МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Российский государственный торгово-экономический университет»
(ФГБОУ ВПО «РГТЭУ»)

СОГЛАСОВАНО:
Выпускающая кафедра _____
Зав. кафедрой _____
(подпись, Ф.И.О.)
«_____»_____ 20 __ г.

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебно-методической
работе – директором РОАТ
_____
(подпись, Ф.И.О.)
«_____»_____ 20 __ г.

Кафедра: Высшая и прикладная математика
(название кафедры)

Автор: Алексеев Владимир Николаевич, к.т.н., доц.; Садыкова Оксана Ильисовна, к.п.н., доц.;
(ф.и.о., ученая степень, ученое звание)
Головина Ольга Владимировна, к.п.н., доц.; Ильина Татьяна Александровна к.ф.-м. н., доц.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ»

(название дисциплины)

Направление/специальность: ***080100.62 Экономика***
(наименование специальности)

Профиль/направление подготовки: ***Экономика предприятий и организаций, Финансы и кредит***

Квалификация (степень) выпускника: ***БАКАЛАВР***

Форма обучения: ***ЗАОЧНАЯ-СОКРАЩЁННАЯ***

Одобрена на заседании Учебно-методической комиссии института Протокол №_____ «____» _____ 20___ г Председатель УМК _____ (подпись, Ф.И.О.)	Одобрена на заседании кафедры Протокол №_____ «___» _____ 20__ г. Зав. кафедрой _____ (подпись, Ф.И.О.)

Москва, 20 __ г.

Задание 1

1-10. Выборка случайной величины X задана интервальным вариационным рядом. Найти характеристики вариационного ряда (указанные в задании).

i	1	2	3	4	5	6	7
I_i	2-6	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30
n_i	10	18	22	25	12	8	5

Решение

Вычисляем объем выборки: $$n = \sum_{i=1}^{7} n_i = 10 + 18 + ... + 5 = 100.$$

Относительные частоты вычисляются по формуле:

$$W_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{100}.$$

Получим: W_1=0,10; W_2=0,18; W_3=0,22; W_4=0,25; W_5=0,12; W_6=0,08; W_7=0,05.

Дальнейшие расчеты удобно оформить в виде сгруппированного ряда (т.е. таблицы следующего вида):

i	I_i	n_i	W_i	$n_i^{нак}$	$W_i^{нак}$
1	2-6	10	0,10	10	0,10
2	6-10	18	0,18	28	0,28
3	10-14	22	0,22	50	0,50
4	14-18	25	0,20	75	0,75
5	18-22	12	0,12	87	0,87
6	22-26	8	0,08	95	0,95
7	26-30	5	0,05	100	1,00
Σ	-	100	1	-	-

Смещенная оценка дисперсии $Д$ вычисляется по формуле:

$$Д = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{m} x_i^2 \cdot W_i - (\bar{x})^2,$$

где x_i-середина интервала I_i ($i = \overline{1,7}$).

Вычислим

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \cdot W_i = \sum_{i=1}^{7} x_i^2 \cdot W_i = 16 \cdot 0{,}10 + 64 \cdot 0{,}18 + 144 \cdot 0{,}22 + 256 \cdot 0{,}25 + 400 \cdot 0{,}12 + 576 \cdot 0{,}08 +$$

$$+ 784 \cdot 0{,}05 = 242{,}08.$$

Выборочная средняя вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{m} x_i \cdot W_i = \sum_{i=1}^{7} x_i \cdot W_i,$$

где x_i – середина интервала I_i $(i = \overline{1,7})$.

Таким образом, находим:

$$\bar{x} = 4 \cdot 0{,}10 + 8 \cdot 0{,}18 + 12 \cdot 0{,}22 + 16 \cdot 0{,}25 + 20 \cdot 0{,}12 + 24 \cdot 0{,}08 + 28 \cdot 0{,}05 = 14{,}20.$$

Теперь получаем:

$Д$=242,08-14,2^2=242,08-201,64=40,44.

Несмещенная оценка дисперсии S^2 вычисляется по формуле:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} Д = \frac{100}{99} \cdot 40{,}44 = 1{,}01 \cdot 40{,}44 = 40{,}84.$$

Для оценки среднего квадратического отклонения σ используется несмещенная дисперсия S^2. Согласно определению для σ имеем:

$$\sigma = \sqrt{S^2} = \sqrt{40{,}84} = 6{,}39.$$

Вычисляются значения накопленных частот $n_i^{нак}(x)$ и получаемые значения записываются в указанную таблицу.

Согласно определению, накопленная частота $n_i^{нак}(x)$ равна числу вариантов со значением X меньше заданного значения x. Так как значения X<6 наблюдались 10 раз (в интервале I_1), то $n^{нак}(6)$=10. Это значение записывается в верхней клетке столбца $n_i^{нак}$ таблицы.

