3. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА N 1

Задача С.1

Тема: Равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил.

На горизонтальную балку действуют: сосредоточенная сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q. Определить реакции опор, пренебрегая весом балки и стержня ВС (рис.1, табл.1), для схем 3,7 $P=F$.

Таблица 1

Величина	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, кН	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
M, кНм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q, кН/м	2	4	6	8	10	12	2	4	6	8
a, м	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4
b, м	8	6	4	2	8	6	4	2	8	6
d, м	4	6	8	4	6	8	2	4	6	8
α, град	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30
β, град	60	30	45	60	30	45	60	30	45	60

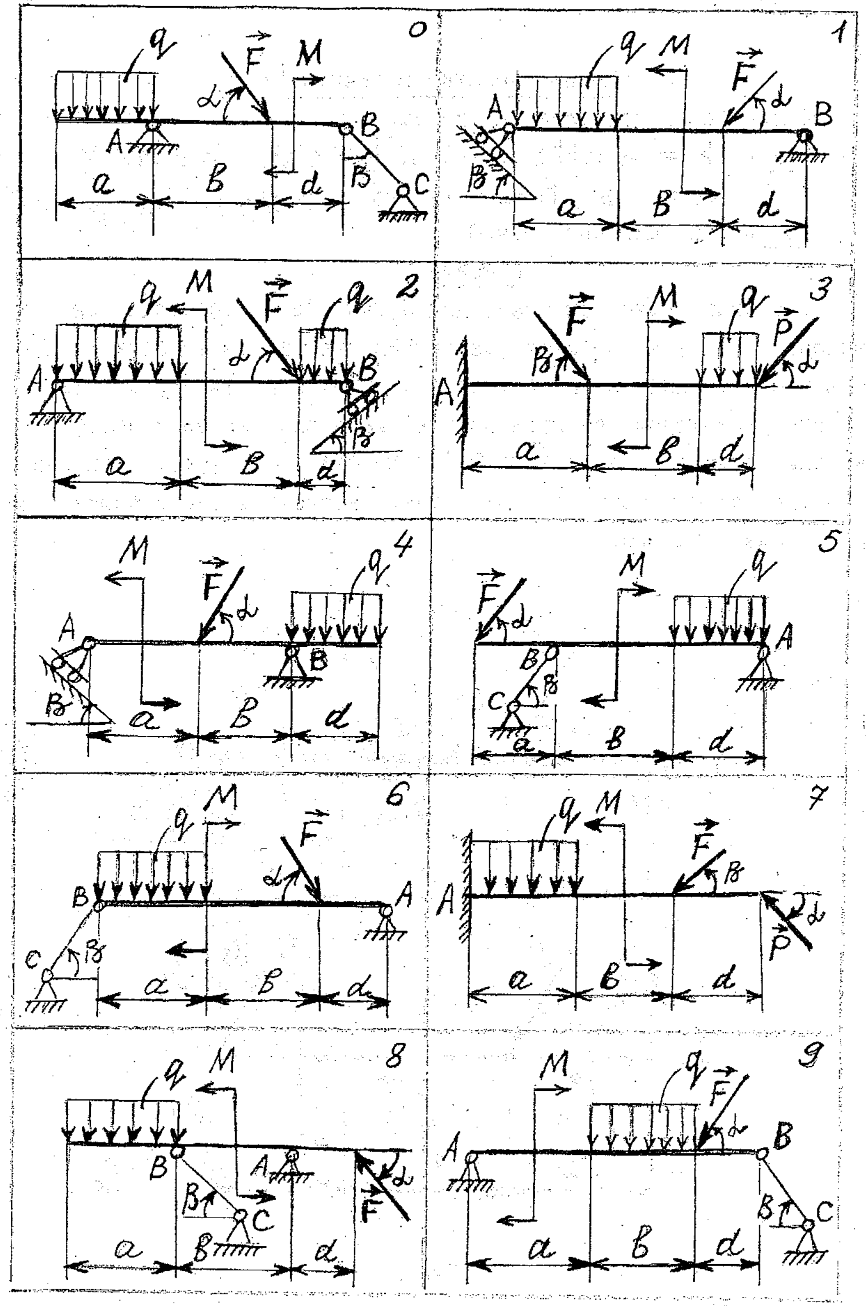

Рис.1

Пример решения задачи С.1

Схема балки показана на рис. 2а.

