 3x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{\sqrt{(x+5)^2 - 3}}{e^{y-1} + 4y - 4}$  в точке  $A$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (1; -4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+3}} - 3^{\frac{-1}{x-5}}\right)(x^3 - x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 9)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 1$ ,  $x^2 + 11x + 9y + 2xy + y^2 + 8 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 15yz + 16xz - 6x^2 - 16y^2 - 17z^2 + 10y + 12z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-179

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (4n - \sqrt{16n^2 - 4n + 5})$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7}{\arcsin^7(8x^2 - 4) - \log_7(4)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (-x^3 - x^2 + 8x + 8)e^{-2-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 8 \sin^4 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{36} \cdot (6x^3 - 3)^{2 + \operatorname{tg}((y+2)^2 - 16)}$  в точке

$A(1; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x^2 - 2x + 1)}{(x + 7)(x^2 - 16x + 64)} e^{x+8}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 2)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 + 7y + y^2 - 5x - 2xy - 13 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 3y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 13yz + 12xz - 5x^2 - 2y^2 - 9z^2 + 13y + 14z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-180

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{3x-8} - \sqrt{3x+8})$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 5 \lg^5(-3x^3 + 10x^2) \cdot (-10x^2 + 7)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 + x^2 - 2x - 2)e^{-1-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{162} \cdot (6x^3 + 9)^{3 + \ln((y+5)^2 - 35)}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-7; -3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x+2)^3 \cdot \ln\left(\frac{1}{(x+7)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -2$ ,  $x^2 - 2xy + 5x + y^2 - 3y - 43 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 8y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 2xy + 12yz + 10xz - 15x^2 - 2y^2 - 9z^2 + 19y + 12z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-181

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 4^{-n} - 3 \cdot 7^{-n} - 5}{2 \cdot 7^{-n} + 2 \cdot 4^{-n} - 2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{(4x^3 - 3x)^{\frac{1}{3}} + 3}{\pi^{-7x^2 + x}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x-8} \cdot e^{7-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-2}^1 \frac{1+7x}{\sqrt{45-x^2-4x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{-7y+6y^2-13}}{e^{x-1} + 6x - 6}$  в точке  $A(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( e^{\frac{1}{x+5}} - e^{\frac{-1}{x-7}} \right) (x^3 + x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+2)(y+3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -4$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 2y - 32 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 17yz + 18xz - 3x^2 - 12y^2 - 8z^2 + 15y + 5z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-182

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 3n - 1} + \sqrt{n^2 - 3n + 3}}{\sqrt{n^2 - 4n - 4} + \sqrt{16n^2 - 4n + 4}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\ln(6x^2 - 10))^{-2x^2 + 4x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4x - 8}{(x - 3)(x + 6)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-7}^{-1} \frac{10(x^2 - 7x + 1)}{(x - 2)(x^2 - 12x + 35)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-5 + \arcsin(e^{y+2} - 4y - 9)}{-5x^2 + 4x + 10}$  в точке

$A(-1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x + 2)^2 \cdot \log_8\left(\frac{1}{(x + 8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 5)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 - 3y + y^2 - x + 2xy - 8 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 9yz + 10xz - 13x^2 - 10y^2 - 12z^2 + 20y + 16z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-183****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7 \cdot 7^x + 9}{4 \cdot 7^x - 5}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{5x-4}(8x^2 + 3x - 1)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x e^{-4x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 + 7x - 6) \sin 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (-1 + \operatorname{tg}((x-1)^2 - 16)) \cdot (e^{y-2} + 5y - 12)$$
 в точке  $A(-3; 2)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x+8} \cdot 2^{\frac{1}{x+5}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-2)(y+8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + 2y + y^2 - 53 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 2yz + 19xz - 10x^2 - 4y^2 - 18z^2 + 14y + 5z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-184

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 \cdot 6^x - 5 \cdot 7^x}{9 \cdot 7^x + 7 \cdot 6^x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{9}{\sqrt[10]{-7x^2 + 10x + e^{10x^2 - 9}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (3 - x) \cdot e^{\frac{-2}{x+1}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{e^{-3}}^{e^2} (2 - 3x)(\ln^2 x - 4 \ln x - 3) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4\sqrt{5x + x^2 - 10} \cdot ((y - 2)^2 - 8)$  в точке  $A(2; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; 3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 5x - 6)(x - 1)^2 \cdot 2^{\frac{x-7}{x-3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 6$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 2)(y - 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 6$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - y + 3x - 54 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 2y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 14yz + 16xz - 11x^2 - 7y^2 - 2z^2 + 19y + 16z + 3x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-185

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^4 - 9} - 2\sqrt[6]{n^4 - 8}}{9\sqrt[4]{n^3 - 6} + 5\sqrt[4]{n^6 - 9}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 10\sqrt[10]{6x^3 + 3x^2} \cdot \log_6^{10}(3x^3 + 8x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -x^2 + 3x + 4 - \ln x$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 16 \sin^2 x \cos^2 x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-6 + \ln((x+1)^2 - 15)}{(y+1)^2}$  в точке

$A(3; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 - 9x + 18)(x - 6)^2 \cdot 2^{\frac{x+4}{x+9}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 78 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 3y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 18yz + 5xz - 14x^2 - 9y^2 - 20z^2 + 19y + 6z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-186