Значения X<10 наблюдались 10+18=28 раз (соответственно в интервалах I_1 *и* I_2); поэтому $n^{нак}(10)$=28. Аналогичным образом находятся остальные значения накопленных частот и записываются в соответствующие клетки таблицы.

После вычисления всех значений $n_i^{нак}$ (x) по формуле:

$$W_i^{нак}(x) = \frac{n_i^{нак}(x)}{n} = \frac{n_i^{нак}(x)}{100}$$

определяются значения накопленных частостей и записываются в таблицу.

Коэффициент вариации ν определяется по формуле:

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{6{,}39}{14{,}20} \cdot 100\% = 45\%.$$

Для построения гистограммы на оси абсцисс откладываются отрезки частичных интервалов I_1 варьирования и на этих отрезках как на основаниях строятся прямоугольники с высотами, равными частотам или относительным частотам соответствующих интервалов.

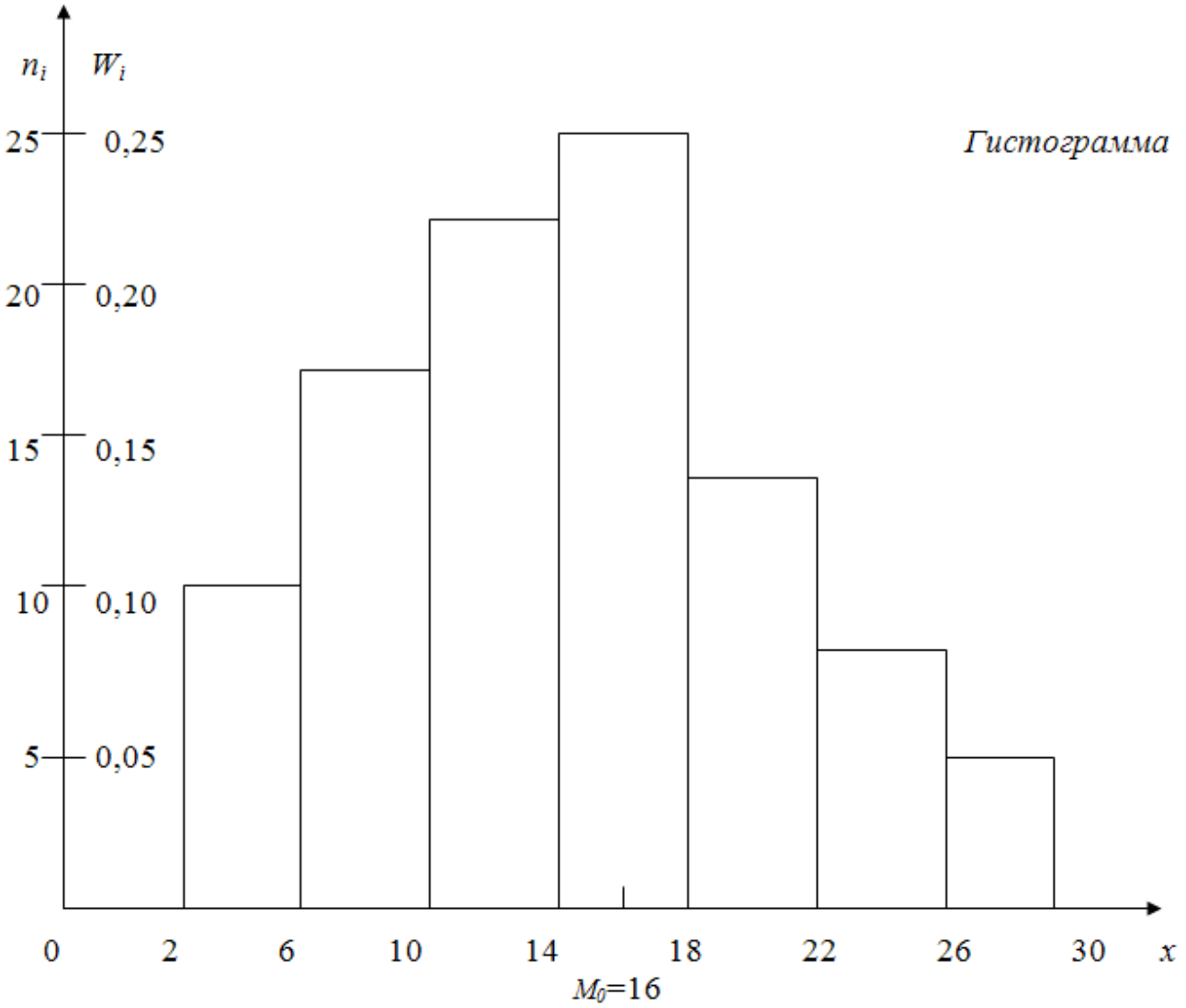