Дано: $F = 4$ кН; $M = 5$ кН·м; $q = 2$ кН/м;
$a = 2$ м; $b = 3$ м; $d = 2$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$.

Найти: реакции опор А и В.

Решение

Составим расчетную схему для балки АВ. Освободим ее от связей, заменив их действие реакциями связей. Связи балки: неподвижный плоский шарнир А и подвижный плоский шарнир В. Также заменим равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q равнодействующей, равной $Q = q \cdot b = 2 \cdot 3 = 6$ кН, которую приложим в центре тяжести эпюры этой нагрузки. Расчетная схема балки АВ представлена на рис. 2б.

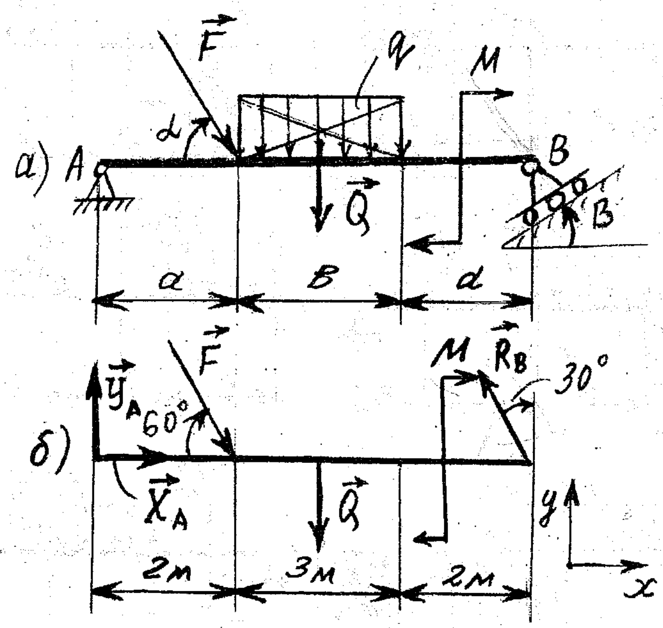

Рис. 2

Балка АВ находится в равновесии под действием произ-

вольной плоской системы сил. В соответствии с этим составим три уравнения равновесия, приняв систему координат xy:

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jx} = 0; \quad X_A + F \cdot \cos 60° - R_B \sin 30° = 0; \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jy} = 0; \quad Y_A - F \cdot \sin 60° - Q + R_B \cdot \cos 30° = 0; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{N} M_{Aj} = 0; \quad -F \cdot 2 \cdot \sin 60° - Q \cdot 3{,}5 - M + R_B \cdot 7 \cdot \sin 60° = 0. \quad (3)$$

Из (3)
$$R_B = \frac{F \cdot 2 \cdot \sin 60° + Q \cdot 3{,}5 + M}{7 \cdot \sin 60°} = \frac{4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \cdot 3{,}5 + 5}{7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 5{,}4 \text{ кН}.$$

Из (1)
$$X_A = -F \cdot \cos 60° + R_B \cdot \sin 30° = -4 \cdot 0{,}5 + 5{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}7 \text{ кН}.$$

Из (2)
$$Y_A = F \cdot \sin 60° + Q - R_B \cdot \cos 30° = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 - 5{,}4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4{,}8 \text{ кН}.$$

Для проверки полученных значений опорных реакций составим дополнительное уравнение равновесия:

$$\sum_{j=1}^{N} M_{Bj} = 0; \quad -Y_A \cdot 7 + F \cdot 5 \cdot \sin 60° + Q \cdot 3{,}5 - M = 0;$$

$$-4{,}8 \cdot 7 + 4{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \cdot 3{,}5 - 5 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Значит, реакции найдены верно.

Ответ: $X_A = 0{,}7$ кН; $Y_A = 4{,}8$ кН; $R_B = 5{,}4$ кН.

Задача С.2

Тема: Равновесие составной конструкции под действием произвольной плоской системы сил. На составную конструкцию (система двух тел) действуют: сосредоточенная сила F, пара сил с моментом M и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q. Определить реакции опор и давления в промежуточном шарнире С. (рис.3, табл.2).