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 8 - \sqrt{x^2 + 4x + 8}}{4x + 11 + \sqrt{4x^2 + x - 5}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{8x-1}(\arcsin(3x + 1))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x-1)^5}{(x-3)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-7}^0 \sqrt{49 - x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 243 \cdot \frac{(y-4)^2 - 2}{\sqrt[3]{-3x + 4x^2 + 20}}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (1; -4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x} \cdot e^{\frac{1}{x+6}}$  и построьте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-5)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -7$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 12x - 10y + 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 19yz + 7xz - 18x^2 - 17y^2 - 9z^2 + 9y + 5z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-187

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 \cdot 7^x - 8}{4 \cdot 7^x - 7}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7}{\arccos(8x^2 - 10)} - \frac{2}{9x^3 - 7x^2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 25x - 32}{(x - 2)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin(\ln 6x) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-1 + \ln((x + 4)^2 - 24)}{y^3}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{(x - 4)(x + 7)^3} e^{x+8}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 3)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 6$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 26 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 6y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 19yz + 17xz - 14x^2 - 4y^2 - 7z^2 + 8y + 10z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-188

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} (4x^2 - 4x) e^{\frac{5}{x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{\log_x(8x^3 + 9x) - (10x^2 + 4x)^{\frac{17}{8}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{\frac{3-x}{2}}}{(x-1)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \cos^3(4x+5) dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 36\sqrt[4]{-7x^2 - xy - y^2 + 90}$  в точке  $A(1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-6}{x+9} \cdot \log_3\left(\frac{1}{(x-2)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+1)(y+6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 75 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 20yz + 18xz - 18x^2 - 5y^2 - z^2 + 18y + 14z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-189

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} 4x \ln x$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = (\cos(6x^3 - 3x))^{-7x^2 + 10}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^7 e^{-4x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{e^{7+3 \operatorname{tg} 7x}}{\cos^2 7x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{3}{2} \cdot \frac{6x^3 + 2}{3 + \operatorname{arctg}(y^3 + 1)}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-9} \cdot 2^{\frac{1}{x+2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 4)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 7y - 5x - 12 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 7yz + 17xz - 16x^2 - 7y^2 - 10z^2 + 15y + 18z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-190

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 3x + 1}{-6x + 4} \sin^4\left(\frac{1}{2+x}\right)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{7x^3 + 9x^2}{\operatorname{ctg}^8(9x^3 + 3x) + 8}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x + 9}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{2x^3 - 5x^2 - 3x - 2}{x - 1} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{e^{x+2} + 7x + 13}}{(y - 2)^2 - 10}$  в точке  $A(-2; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 6}{x + 4} \cdot e^{\frac{1}{(x+9)^2}}$  и построьте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = -1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y + 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 3x - y - 66 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 8y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 4xy + 15yz + 3xz - 2x^2 - 9y^2 - 5z^2 + 13y + 3z + 9x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-191

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 3n - 1}{n^2 + 9n + 7} \right)^{7n-1}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 5(-3x^3 + 10) \cdot \ln^5(4x^3 - 5x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x+2)^2}{(x+5)(x^2+10x+25)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\sin 5x}{\cos^2 5x - 25} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{15}(5 + \operatorname{arctg}(-5y^3 + 135)) \cdot (-6x + 3x^2 - 10) \text{ в точке } A(-1; 3) \text{ в}$$

направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-9}{x} \cdot 2^{\frac{1}{(x+2)^2}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-7)(y-3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 9$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy + 11x + 9y = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 9y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 19yz + 16xz - 17x^2 - 19y^2 - 7z^2 + 15y + 8z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-192

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - 7n + 8 \sin^4 5n}{5n + 2 \sin 5n + 3}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{-4x^3 + 2} + 9}{\operatorname{ctg}(3x^2 + 8x)}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x - 7)^7}{(x + 8)^6}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (x^2 + 6x + 4) \sin 6x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}(-4y^3 - 4)}{(x - 4)^2 - 8}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(2^{\frac{1}{x+7}} - 2^{\frac{-1}{x+2}}\right)x^2(x - 1)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 1)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -3$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 3x - y - 27 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 2y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = xy + 3yz + 2xz - 18x^2 - 7y^2 - 15z^2 + 7y + 8z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-193

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 4n + 7}{n^2 - 4n - 2} \right)^{2n-2}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 8x - e^{-6x^2 + 2x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{x+1}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (3x - 4)^{80} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{7 + \operatorname{tg}(-3y^3 - 3)}{(x - 2)^2 - 15}$  в точке

$A(-2; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{2\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = -\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x-3}\right) + 5 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-3}\right)$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x + 3)(y + 6)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 9$ ,

$x^2 - 2xy + y^2 + 14y - 12x + 31 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 7yz + 4xz - 5x^2 - 20y^2 - 10z^2 + 5y + 10z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-194

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^2 + 4x + 5}{8 \sin(x - 5)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 7} + 9}{e^{6x^2 - 5}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{3(x + 9)^6}{(x - 9)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{9 + x}{x^2 - 2x + 50} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{64} \cdot (-2y^3 + 20)^{2 + \operatorname{tg}((x-7)^2 - 64)}$  в

точке  $A(-1; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 - 5x + 4)(x - 1)^2 \cdot 3^{\frac{x+5}{x-3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x + 5)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 8$ ,  $x^2 - x + 3y - 2xy + y^2 - 71 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 8y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 3yz + 16xz - 18x^2 - 20y^2 - 11z^2 + 8y + 11z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-195