Рис. 1. Гистограмма

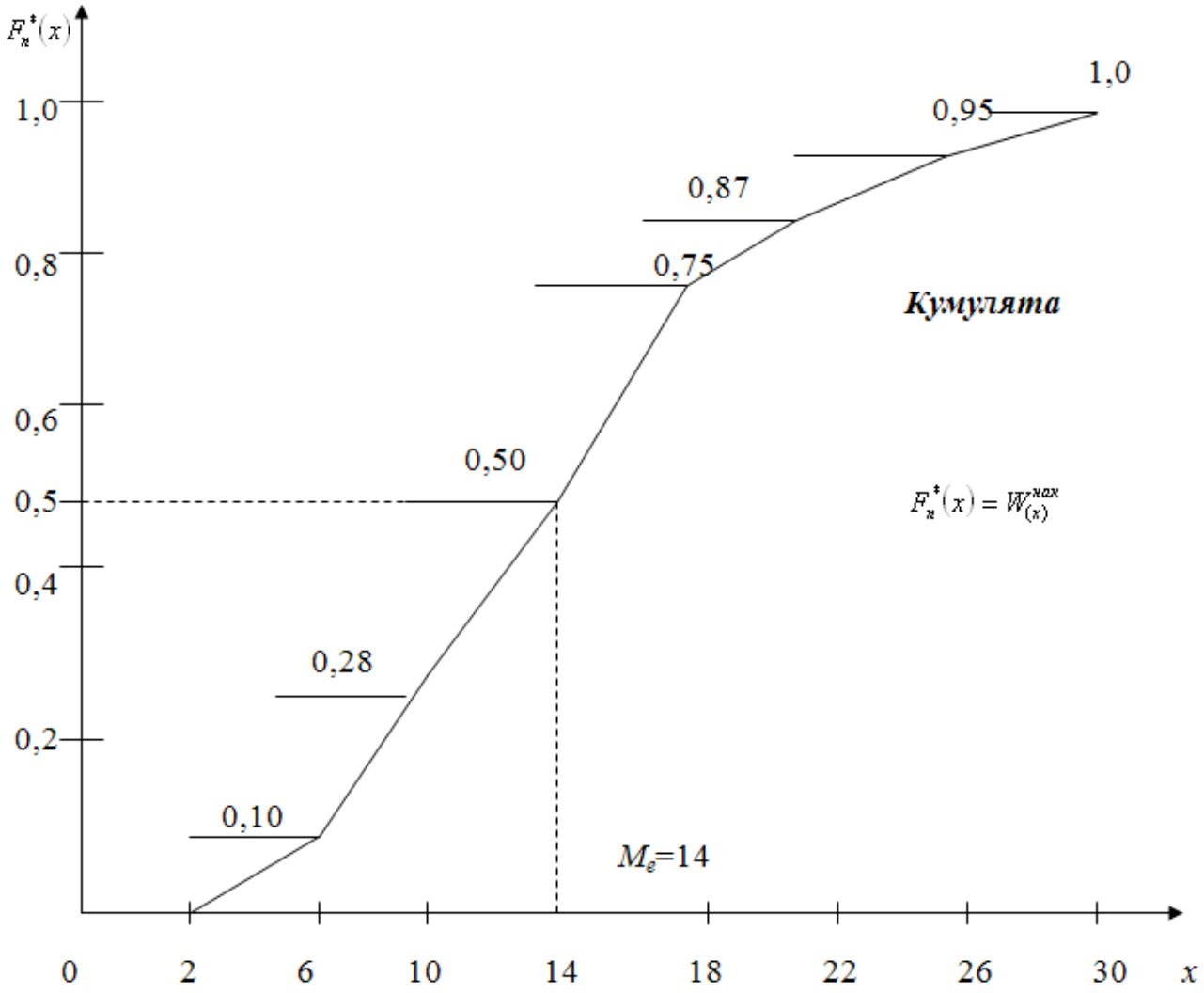
С помощью гистограммы находится мода – т.е. вариант, которому соответствует наибольшая частота: M_0=16.

Согласно определению эмпирическая функция распределения

$F_n^*(x) = W_x^{нак}$

для данного значения x представляет накопленную частость. Для интервального вариационного ряда (см. таблицу) имеем лишь значения функции распределения $F_n^*(x)$ на концах интервала, указанные в правом крайнем столбце таблицы. Для графического изображения этой функции целесообразно ее доопределить, соединив точки графика, соответствующие концам интервалов, отрезками прямой. Полученная таким образом ломаная совпадает с кумулятивной кривой (кумулятой).

С помощью кумуляты может быть приближенно найдена медиана как значение признака, для которого $W_x^{нак} = 0{,}5$. Очевидно, M_e=14.