Таблица 2

Величина	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, кН	4	6	8	5	7	9	10	12	3	14
M, кН·м	3	5	3	9	8	5	3	4	7	9
q, кН/м	2	2	3	3	4	6	3	5	2	4
a, м	2	4	3	3	4	2	1	2	3	2
b, м	3	3	4	2	2	4	5	3	5	6
d, м	4	2	2	4	3	3	2	6	2	3
α, град	30	45	60	30	120	150	45	60	150	120

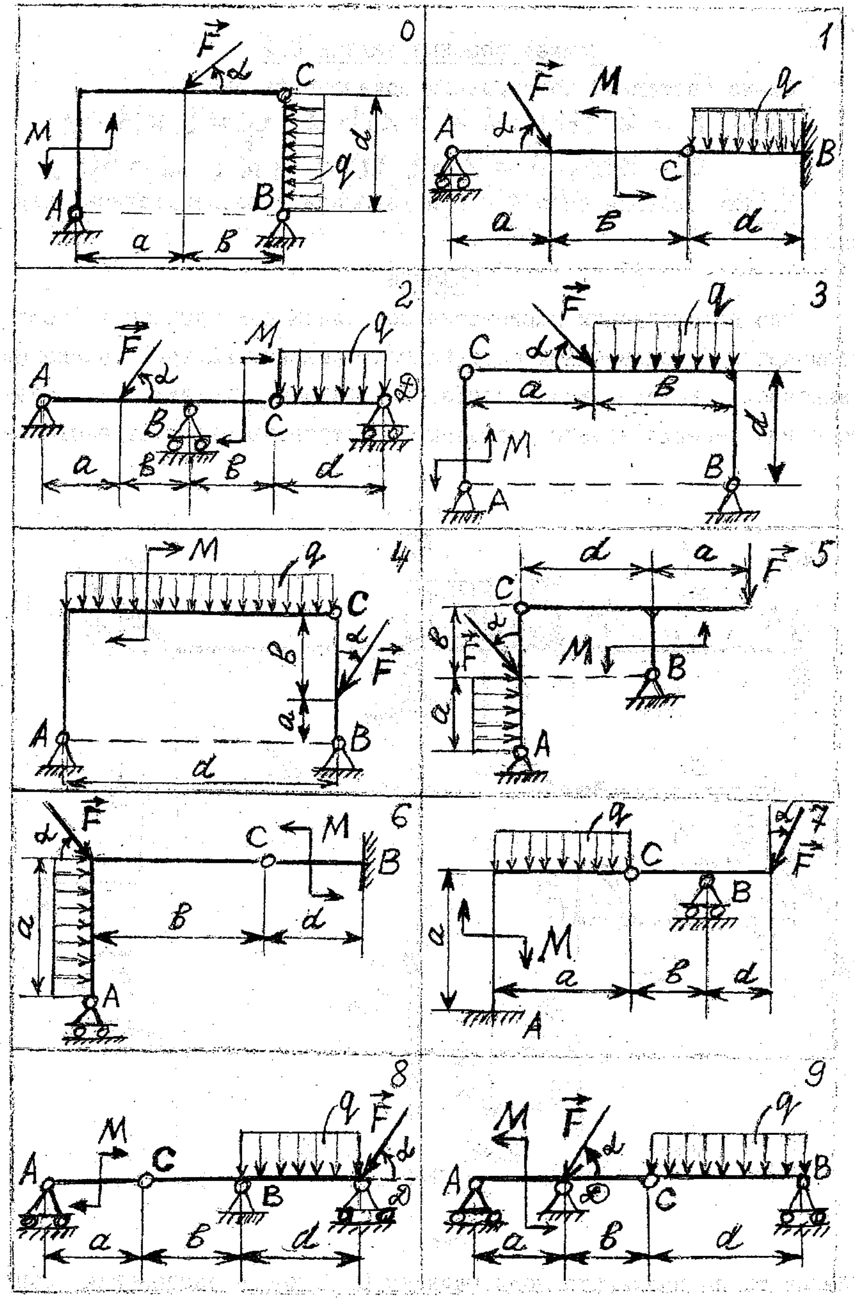

Рис. 3

Пример решения задачи С.2

Схема составной конструкции показана на рис. 4а.

Дано: $F = 2$ кН; $M = 7$ кН·м; $q = 5$ кН/м; $a = 3$ м; $b = 2$ м; $d = 4$ м; $\alpha = 30°$.

Найти: реакции опор А и В и давление в промежуточном шарнире С.