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + 9n + 2}{n^3 - 3n + 5} \right)^{7n^2 + 7}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 7(10x^2 + 9x) \cdot \operatorname{tg}^7(3x^3 + 5x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{1}{x+3} \cdot e^{x+7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int (x^2 + 8x - 6)e^{-4x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{8} \cdot (e^{y+2} + 5y + 11)^{3 + \operatorname{arctg}(e^{x+2} + 4x + 7)}$

в точке  $A(-2; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( 2^{\frac{1}{x-2}} - 2^{\frac{1}{x-3}} \right) x(x+1)^2$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 8$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 2y - 62 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 4y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 9yz + 6xz - 17x^2 - 5y^2 - 10z^2 + 16y + 15z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-196

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(9n^2 + 5 \sin^5 n + 3)}{(5n + 4)^3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 4\sqrt[4]{-9x^3 + 6x^2} \cdot \arctg^4(5x^2 + 7x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{4x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x(\log_3^2 3x - 16)}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{16} \arctg((x - 3)^2(y - 3)^3 + 32)$  в точке

$A(1; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x - 9}{x + 8} \cdot 3^{\frac{-1}{x+1}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 6)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 11x - 9y + 24 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 8y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 16yz + 10xz - 15x^2 - 7y^2 - z^2 + 15y + 8z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-197

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{x} - 1}{1 - \sqrt[4]{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5}{\cos(-10x^3 + 6) - \sqrt[4]{3x^2 - 8}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^2 e^{9x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1}{(2 + 4 \operatorname{ctg} 3x) \sin^2 3x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (6 + \arcsin(-3y^2 + 7y - 4)) \cdot (e^{x+2} - 4x - 10) \text{ в точке } A(-2; 1) \text{ в}$$

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 8)(x + 2)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x - 9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x - 9)(y + 5) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x + y = 9,$$

$$x^2 - 2y + y^2 + 4x - 2xy - 63 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке}$$

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 9y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 11yz + 13xz - 7x^2 - 4y^2 - 19z^2 + 16y + 2z + 7x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-198

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{5x^2 + 4x + 3} - \sqrt{5x^2 + 5x - 3}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\operatorname{tg}^5(-10x^3 + 9x)} - \frac{1}{(-3x^3 + 5x^2)^{\frac{1}{5}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x-2}{8} \cdot e^{-\frac{x-1}{x-2}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{7x^2 - 6x + 5}{(x-1)(x^2 - 2x + 1)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 + \operatorname{arctg}(7y^2 - 2y - 57)}{e^{x-1} + 3x - 3}$  в точке

$A(1; 3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (8; -4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-4}{x-9} \cdot \ln(1 + (x-3)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 7$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-7)(y+6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -2$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 3x - y - 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 5yz + 6xz - 16x^2 - 18y^2 - 10z^2 + 6y + 17z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-199

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x^2 - 2}) \operatorname{arctg}(x^9 + 4)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{5 + \lg^5(3x^2 - 7)}{-8x^2 + 5}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -3x^3 e^{6x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 - 8x + 25}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 6\sqrt[3]{-7x^2 + 3y^2 - 4xy + 25}$  в точке  $A(-2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{4}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-4}{x+8} \cdot \lg(1 + (x+6)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+1)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=5$ ,  $x^2+5y+y^2-3x-2xy-26=0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 12yz + 4xz - 18x^2 - 15y^2 - 19z^2 + 6y + 2z + 16x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-200

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[9]{x}}{\sqrt[3]{x} - 1}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{-8x^3 + 4}{\cos^8(6x^3 + 7x^2) + 8}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x+8)^2}{(x+9)(x^2 + 18x + 81)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{4 - 8x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 3 \cdot \frac{(y+1)^2 - 7}{3 + \arcsin(-5x^3 + 5)}$  в точке

$A(1; -3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-6; -1)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^2 + 3x - 40)(x - 5)^2 \cdot e^{\frac{x+6}{x-8}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 6)(y + 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -3$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 53 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 8y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 9yz + 15xz - 16x^2 - 5y^2 - 9z^2 + 4x + 15z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-201

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + n^2 - 6 \sin^2 6n}{4n + 7 \sin 3n + 1}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{1}{(3x^3 - 9 + \arccos(2x^2 - 4x))^{\frac{9}{13}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x-8)^7}{(x-7)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{1+5x}{x^2+4} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{4} \cdot (3x^2 - 7x - 24)^{2 + \ln(3y^3 + 25)}$  в точке

$A(-2; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-8; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \arctg^2\left(\frac{1}{x+9}\right) - 4 \arctg\left(\frac{1}{x+9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x-1)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 9$ ,

$x^2 + y^2 - 2xy + x + y - 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 7y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 2yz + 15xz - 15x^2 - 7y^2 - 9z^2 + 3y + 2z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-202

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 2}{6 - 3 \ln 5x}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 8 \arctg^8(5x^3 - 8x^2) \cdot (-3x^2 + 10x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-4x^3}{x^2 - x - 56}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-6}^{-6} 5^{-\frac{9}{x^2}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \arctg(x^2y^3 + 3x - 10)$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x + 4)^2(x^2 - x - 20) \cdot 2^{\frac{x-8}{x-7}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -1$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y - 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 7x + 5y - 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 10yz + 5xz - 7x^2 - 4y^2 - 13z^2 + y + 10z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-203