ţ ɑʃɱ. 2. ş ƅɑʒƅɑʷƖs0

ıΦ Γ Φ ʏ Φ 2

11-20. Ежемесячный объем выпуска продукции завода является случайной величиной, распределенной по показательному закону. Имеются следующие данные об объеме выпуска в течение шести месяцев

ʃ jʃɱʷч	1	2	3	4	5	6
ʃ в ʲ ʸɑʒ ɘ ʳ ʧƅɱʂ0 ʧtɕtsнƅʂчɑɑʃ	20	24	25	28	27	32

Методом моментов найти точечную оценку параметра распределения.

Решение.
Показательный закон распределения
при x<0,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} \end{cases}$$ *при x≥0*

содержит только один параметр λ.

В случае одного параметра в теоретическом распределении для его определения достаточно составить одно уравнение. Следуя методу моментов, приравняем начальный теоретический момент первого порядка начальному эмпирическому моменту первого порядка: $v_1=M_1$. Учитывая, что $v_1=M(x)$ и $M_1=\bar{x}$, получаем $M(x)=\bar{x}$. Известно, что математическое ожидание показательного распределения равно обратной величине параметра λ; следовательно

$$\frac{1}{\lambda}=\bar{x}.$$

Это равенство является приближенным, т.к. его правая часть является случайной величиной. Таким образом, из указанного равенства получаем не точное значение λ, а его оценку:

$$\lambda^*=\frac{1}{\bar{x}}.$$

Оценка параметра λ показательного распределения равна величине, обратной выборочной средней.

Вычислим выборочное среднее:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{6}x_i}{6}=\frac{20+24+25+28+27+32}{6}=\frac{156}{6}=26.$$

Следовательно,

$$\lambda^*=\frac{1}{26}.$$

ıфгфуф 3

21-30. Для проверки эффективности новой технологии отобраны две группы рабочих численностью n_1 и n_2 человек. В первой группе, где применялась новая технология, выборочная средняя выработки составила $\bar{x}$ изделий, во второй - $\bar{y}$ изделий. Установлено, что дисперсии выработки в группах равны соответственно σ_x^2 и σ_y^2.

Требуется на уровне значимости α=0,05 выяснить влияние новой технологии на среднюю производительность.

Решение.

Для расчетов примем: n_1=50, n_2=70, $\bar{x}=85,\ \bar{y}=78,\ \sigma_x^2=100,\ \sigma_y^2=74.$

Проверим гипотезу H_0: $\bar{x}_0=\bar{y}_0$, т.е. средние выработки рабочих одинаковы по новой и старой технологиям. В качестве альтернативной (конкурирующей) гипотезы можно взять

$H_1:\bar{x}_0>\bar{y}_0$ или $H_2:\bar{x}_0\neq\bar{y}_0.$

В рассматриваемой задаче более естественна гипотеза H_1, так как ее справедливость означает эффективность применения новой технологии.

Так как проверяется гипотеза о равенстве средних, то в качестве критерия проверки нулевой гипотезы следует принять случайную величину

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_1} + \frac{\sigma_y^2}{n_2}}}$$

и вычислить ее наблюдаемое значение:

$$t_{набл} = \frac{85 - 78}{\sqrt{\frac{100}{50} + \frac{74}{70}}} = \frac{7}{\sqrt{3{,}057}} = \frac{7}{1{,}75} = 4{,}00.$$

При конкурирующей гипотезе $H_1 : \bar{x}_0 > \bar{y}_0$ критическое значение статистики t находится из условия:

$$\Phi(t_{кр}) = 0{,}5 - \alpha = 0{,}5 - 0{,}05 = 0{,}45,$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

По таблице значений функции Лапласа находим:

$t_{кр}$=1,65.

При конкурирующей гипотезе $H_2 : \bar{x}_0 \neq \bar{y}_0$ критическое значение статистики t находится из условия:

$$\Phi(t_{кр}) = 0{,}5(1 - \alpha) = 0{,}5(1 - 0{,}05) = 0{,}475.$$

По таблице значений функции Лапласа находим: $t_{кр}$=1,96.

Так как фактически наблюдаемое значение $t_{набл}$=4,00 больше критического значения при любой из взятых конкурирующих гипотез, то гипотеза H_0 о том, что средние выработки рабочих по новой и старой технологиям одинаковы, отвергается. На 5 %-ом уровне значимости можно сделать вывод о том, что новая технология позволяет повысить среднюю выработку рабочих.

ıфгфʏф 4

31-40. Для проверки влияния новой технологии на качество однотипной продукции проведена выборочная проверка процентов брака за пять месяцев на трех производственных участках. Результаты проверки представлены в таблице (матрице наблюдений).

Методом дисперсионного анализа при уровне значимости α=0,05 проверить нулевую гипотезу о существенном влиянии технологии на качество продукции.