Решение

При рассмотрении равновесия составной конструкции в целом получается 4 неизвестных составляющих реакций на три уравнения равновесия, которые можно составить для этой системы сил. Поэтому для решения задачи составную конструкцию надо разделить на

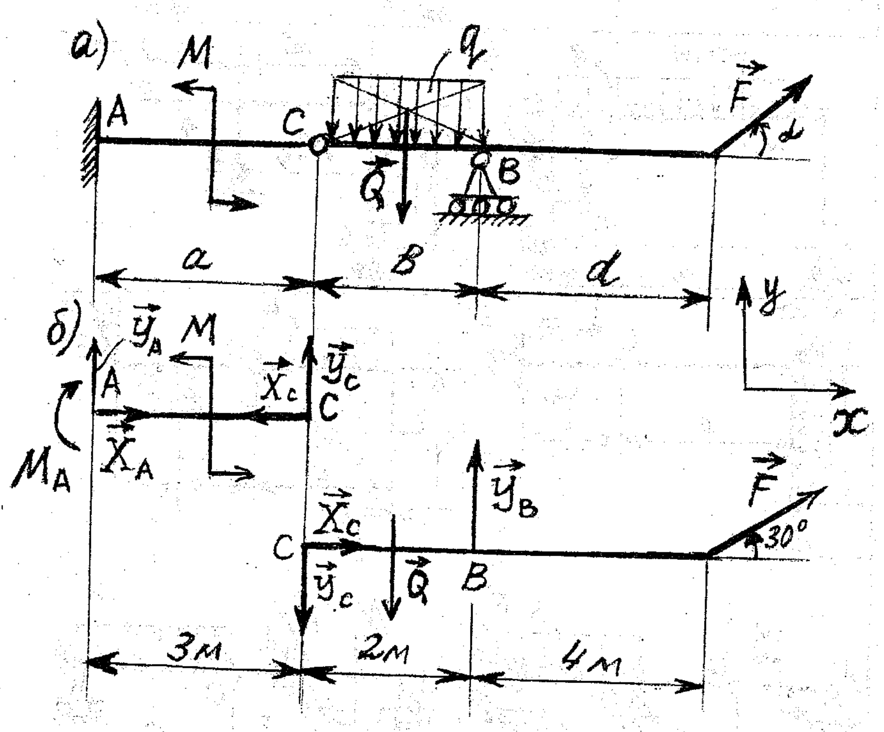

Рис. 4

две части по промежуточному шарниру С. В месте разделения конструкции необходимо показать соответствующие реакции по взаимно противоположным направлениям для каждой из частей. Причем, соответсвующие составляющие равны по величине.

Расчетная схема из двух составных частей показана на рис. 4б. Каждая из частей находится в равновесии под действием произвольной плоской системы сил. Для каждой части конструкции составим по три уравнения равновесия, приняв систему координат XY.

Рассмотрим равновесие правой части:

$$Q = q \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН};$$

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jx} = 0;\ X_C + F \cdot \cos 30° = 0; \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jy} = 0;\ -Y_C - Q + Y_B + F \cdot \sin 30° = 0; \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{N} M_{Cj} = 0;\ -Q \cdot 1 + Y_B \cdot 2 + F \cdot 6 \cdot \sin 30° = 0. \qquad (3)$$

Рассмотрим равновесие левой части:

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jx} = 0;\ X_A - X_C = 0; \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N} F_{jy} = 0;\ Y_A + Y_C = 0; \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{N} M_{Aj} = 0;\ -M_A + M + Y_C \cdot 3 = 0. \qquad (6)$$

Из (1)

$$X_C = -F \cdot \cos 30° = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1{,}7 \text{ кН}.$$

Из (3) $$Y_B = \frac{Q\cdot 1 - F\cdot 6\cdot \sin 30^\circ}{2} =$$

$$= \frac{10\cdot 1 - 2\cdot 6\cdot 0,5}{2} = 2\ кН.$$

Из (2) $$Y_C = -Q + Y_B + F\cdot \sin 30^\circ =$$

$$= -10 + 2 + 2\cdot 0,5 = -7\ кН.$$

Из (4) $$X_A = X_C = -1,7\ кН.$$

Из (5) $$Y_A = -Y_C = 7\ кН.$$

Из (6) $$M_A = M + Y_C\cdot 3 = 7 + (-7)\cdot 3 = -14\ кН\cdot м.$$

Для проверки полученных результатов можно составить уравнение моментов относительно какой-либо точки или уравнение проекций на какую-нибудь ось как для всей конструкции, так и для отдельных частей. В любом из этих уравнений при равновесии и подстановке полученных значений реакций должно получиться равенство нулю.