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt[15]{n^{18}-2} - 7\sqrt[12]{(n-4)^8}}{5\sqrt[8]{n^{12}+9} + 3\sqrt[18]{n^{15}-2}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \cos^9(9x^3 - x) \cdot \frac{1}{(-5x^2 + 10)^{\frac{4}{3}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x-1)^2}{(x-4)(x+2)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3(x^2 + x + 6)}{(x+3)(x^2 + x - 2)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot (-6y^3 - 4)^{1 + \ln(5x + x^2 + 7)}$  в точке

$A(-2; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{3}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{(x^2 + 16x + 64)(x-1)} e^{x+5}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 9$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x+5)(y+4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 21 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 19xy + 20yz + 5xz - 4x^2 - 10y^2 - 14z^2 + y + 2z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-204

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-8 - 2 \ln 5x}{8x - 5}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = 9 \frac{1}{(9x^2 - 8)^9} \cdot \ln^9(-3x^3 + 4x^2)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (4 - x) \cdot e^{\frac{2}{x-8}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin 6x \cos 3x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 + \arcsin(-6y + 4y^2 + 2)}{-3x^3 - 2}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (3; 7)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+7}{x-8} \cdot 2^{\frac{1}{(x+9)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -5$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 5)(y + 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 9$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 4y + 6x - 45 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 9x + 4y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 18yz + 14xz - 3x^2 - 17y^2 - 8z^2 + 5y + 18z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-205

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} 8x \ln x$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 6(3x^3 + 5x) \cdot \operatorname{ctg}^6(2x^2 - 4)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = 5(x - 1)^2 (x + 6)^3$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{\arcsin x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2}{9} \sqrt{(x-2)^2 (y-1)^3 + 36}$  в точке

$A(1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (2; -3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 - 9x^2) \cdot \log_7\left(\frac{1}{(x+2)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x - 7)(y + 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -6$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 8y + 10x + 24 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 10yz + 11xz - 8x^2 - 5y^2 - 13z^2 + 3y + 6z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-206

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7n^{18} - 7n - 5}}{\sqrt{4n^{10} - 8 - 4n^9 - n + 7}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\lg^5(6x^3 - 2x)} + \frac{8}{-5x^3 + 7x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x+7)^4}{(x+1)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{1}{8}\pi} e^{2x} \cos 2x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2 + \sin(-4x^2 + 7x + 11)}{2y^2 + 4y + 3}$  в точке

$A(-1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+3} \cdot 2^{\frac{1}{(x+6)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 8)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 3$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 75 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками,

содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 9y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 17xy + 9yz + 6xz - 11x^2 - 17y^2 - 8z^2 + 6y + 14z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-207

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x^9 + 2x^4 - 4}{4x^9 - 6x^3 + 4} \right)^{-x^5 - 8}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{10}{\sqrt{7x^2 - 9} + 3^{-9x^2 + 3}}$ . Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-6x^3}{x^2 + 5}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 4x + 5}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2 + \arctg((x + 5)^2 - 4)}{(y + 3)^2 - 17}$  в точке

$A(-3; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = -\frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x^3 - 3x^2) \cdot \ln((x + 7)^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y + 6)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 6$ ,  $x^2 - 5x - 3y + 2xy + y^2 - 6 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том

числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 15yz + 2xz - 7x^2 - 9y^2 - 10z^2 + 12y + 3z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-208

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - 2 \operatorname{arctg} 4x}{1 + \operatorname{arctg} 4x} \right)^{\frac{5}{x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_5^5(5x^3 + 4x) \cdot (2x^3 - 5x)^{\frac{1}{2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x^3 + x^2 - 2x - 2)e^{-3-x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sqrt{36 - x^2} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (-5x + 3y)(-2 + \ln(-3x + y - 18))$

в точке  $A(-5; 4)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (8; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-8}{x-4} \cdot 2^{\frac{1}{(x+7)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x - 8)(y - 5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -8$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 2y - 48 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 6y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 14yz + 17xz - 8x^2 - 15y^2 - 18z^2 + 3y + 10z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-209

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 6x\right)^{\frac{-6+6x}{\sin 5x}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \left(6 + \log_7^6(8x^3 + 5x^2)\right)^{\frac{15}{8}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-7(x-3)^2}{(x-9)(x^2-18x+81)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{3^{3+4\operatorname{ctg}4x}}{\sin^2 4x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(-6 + \arcsin((y-4)^2 - 25)) \cdot (3x^3 + 4)$$
 в точке  $A(-1; -1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x-7)^3 \cdot \ln\left(\frac{1}{(x+6)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 0$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x+2)(y+4)$$
 на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 4$ ,

$$x^2 - 2xy - 3x + y^2 + 5y - 36 = 0.$$
 При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 7y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 12yz + 17xz - 15x^2 - 11y^2 - 10z^2 + y + 5z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-210

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt[4]{n^6 - 9} + \sqrt[6]{n^4 - 4}}{9\sqrt[5]{n^4 + 5} - 4\sqrt[4]{n^6 + 8}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{3}{-6x^3 + 2} + \frac{8}{\operatorname{ctg}^7(4x^2 - 10)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = (x - 5) \cdot e^{\frac{7}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int 12 \sin^2 5x \cos^2 5x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{24} \cdot (5y^3 - 3)^{\sqrt{e^{x+1} + 5x + 13}}$  в точке

$A(-1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-8; 3)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x(x^2 - 2x + 1)}{(x + 8)(x^2 - 12x + 36)} 2^{x+2}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 8)(y + 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 5$ ,  $x^2 + y^2 + 2xy - 5x - 3y + 8 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 13xy + 10yz + 9xz - 13x^2 - 8y^2 - 2z^2 + 5y + 13z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-211