ı tɑʒjtɑ ɑʃɱʃ r ls0ɑɬɑʃʷ *i*	υ tɑtsəɑɬɑʃ ʷw0ʕlststɑ0 F_j		
	F_1	F_2	F_3
1	2	3	1
2	4	5	4
3	3	4	5
4	2	3	10
5	1	6	3
ɻtɑɮʃʃʃtsə0ʷ ɱtɑjнɑɬʷʷ	2,4	4,2	4,6

Решение.

Примем нулевую гипотезу H_0: технология существенно влияет на качество продукции. Конкурирующей гипотезой является гипотеза H_1: технология не влияет существенно на качество продукции.

В условиях задачи число уровней фактора равно числу производственных участков, на которых проведена выборочная проверка продукции: P=3, а число наблюдений на каждом уровне q=5, т.к. проверка проводилась за пять месяцев.

Вычислим значения групповых средних $\bar{x}_{гр,j}$ для каждого уровня фактора F_j (j=1,2,3) и запишем их в дополнительной строке таблицы.

Получим:

$$\bar{x}_{гр,1}=\frac{\sum_{i=1}^{q}x_{i1}}{q}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_{i1}}{5}=\frac{2+4+3+2+1}{5}=\frac{12}{5}=2{,}4;$$

$$\bar{x}_{гр,2}=\frac{\sum_{i=1}^{q}x_{i2}}{q}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_{i2}}{5}=\frac{3+5+4+3+6}{5}=\frac{21}{5}=4{,}2;$$

$$\bar{x}_{гр,3}=\frac{\sum_{i=1}^{q}x_{i3}}{q}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_{i3}}{5}=\frac{1+4+5+10+3}{5}=\frac{23}{5}=4{,}6.$$

Вычислим общую среднею $\bar{x}$:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{q}x_{ij}}{pq}=\frac{\sum_{j=1}^{p}\bar{x}_{гр,j}}{p}=\frac{\sum_{j=1}^{3}\bar{x}_{гр,j}}{3}=\frac{2{,}4+4{,}2+4{,}6}{3}=\frac{11{,}2}{3}=3{,}73.$$

Вычислим общую сумму квадратов отклонений вариант от общей средней:

$$S_{общ.}=\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{q}(x_{ij}-\bar{x})^2=\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{q}x_{ij}^2-pq\bar{x}^2.$$

Для расчета $S_{общ}$ предварительно составим таблицу квадратов вариант:

⁊tsdʒjtɛ dʃŋtʃ ʳ ls0ʠdʃ^{w} *i*	ʊtɛtsədʠdʃ $^{w}_{w}$0Ɋlststɛ0 F_j		
	F_1	F_2	F_3
1	4	9	1
2	16	25	16
3	9	16	25
4	4	9	100
5	1	36	9
Ɇ	34	95	151

Теперь получаем:

$S_{общ.}$=34+95+151-3·5·3,73^2=71,3.

Вычислим факторную сумму квадратов отклонений групповых средних от общей средней:

$$S_{факт} = q \cdot \sum_{j=1}^{p} (\bar{x}_{гр.j} - \bar{x})^2 = q\left[\sum_{j=1}^{p} \bar{x}_{гр.j}^2 - p\bar{x}^2\right] = 5 \cdot (4{,}4^2 + 4{,}2^2 + 4{,}6^2 - 3 \cdot 3{,}73^2) = 14{,}1.$$

Вычислим остаточную сумму квадратов отклонений

$$S_{ост.} = S_{общ} - S_{факт} = 71{,}3 - 14{,}1 = 57{,}2.$$

Определим факторную и остаточную дисперсии:

$$s^2_{факт} = \frac{S_{факт}}{p-1} = \frac{14{,}1}{3-1} = 7{,}05;$$

$$s^2_{ост} = \frac{S_{ост}}{p(q-1)} = \frac{57{,}2}{3 \cdot (5-1)} = \frac{57{,}2}{12} = 4{,}77.$$

Сравним факторную и остаточную дисперсию по критерию F Фишера-Снедекора. Для этого найдем наблюдаемое значение критерия $F_{набл}$:

$$F_{набл} = \frac{s^2_{факт}}{s^2_{ост}} = \frac{7{,}05}{4{,}77} = 1{,}42.$$

По таблице критических точек распределения F Фишера-Снедекора находим значение $F_{кр}$ (α; K_1; K_2), соответствующее заданному уровню значимости α=0,05 и значениям степеней свободы факторной дисперсии $K_1=p-1$ и остаточной дисперсии $K_2=p(q-1)$. Поскольку K_1=3-1=2 и K_2=3(5-1)=12, то $F_{кр}$(0,05; 2; 12)=3,88. Так как $F_{набл}$=1,42< $F_{кр}$=3,88, то нулевую гипотезу о существенном влиянии технологии на процент брака не отвергается. Применительно к рассматриваемой задаче принятие нулевой гипотезы означает существенное влияние технологии на качество продукции на заданном уровне значимости.

