**Цель работы:** Получить навыки математического моделирования различных процессов.

**Задание:** Исследовать динамическую систему, заданную математической моделью

 **(1)**

**Выполнение работы:**

Уравнение  нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Перепишем в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка:

, тогда

В особых точках правые части этой системы обращаются в ноль, поэтому система уравнений для определения особых точек () имеет вид:

, 0 . Откуда и уравнение для :

поэтому особых точек бесконечное число и они имеют вид , где n- любое число. (Решение ).

Исследуем характер особых точек в линейном приближении. Система уравнений

, **(2)**

В окрестности особой точки () сопоставляется линеаризованная система

, где , , , .

Для заданного уравнения , поэтому a = 0, b = 1, ,

*Таблица №1.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Условия** | **Тип особой точки** | **Вид фазовых траекторий** |
| \* | и - действительные числа разного знака, особая точка -  «седло» (неуст.) | Гиперболы |
|  | и - пара мнимых корней, особая точка - «центр» (уст.) | Эллипсы |
|  | и - оба действительных положительных корня, особая точка - «узел» (неуст.) | Параболы |
|  | и - оба действительных отрицательных корня, особая точка - «узел» (уст.) | Параболы |
|  | и - комплексно-сопряженные корни с действительной положительной частью, особая точка - «фокус» (неуст.) | Спирали |
|  | и - комплексно-сопряженные корни с действительной отрицательной частью, особая точка - «фокус» (уст.) | Спирали |

Далее характер особой точки определяется собственными значениями матрицы .

Так как

То рассматриваем два случая.

**1-ый.**  Особая точка где n – чётное целое.

Тогда . Найдём собственные значения матрицы

По формуле  **(5)**

Имеем: Очевидно, при любом и - действительные числа разных знаков(считаем

случай, когда вся линия y=0 – особые точки).

Этот случай соответствует верхней строке таблицы (неравенство выполнено, так как ), поэтому в линейном приближении характер рассматриваемых особых точек: «седло» (неустойчивая), траектории гиперболы.

Согласно пункту 4 из методички характер особой точки исходной нелинейной системы совпадает с найденным характером особой точки линеаризованной системы (для нелинейной системы – не «центр», а «седло» и ни одного из и не равно нулю).

**2-ой.**  Особая точка где n – нечётное целое.

Тут . Собственные значения матрицы

Имеет вид

Так как теперь число под корнем может быть любого знака, в зависимости от соотношения между , рассматриваем варианты.

1. При имеем: и - вещественные числа одного знака (т.е. не нулевые, в частности).

а) при и – положительные. Согласно таблице из методички : особая точка – «узел», траектории- параболы (неустойчивый). Согласно пункту 4 в методичке это относится и к линеаризованной и к нелинейной системе.

б) при и – отрицательные. Этот случай – третья строка снизу таблицы из методички. Согласно пункту 4 из методички получаем одинаковый характер особой точки линейной и нелинейной систем – тот же что в а), с тем отличием что здесь «узел» устойчивый.

1. При В этом случае и – комплексно сопряженные друг другу.

а) и вторая строчка в таблице в методичке. Согласно пункту 4 из методички характер особой точки нелинейной системы совпадают с характером особой точки линейной системы: неустойчивый «фокус», траектории – спирали.

б) при и . Этот случай – первой строка снизу таблицы из методички. Все как в пункте а), только «фокус» - неустойчивый.

в) и – чисто мнимые, случай строки пять снизу в таблице. Для линейной системы – устойчивый «центр», траектории – эллипсы. Для нелинейной: по пункту 4 из методички – либо «центр», либо «фокус».