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^{20} + 4n + 9}}{\sqrt{4n^{18} + 3}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\operatorname{tg}(4x^2 - 2))^{-8x^3 + 3x^2}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 11x + 24}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_2^4 \frac{1 - 4x}{\sqrt{32 - x^2 + 4x}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 16\sqrt[4]{(y + 6)^2 - 33} \cdot (6x - 2x^2 - 3)$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 7}{x - 3} \cdot 2^{\frac{1}{(x+4)^2}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -3$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y + 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -1$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 8x + 6y - 19 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 7y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 19yz + 7xz - 5x^2 - 19y^2 - 12z^2 + 12y + 11z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-212

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 - 7n - 1}{n^3 - 9n - 6} \right)^{2n^2 + 1}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{4}{\ln(10x^2 - 3) - \sqrt[3]{-x^3 + 7x^2}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{5(x+5)^3}{x^2 + 10x + 27}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{-6x^4 + 11x^3 + 5x^2 - 12x - 5}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2}(2 + \arcsin((y-7)^2 - 81)) \cdot (-x^2 - 6x + 6) \text{ в точке } A(1; -2) \text{ в}$$

направлении вектора  $\vec{v} = (-6; 8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x^2(x+1)}{(x-1)(x^2+10x+25)} 2^{x+6}$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 7$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-3)(y+4) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x - y = -9,$$

$$x^2 - y + y^2 - 3x + 2xy - 12 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке}$$

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 2x + 5y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 20yz + 9xz - 4x^2 - 9y^2 - 8z^2 + 3y + 2z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-213

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \frac{7\pi}{6}} \frac{-7\left(\sin x - \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)}{x - \frac{7\pi}{6}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9 + \sin^8(8x^3 - 10x^2)}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x+1)^3}{x^2 + 4x - 12}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{157}^{\frac{19}{4}} \frac{dx}{(4x-3)^{\frac{5}{4}}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2 + \ln(5x + 4x^2 - 25)}{7y + 3y^2 - 11}$  в точке А в

направлении вектора  $\vec{v} = (-8; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x+7}} - 3^{\frac{1}{x+4}}\right)(x^3 + x^2)$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y + 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 3y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 19yz + 16xz - 13x^2 - 6y^2 - 14z^2 + 6y + 19z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-214

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^2 + 9 \cos 6n + 4}{5n - 4 \cos 6n - 3}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (\cos(2x^2 + 4x))^{5x^3 + 10x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2(x-3)^8}{(x+7)^7}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{12}\pi}^{\frac{1}{36}\pi} e^{2 \sin 6x + 3} \cos 6x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{8} \cdot (e^{y+2} + 5y + 11)^{3 + \ln(7x + 6x^2 - 12)}$  в

точке  $A(1; -2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \arctg^2\left(\frac{1}{x-9}\right) - 5 \arctg\left(\frac{1}{x-9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -5$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-5)(y-9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 5y - 3x - 25 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке

границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 7y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 18yz + 7xz - 10x^2 - 14y^2 - 5z^2 + 15y + 3z + x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-215

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \operatorname{arctg} 6x - \frac{\pi}{2} \right) (-2x - 4)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{7x+2}(\sin(6x - 5))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{x-7}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4^{4+2 \operatorname{tg} 5x}}{\cos^2 5x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{60} \ln(5y^3 + 41) \cdot ((x - 2)^2 - 8)$  в точке

$A(-1; -2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (5; 4)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left( e^{\frac{-1}{x+4}} - e^{\frac{1}{x-9}} \right) x(x-1)^2$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -6$ ,  $b = -5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -8$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 4)(y - 9)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 1$ ,  $x^2 - 2xy + y^2 - x - y - 15 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ

проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 16yz + 6xz - 18x^2 - 8y^2 - 12z^2 + 6y + 3z + 8x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-216

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^{20} - 8}}{\sqrt{5n^{20} + 6n^{10} + 7}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \log_{4x-3}(\cos(8x+2))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-6(x+3)^3}{x^2 + 6x + 19}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{\log_7 7x}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{y - 5y^2 - 1}{e^{6x - 3x^2 + 24}}$  в точке  $A(-2; -1)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = 135^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+8}{x+4} \cdot \log_4(1 + (x-5)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 8)(y - 8)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 2$ ,  $x^2 - 7x + 5y - 2xy + y^2 - 14 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 4y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 15xy + 4yz + 17xz - 9x^2 - 19y^2 - 8z^2 + 9y + z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-217

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x - 3) \left( \ln(4x + 9) - \ln(4x - 4) \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = (-8x^3 + 4)^{\lg(4x^3 - 10x)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{-\frac{6-x}{2}}}{x^2 + 2x + 1}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{1 - 4x}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(y + 4)^2 - 6}{e^{-x^2 - 6x + 7}}$  в точке  $A(1; 1)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (2; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x + 8}{x + 2} \cdot \ln(1 + (x + 5)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = -3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x - 5)(y + 7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -6$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 - 2y - 4x - 10 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 3y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 11yz + 6xz - 11x^2 - 15y^2 - 13z^2 + 4y + 9z + 11x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-218