ıфгфʏф 5

41-50. Выборочная зависимость между величиной основных производственных фондов X и суточной выработкой продукции Y по данным пяти независимых наблюдений представлена в таблице.

Требуется составить выборочное уравнение линейной парной регрессии Y на X, вычислить коэффициент корреляции r между X и Y, на уровне значимости α=0,05 проверить значимость коэффициента корреляции и уравнения регрессии.

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
x_i	1,00	1,50	3,00	4,50	5,00
y_i	1,25	1,40	1,50	1,75	2,25

Решение. Составим расчетную таблицу задачи:

i	x_i	x_i^2	y_i	y_i^2	x_iy_i
1	1,00	1,00	1,25	1,563	1,250
2	1,50	2,25	1,40	1,960	2,100
3	3,00	9,00	1,50	2,250	4,500
4	4,50	20,25	1,75	3,063	7,875
5	5,00	25,00	2,25	5,063	11,250

Ѓ	Σx_i=15	Σx_i^2=57,50	Σy_i=8,15	Σy_i^2=13,90	$\Sigma x_i y_i$=26,975
нтєјнфјјцфqцјффj	$\bar{x} = 3{,}00$	$\bar{x}^2 = 11{,}50$	$\bar{y} = 1{,}63$	$\bar{y}^2 = 2{,}78$	

Выборочное уравнение линейной регрессии *У* на *Х* имеет вид:

$\hat{y}_x = \rho_{yx} \cdot x + в.$

Параметры уравнения ρ_{yx} и *в* находятся из системы нормальных уравнений:

$$\rho_{yx} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + в \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i ,$$

$$\rho_{yx} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + вn = \sum_{i=1}^{n} y_i ,$$

где *n*-объем выборки.

Согласно данным расчетной таблицы имеем:

$$\begin{cases} 57{,}5\rho_{yx} + 15в = 26{,}975, \\ 15 \cdot \rho_{yx} + 5в = 8{,}15. \end{cases}$$

Решение этой системы может быть получено любым из известных методов или вычислено по формулам:

$$\rho_{yx} = \frac{nC - BД}{nA - B^2}, \quad в = \frac{AД - BC}{nA - B^2},$$

где $A = \sum_{i=1}^{n} x_i^2, \quad B = \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad C = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \quad Д = \sum_{i=1}^{n} y_i$.

Значения *А, В, С, Д* указаны в расчетной таблице:

А=57,50 , *В*=15 , *С*=26,975 , *Д*=8,15. Поэтому находим:

$$\rho_{xy} = \frac{5 \cdot 26{,}975 - 15 \cdot 8{,}15}{5 \cdot 57{,}5 - 15^2} = \frac{134{,}875 - 122{,}25}{287{,}5 - 225} = \frac{12{,}625}{62{,}5} = 0{,}202;$$

$$в = \frac{57{,}5 \cdot 8{,}15 - 15 \cdot 26{,}975}{62{,}5} = \frac{468{,}625 - 404{,}625}{62{,}5} = \frac{64}{62{,}5} = 1{,}024.$$

Следовательно, искомое уравнение регрессии *У* на *Х* имеет вид:

$\hat{}$ 0,202 1,024.

Из полученного уравнения регрессии *У* на *Х* следует, что при увеличении основных производственных фондов *Х* на одну денежную единицу, суточная выработка продукции *У* предприятия увеличится в среднем на 0,202 (условных единиц).

Найдем коэффициент корреляции *r* между *Х* и *У*, определяемый по формуле

где

где *n*-объем выборки.

Вычислим коэффициенты и свободные члены этой системы.
Так как

$$\sum_{t=1}^{n} t = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{и} \quad \sum_{t=1}^{n} t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

то при *n*=8 получаем:

$$\sum_{t=1}^{8} t = \frac{8 \cdot 9}{2} = 36; \quad \sum_{t=1}^{8} t^2 = \frac{8 \cdot 9 \cdot 17}{6} = 204.$$

Далее вычисляем:

$$\sum_{t=1}^{8} y_t = 213 + 171 + \ldots + 361 = 2375,$$

$$\sum_{t=1}^{8} y_t \cdot t = 213 \cdot 1 + 171 \cdot 2 + \ldots + 361 \cdot 8 = 11766.$$

Следовательно, система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 204 \cdot в_1 + 36 \cdot в_0 = 11766, \\ 36 \cdot в_1 + 8 \cdot в_0 = 2375, \end{cases}$$

откуда находим:
$в_0 = 181{,}32$ и $в_1 = 25{,}679$.
Таким образом, уравнение тренда рассматриваемого временного ряда имеет вид:
$\hat{y} = 181.32 + 25.679 \cdot t$

Задача 1

1-10. Выборка случайной величины X задана интервальным вариационным рядом (I_i – i-ый интервал, n_i-частота).