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7 \cdot 6^{x+4} + 8}{3 \cdot 6^{x+4} + 4}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{7 + \operatorname{arctg}(-7x^3 + 9x^2)}{(4x^3 + 8x)^{\frac{11}{7}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{e^{x-4}}{(x+1)^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_1^{e^3} (3x^2 - 5) \ln x \, dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = \frac{1}{2} (2 + \operatorname{arctg}((x+6)^2 - 9)) \cdot (e^{y-1} + 4y - 4)$$
 в точке  $A(-3; 1)$  в направлении,

составляющем угол  $\phi = 30^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+6)(x+1)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-6}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -9$ ,  $b = -8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 0$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+3)(y+1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -7$ ,  $x^2 + 2xy - 3x + y^2 - y - 42 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 15yz + 5xz - 4x^2 - 18y^2 - 5z^2 + 15y + z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-219

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4x^2 + x - 60}{\sqrt{3x^2 - x - 48} + 3x + 10}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{5 + \pi^{10x^2 - 7}}{\sqrt[5]{-8x^3 + 5x^2}}$ . Преобразовывать и

упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2x + 4}{x^2 - 3x - 18}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-7}^{-6} \frac{5 + x}{x^2 - 6x + 5} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 27\sqrt[3]{(y - 4)^2 - 22} \cdot (-3x + 2x^2 - 4)$  в точке  $A(-1; -3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (4; 5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 1)^2(x^2 + 7x - 8) \cdot 2^{\frac{x-7}{x+3}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 2$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 1)(y - 1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 + 2xy + 4x + y^2 + 2y - 62 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 8y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 9xy + 18yz + 19xz - 19x^2 - 9y^2 - 15z^2 + y + 4z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-220

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n - 3} - n)$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{4x-3}(\arccos(4x-5))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = x^5 e^{-2x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (x^2 + 4x + 2) \cos 3x dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{6} \cdot (6y^3 - 4)^{e^{-2x^3-2}}$  в точке  $A(-1; 1)$

в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси

$Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+1)(x+9)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-9}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-4)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy + 2x + y^2 - 37 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 6y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 3yz + 16xz - 4x^2 - 8y^2 - 11z^2 + 12y + 8z + 10x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-221

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{tg} 2x\right)^{\frac{-3-7x}{\sin 9x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = 8 \lg^8(-x^2 + 2) \cdot (7x^2 + 10x)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3(x-5)^8}{(x-8)^8}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\cos x}{\sin^2 x - \sin x - 20} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = (x - 2x^2 + 10)e^{-4y^3 + 4}$  в точке  $A(2; 1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (-5; -8)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-3}{x-2} \cdot \log_6(1 + (x+3)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 1$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-2)(y-3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 4$ ,  $x^2 + 4x + 2y + 2xy + y^2 - 14 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 6y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 10yz + 8xz - 5x^2 - y^2 - 16z^2 + y + 8z + 12x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-222

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2x+9}{x-1}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{1}{(6x^3 - 10x^2 + \arccos(-8x^3 + 1))^{\frac{1}{3}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-9x + 6}{x^2 + x - 2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{-2x^3 + 9x^2 + 7x + 1}{x - 6} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{4}{3} \cdot \frac{-6y + 3y^2 - 1}{\sqrt{x^3 + 12}}$  в точке  $A(-2; 2)$  в

направлении вектора  $\vec{v} = (2; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x - 6)(x - 8)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x + 8}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 4$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x + 3)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -7$ ,  $x^2 + y + y^2 - 3x - 2xy - 10 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 2y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 10xy + 11yz + 17xz - 12x^2 - 10y^2 - 2z^2 + 9y + 13z + 18x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-223

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt[6]{n^8 - 5} + 7(n^{12} + 4)^{\frac{1}{24}}}{\sqrt[9]{n^{18} - 7} - 4\sqrt[20]{n^{15} + 1}}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \frac{(5x^2 - 6x)^{\frac{1}{3}}}{3 + \arccos(4x^3 - 5x)}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-3(x+4)^4}{(x-4)^3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-5}^7 \frac{5+4x}{\sqrt{x^2+12x+43}} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-7y - 5y^2 - 1}{-1 + \arcsin(5x^2 + 4x - 9)}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x^2(x+9) \cdot \lg\left(\frac{1}{(x-8)^2}\right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -7$ ,  $b = 5$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-6)(y+7)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -2$ ,  $x^2 + 2xy - 58 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы

воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 2y + 4z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 7xy + 5yz + 18xz - 15x^2 - 11y^2 - 7z^2 + 14y + 16z + 19x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-224

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n - 5}{5 \cdot 6^n - 2 \cdot 3^n + 3}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{5x+1}(\arccos(8x-2))$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+6}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{e^5}{3}} \frac{dx}{x\sqrt{\ln^2 3x + 36}}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = 4 \cdot \frac{-2y^2 + 5y - 6}{-2 + \arcsin(6x^2 - 3x - 3)}$  в точке

$A(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (8; -5)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+5)^2(x^2+4x-5) \cdot 2^{\frac{x-7}{x-4}}$  и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 5$ ,  $b = 8$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x-6)(y+3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 8$ ,  $x^2 - 5y + y^2 - 7x + 2xy - 8 = 0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 4y + 9z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 8xy + 15yz + 6xz - 15x^2 - 12y^2 - 19z^2 + 17y + 3z + 15x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-225

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 + 6n - 2n^2}{9n + 6} + \frac{6 - 9n + 7n^2}{5n - 3} \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{9}{\arctg(-3x^2 + 7x)} - \frac{7}{(10x^2 - 5)^{\frac{10}{7}}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{6x^2 - 5x + 3}{x + 3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{4x + 1}{x^2 - 4x + 3} dx$ .

5. Найдите производную функции

$f(x; y) = (-7 + \arctg(5y + 2y^2 - 3)) \cdot ((x - 2)^2)$  в точке  $A(1; -3)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; -6)$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = x(x - 7)^3 \cdot \log_x \left( \frac{1}{(x + 5)^2} \right)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -3$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 9$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x, y) = -(x + 1)(y + 3)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -5$ ,  $x^2 - 2xy - 11x + y^2 + 9y + 16 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические

точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 6x + 4y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 17yz + 11xz - 2x^2 - 8y^2 - 10z^2 + 12y + 15z + 4x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-226

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} \left( -7 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{6}\right) + \sin(x) \cdot \cos\left(\frac{7x}{\pi - x}\right) \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{6x^3 - 4x}{\lg^6(9x^2 - 2x) + 6}$ . Преобразовывать

и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{2(x+9)^4}{(x+1)^4}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{8}\pi}^{\frac{3}{16}\pi} e^{3x} \sin 4x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{2 + \operatorname{tg}(-3x - 7x^2 + 34)}{3y^3 - 2}$  в точке

$A(2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x-9)^3(x+7)(x-9)(x^2-2x-63)} 2^{x+3}$$
 и постройте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 0$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+5)(y-1)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -5$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 7y + 5x - 5 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 3x + 9y + 6z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 14xy + 10yz + 9xz - 5x^2 - 3y^2 - 8z^2 + 9y + 7z + 17x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-227

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{tg} 6x\right)^{\frac{3-6\sin 5x}{\sin 8x}}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3 + \arcsin^6(5x^2 - 10)}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-2-x}{12} \cdot e^{\frac{x+1}{2}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-8}^{-1} \frac{5x-3}{x^2+2x+10} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \operatorname{arctg}(y^2 - xy - 4x^2 + 8)$  в точке

$A(-2; 2)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным

направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+9}{x-7} \cdot 2^{\frac{1}{(x+5)^2}}$  и постройте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -4$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -6$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 5)(y - 4)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = -4$ ,  $x^2 + 2xy + y^2 + 3y + 5x - 41 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

**8.** Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 4x + 5y + 3z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 5xy + 2yz + 6xz - 10x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 14y + 7z + 5x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

**9.** Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-228

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n^{14} - 5n^{10} + 9} \cdot \operatorname{arctg}(2n^{10} - n + 3)}{2n^{13} + 8n^3 - 6}.$$

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{6}{\sqrt{3} + \operatorname{ctg}^5(9x^3 - 7x^2)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = -2(x+6)^3 e^{8x}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{1}{10}\pi}^{-\frac{1}{20}\pi} \frac{1}{(7 + 2 \operatorname{ctg} 5x)^{\frac{6}{7}} \cdot \sin^2 5x} dx$ .

5. Найдите производную функции

$$f(x; y) = (7 + \arcsin(-4y^3 - 4)) \cdot (-7x - 3x^2 + 11) \text{ в точке } A(1; -1) \text{ в}$$

направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \left(3^{\frac{1}{x-8}} - 3^{\frac{1}{x+9}}\right)(x^3 + 2x^2 + x)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x-4)(y+1) \text{ на области } D, \text{ ограниченной линиями } x+y=6,$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 78 = 0. \text{ При исследовании на прямолинейном участке границы}$$

используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы

воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 7z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 12xy + 5yz + 6xz - 15x^2 - 20y^2 - 18z^2 + 5y + 18z + 13x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.



## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-229

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(5\pi \cdot x^4)}{\sin(3\pi \cdot x^{\frac{1}{3}})}$ .

2. Продифференцируйте функцию  $f(x) = \log_{2x-3}(3x^2 + 2x + 1)$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-6(x-2)^2}{(x-4)^3}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{\log_3(4x+5) + 9}{(4x+5)\log_3(4x+5)} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(y-5)^2 + 2}{-2 + \operatorname{arctg}(4x + 3x^2 - 4)}$  в точке

$A(-2; 1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 150^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = (x+4)(x+9)^2 x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-3}\right)$

и постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -2$ ,  $b = 2$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 1$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x+5)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x+y=3$ ,  $x^2+5y+y^2-3x-2xy-48=0$ .

При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и

через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 5x + 2y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 16xy + 3yz + 9xz - 18x^2 - 7y^2 - 17z^2 + 6y + 13z + 2x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

**Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-230****Базовая часть ЛР.**

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{5x^2 - 6x - 8}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{4}{(9x^2 - 2)^5} + \frac{10}{8 + e^{10x^2 + 5x}}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = e^{\frac{x+3}{x-5}}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{8x - 7}$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{-4x - 5x^2 - 1}{2 + \ln(-2y + 3y^2 - 7)}$  в точке

$A(-1; 2)$  в направлении вектора  $\vec{v} = (7; -2)$ .