Найти:

- относительные частоты (частости) W_i;
- накопленные частоты $n_i^{нак}$;
- накопленные частости $W_i^{нак}$.

Вычислить:

- выборочную среднюю $\bar{x}$;
- смещенную оценку дисперсии $Д$;
- несмещенную оценку дисперсии S^2;
- среднее квадратическое отклонение σ;
- коэффициент вариации ν.

Построить:

- гистограмму частот;
- эмпирическую функцию распределения;
- кумулятивную кривую.

Указать:

- моду M_o;
- медиану M_e.

–	*i*	1	2	3	4	5	6	7
	I_i	2-6	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30
1	n_i	9	16	20	26	18	6	5
2	n_i	7	15	23	25	15	11	4
3	n_i	6	18	21	24	20	6	5
4	n_i	5	16	22	20	18	12	7
5	n_i	10	14	25	20	15	10	6
6	n_i	4	18	22	20	18	10	8
7	n_i	5	20	24	21	18	8	4
8	n_i	6	10	14	25	20	16	9
9	n_i	6	13	23	27	13	10	8
10	n_i	8	14	20	25	18	10	5

Задача 2

11-20. Ежемесячный объем выпуска продукции завода является случайной величиной, распределенной по показательному закону. Имеются данные об объеме выпуска в течение шести месяцев.

Методом моментов найти точечную оценку параметра распределения.

ʤjʃɱʷч / ⁻ ɩθнθцʃ	1	2	3	4	5	6
11	18	24	26	30	35	38
12	20	22	28	34	36	40
13	16	19	23	25	30	36
14	14	18	20	26	28	34
15	14	16	22	24	30	32
16	18	26	28	32	36	38
17	16	18	24	26	30	34
18	10	16	18	22	28	30
19	15	19	21	26	29	35
20	12	16	18	24	26	32

ɪфгфʏф 3

21-30. Для проверки эффективности новой технологии отобраны две группы рабочих численностью n_1 и n_2 человек. В первой группе, где применялась новая технология, выборочная средняя выработки составила $\bar{x}$ изделий, во второй - $\bar{y}$ изделий. Установлено, что дисперсии выработки в группах равны соответственно σ_x^2 и σ_y^2.

Требуется на уровне значимости α=0,05 выяснить влияние новой технологии на среднюю производительность.

⁻ ɩθнθцʃ	n_1	n_2	$\bar{x}$	$\bar{y}$	σ_x^2	σ_y^2
21	50	70	80	75	100	64
22	50	60	85	80	81	64
23	60	80	80	70	64	100
24	70	90	90	80	100	81
25	60	70	75	60	100	64
26	50	80	95	75	81	64
27	40	50	90	80	64	100
28	70	80	80	70	81	100
29	80	60	70	90	100	64
30	50	80	60	80	100	81

ɪфгфʏф 4

31-40. Для проверки влияния технологии на качество однотипной продукции проведена выборочная проверка процента брака за пять месяцев на трех производственных участках. Результаты проверки представлены в таблице (матрице наблюдений).

Методы дисперсионного анализа при уровне значимости α=0,05 проверить нулевую гипотезу о существенном влиянии технологии на качество продукции.

31.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	3	1	2
2	5	4	4
3	4	5	3
4	3	2	10
5	2	5	3

32.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	2	2	3
2	1	4	2
3	3	1	2
4	2	2	3
5	4	1	3

33.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	3	1	1
2	2	4	1
3	1	3	2
4	2	1	1
5	3	2	1

34.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	4	2	5
2	1	3	4
3	3	2	2
4	1	1	3
5	4	3	1

35.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	5	1	3
2	2	1	1
3	3	2	4
4	1	3	5
5	4	2	1

36.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	4	3	1
2	3	2	2
3	5	3	2
4	2	1	3
5	1	1	4

37.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	4	5	2
2	1	1	3
3	2	4	4
4	1	3	5
5	4	2	1

38.

ղ ъѕфjъѫ ɖʃђʃf ʳ ls0ѽɖf^{w}	ʊ ѫъѕѳѽɖf ᵂw0$ lѕъѕъѫ0		
	F_1	F_2	F_3
1	3	5	3
2	1	4	2
3	2	3	5
4	4	1	2
5	1	1	3

39.

40.

¼ tsdzjtc qhjf r ls0dcqfw	υtctsədcqf ww0£lststc0		
	F_1	F_2	F_3
1	4	1	2
2	2	2	5
3	4	3	1
4	2	4	3
5	3	1	2

¼ tsdzjtc qhjf r ls0dcqfw	υtctsədcqf ww0£lststc0		
	F_1	F_2	F_3
1	5	2	1
2	4	3	3
3	1	2	1
4	2	3	5
5	1	1	3

¼фrфyф 5

41-50. Выборочная зависимость между величиной основных производственных фондов X и суточной выработкой продукции Y по данным пяти независимых наблюдений представлена в таблице.

Требуется составить выборочное уравнение линейной парной регрессии Y на X, вычислить коэффициент корреляции r между X и Y , на уровне значимости α =0,05 проверить значимость коэффициента корреляции и уравнения регрессии.

¯ l0h0ucf	i	1	2	3	4	5
41	x_i	1,20	1,50	2,50	3,00	4,50
	y_i	1,35	1,40	1,50	1,65	1,70
42	x_i	1,10	1,40	1,90	2,20	3,00
	y_i	1,30	1,45	1,60	1,65	1,80
43	x_i	1,25	1,30	1,40	1,55	1,60
	y_i	1,40	1,55	1,60	1,70	1,75
44	x_i	1,20	1,60	2,30	2,80	3,50
	y_i	1,40	1,45	1,55	1,70	1,75
45	x_i	1,35	1,40	1,50	1,55	1,70
	y_i	2,10	2,30	2,80	3,40	3,60
46	x_i	1,10	1,30	1,80	2,20	2,50
	y_i	3,00	3,15	3,55	4,10	4,20
47	x_i	2,20	2,40	2,90	3,20	3,50
	y_i	3,10	3,40	3,90	4,20	4,80
48	x_i	3,10	3,50	4,10	4,30	4,80
	y_i	2,70	3,10	3,70	4,10	4,90
49	x_i	2,90	3,10	3,40	4,00	4,30
	y_i	1,70	2,20	2,90	3,10	3,40
50	x_i	3,20	3,50	4,20	4,60	5,30
	y_i	2,40	2,45	3,10	3,20	3,50

¼фrфyф 6

51-60. Имеются данные (условные) о сменной добыче угля Y (т) и уровне механизации работ X (%), характеризующие процесс добычи угля в семи шахтах.

Установлено, что между переменными X и Y существует степенная зависимость: $\hat{y}=в_0 \cdot x^{в_1}$. Требуется найти параметры этой зависимости.

¯ ıθнθцф	*i*	1	2	3	4	5	6	7
51	x_i	3,2	3,4	4,1	4,5	4,9	5,2	5,8
	y_i	8,5	8,8	10,2	12,5	13,4	15,2	16,8
52	x_i	3,1	3,4	3,9	4,2	4,7	5,3	5,5
	y_i	8,1	8,3	8,8	9,4	9,9	10,3	10,8
53	x_i	3,1	3,5	3,8	4,3	4,9	5,1	5,3
	y_i	7,9	8,1	8,6	9,1	9,3	9,8	5,1
54	x_i	2,9	3,2	3,4	3,9	4,4	5,3	5,8
	y_i	3,1	3,4	4,2	4,5	4,9	5,1	5,6
55	x_i	3,3	3,5	3,9	4,1	4,3	4,9	5,1
	y_i	3,2	3,6	3,8	4,3	4,7	5,1	5,4
56	x_i	3,2	3,5	3,9	4,2	4,8	5,3	5,5
	y_i	8,7	10,1	11,9	12,5	12,9	13,5	14,1
57	x_i	3,1	3,4	3,8	4,1	4,5	5,1	5,4
	y_i	8,9	9,8	10,3	10,7	11,2	11,9	12,3
58	x_i	3,2	3,3	4,0	4,2	4,5	4,6	4,9
	y_i	9,1	9,4	9,9	10,5	10,7	11,2	11,9
59	x_i	2,9	3,1	3,7	4,1	4,3	4,7	4,9
	y_i	8,9	9,3	9,5	10,1	10,7	11,1	11,8
60	x_i	2,8	3,2	3,5	3,9	4,4	4,9	5,3
	y_i	9,2	9,3	9,7	10,2	10,9	11,2	11,9

ıфгфʏф 7

61-70. В таблице приведены данные, отражающие спрос на некоторый товар за семилетний период (усл. ед.). Найти уравнение тренда для временного ряда, полагая тренд линейным.

¢ʦsн / ¯ ıθнθцф	1	2	3	4	5	6	7
61	59	72	80	91	98	110	118
62	62	66	75	83	91	97	104
63	49	53	61	72	78	85	93
64	52	59	63	68	71	79	84
65	38	41	49	54	61	66	71
66	51	58	63	69	77	81	92
67	64	71	78	88	92	97	105
68	43	49	51	59	63	65	71
69	51	58	67	71	75	82	91
70	72	75	84	88	95	99	108