**Исследовательская часть ЛР.**

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x-7}{x-2} \cdot \ln(1 + (x+4)^2)$  и

постройте её график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 3$ ,  $b = 4$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -2$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = (x - 3)(y - 2)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = -9$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 4y - 23 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции

$f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 7x + 5y + 8z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 11xy + 17yz + 6xz - 12x^2 - 11y^2 - 4z^2 + 4y + 13z + 6x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-231

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5 - 3n + 2n^2}{6n - 3} - \frac{7 - 8n + 2n^2}{6n + 2} \right)$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\sqrt{-5x^3 + 6x}}{4 + \arccos(-4x^2 + 9)}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-x^3 - 3x^2 - 3x - 1}{x^2}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (x^2 - 2x - 1) \cos 3x \, dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \arcsin(y^3(x - 2)^2 + 1)$  в точке  $A(1; -1)$  в направлении, составляющем угол  $\phi = 60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции

$$f(x) = \frac{x^2(x + 1)}{(x + 2)^3(x - 5)(x + 2)(x^2 - 3x - 10)} 2^{x+9}$$

и построьте её график. Выполните

дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = 1$ ,  $b = 3$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = -4$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и построьте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x, y) = -(x + 1)(y - 5)$$

на области  $D$ , ограниченной линиями  $x + y = 5$ ,

$$x^2 + y + y^2 + x - 2xy - 54 = 0.$$

При исследовании на прямолинейном участке

границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты

проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 7y + 5z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 20xy + 16yz + 14xz - 3x^2 - 5y^2 - 9z^2 + 6y + 12z + 20x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.

## Индивидуальное задание для ЛР по МА, вариант К-232

### Базовая часть ЛР.

Задания 1, 4 и 5 нужно решить и с помощью СКМ "Maxima" и вручную. Задания 2 и 3 достаточно решить только на СКМ "Maxima".

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x \operatorname{tg}(9x - 8x^2) - 7x^3 \cos\left(\frac{-7}{x}\right)}{x^2 \sin(-4x) + 2 \sin(-8x^2)}$ .

2. Вычислите производную функции  $f(x) = \frac{\log_x^5(9x^3 - 6x^2) + 5}{-4x^2 + 8x}$ .

Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

3. Постройте график функции  $f(x) = \frac{-(x-7)^2}{(x-1)(x-13)}$ .

4. Вычислите интеграл  $\int \sin 6x \cdot \sqrt[3]{4 + 3 \cos 6x} dx$ .

5. Найдите производную функции  $f(x; y) = \frac{e^{x-1} + 5x - 3}{e^{2y^2 - 6y - 20}}$  в точке  $A(1; -2)$  в

направлении, составляющем угол  $\phi = \frac{\pi}{6}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

### Исследовательская часть ЛР.

Задачи 6, 7 и 8 являются обязательными, их решение будет учтено при выставлении аттестации. Задача 9 является дополнительной, ее решение будет отмечено в портфолио студента.

6. Проведите полное исследование функции  $f(x) = \frac{x+2}{x+5} \cdot 2^{\frac{-1}{x+4}}$  и построьте её

график. Выполните дополнительные задания:

1) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

2) найдите уравнения касательных к графику функции во всех точках, в которых  $f'' = 0$ , и изобразите на отдельном чертеже график функции и найденные касательные;

3) найдите уравнение прямой, пересекающей график в точках  $a = -8$ ,  $b = -6$ , а также уравнение касательной к графику функции в точке  $x = c$ , где  $c$  — точка, удовлетворяющая соотношению теоремы Лагранжа  $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$ , и изобразите график функции, прямую и касательную на отдельном чертеже;

4) в точке  $x_0 = 7$  получите многочлены Тейлора  $T_0(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  и постройте графики исходной функции и многочленов на отдельном чертеже.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = -(x-3)(y+5)$  на области  $D$ , ограниченной линиями  $x - y = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 2xu + 2x + 4y - 10 = 0$ . При исследовании на прямолинейном участке границы используйте метод исключения переменной. На криволинейном участке границы воспользуйтесь методом множителей Лагранжа. Полученные результаты проиллюстрируйте рисунками, содержащими: 1) границы области и линии

уровней функции (в том числе и линии уровней, проходящие через критические точки на границе области и через угловые точки области  $D$ ); 2) график функции  $f(x, y)$ .

8. Фирма планирует реализовать проект. Предварительно проводится анализ проекта, стоимость которого состоит в затратах на специалистов. В проведении анализа участвуют программисты, финансовые аналитики и специалисты по маркетингу, трудовые затраты которых (в человекочасах) равны, соответственно,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Стоимость такого анализа равна  $f(x, y, z) = 8x + 4y + 2z$  (условных денежных единиц). Эффективность работы специалистов равна  $g(x, y, z) = 6xy + 7yz + 16xz - 12x^2 - y^2 - 14z^2 + 18y + 13z + 14x$ . Выясните, в зависимости от располагаемого бюджета  $I$ , какими должны быть трудовые затраты специалистов каждого профиля, чтобы эффективность была максимальна? При каком бюджете  $I$  будет достигнут абсолютный максимум функции эффективности?

9. Для таблично заданной функции  $f(x)$  выполните следующие задания:

1) методом наименьших квадратов постройте многочлен третьей степени, аппроксимирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[1, 100]$ , и изобразите на рисунке график исходной функции и график полученного многочлена;

2) проведите сглаживание данных по 5 и по 11 точкам и проиллюстрируйте результаты сглаживания рисунками;

3) численно продифференцируйте функцию и постройте график полученной производной, а также производной аппроксимирующего многочлена.

4) численно проинтегрируйте функцию и постройте график полученной первообразной, а также первообразной аппроксимирующего многочлена (считая, что в точке  $x_0 = 0$  первообразные равны нулю);

5) вычислите эластичность исходной функции, постройте график полученной эластичности, и эластичности аппроксимирующего многочлена.