Составим уравнение моментов для всей конструкции относительно точки В:

$$\sum_{j=1}^{N} M_{Bj} = 0;$$

$$F\cdot 4\cdot \sin 30^\circ + Q\cdot 1 + M - Y_A\cdot 5 - M_A = 0;$$

$$2\cdot 4\cdot 0,5 + 10\cdot 1 + 7 - 7\cdot 5 + 14 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Ответ: $X_A = -1,7\ кН;\ Y_A = 7\ кН;\ X_C = -1,7\ кН;$

$Y_C = -7\ кН;\ Y_B = 2\ кН;\ M_A = -14\ кН\cdot м.$

Задача К.1

Тема: Кинематика точки.

По заданным уравнениям движения точки M найти уравнение траектории этой точки и для момента времени t_1 вычислить скорость, полное, нормальное, касательное ускорения точки и радиус кривизны траектории.

По полученным данным построить в масштабе траекторию точки, для заданного момента t_1 найти положение точки на траектории и построить в соответствующих масштабах векторы скорости и ускорения точки.

Для выполнения задачи К.1 необходимо принять по предпоследней цифре шифра в таблице 3 уравнения движения точки M, а в таблице 4 по последней цифре шифра принять значение времени t_1.

Пример решения задачи К.1

Дано: $x = 2t;\ y = t^2 + 1;$ (t в с; x, y в см) $t_1 = 1$ с.

Найти: уравнение траектории точки, скорость и ускорение точки для $t = t_1$, радиус кривизны траектории при $t = t_1$, а также построить траекторию точки, векторы скорости и ускорения.

Решение

Для определения уравнения траектории точки из уравнений движения исключим время t:

$$t = \frac{x}{2};\quad y = \frac{x^2}{4} + 1.$$

Уравнение траектории:

$$y = \frac{x^2}{4} + 1$$ – парабола (при $x > 0$, $y > 0$).

Найдем скорость точки:

Таблица 3

Предпоследняя цифра шифра	Уравнения движения	
	$x = f_1(t)$, см	$y = f_2(t)$, см
0	$x = 4\cdot\cos(\pi/3)t - 1$	$y = 4\sin(\pi/3)t$
1	$x = 2\sin^2(\pi/6)t - 3$	$y = -2\cos^2(\pi/6)t$
2	$x = 5t^2 + 4$	$y = 3t$
3	$x = 1 + 2\cos(\pi/4)t$	$y = 3\sin(\pi/4)t$
4	$x = 6t$	$y = 2t^2 - 4$
5	$x = 5\cos(\pi/6)t$	$y = 3\sin(\pi/6)t$
6	$x = 3\cos^2(\pi/4)t$	$y = 3\sin^2(\pi/4)t$
7	$x = 3t^2 - 1$	$y = 6t$
8	$x = 4\cos(\pi/3)t + 2$	$y = 4\sin(\pi/3)t - 2$
9	$x = 3t$	$y = 9t^2 + 1$

Таблица 4

Величина	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_1, с	1	2	3	4	2	3	1	4	3	2

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}\,; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}\,;$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\,; \; \dot{x} = 2\,; \; \dot{y} = 2t\,;$$

$$v = \sqrt{2^2 + (2t)^2} = 2\sqrt{1+t^2} \quad \text{см/с}.$$

При $t = t_1 = 1$ с

$$\dot{x} = 2 \text{ см/с}\,; \; \dot{y} = 2 \text{ см/с}\,; \; v = 2\sqrt{2} \simeq 2{,}8 \text{ см/с}.$$

Найдем ускорение точки:

$$a_x = \ddot{x}, \quad a_y = \ddot{y}\,;$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}\,; \; \ddot{x} = 0; \; \ddot{y} = 2 \text{ см/с}^2.$$

$$a = \sqrt{2^2} = 2 \text{ см/с}^2.$$

Найдем касательное и нормальное ускорения точки:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(2\sqrt{1+t^2})}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}.$$

Для $t = t_1$

$$a_\tau = \sqrt{2} = 1{,}4 \text{ см/с}^2.$$

Полное ускорение точки

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Из этой формулы получим выражение для нормального ускорения:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} = 1{,}4 \text{ см/с}^2.$$

Можно для вычислений касательного и нормального ускорений также использовать формулы

$$a_\tau = \frac{\dot{x} \cdot \ddot{x} + \dot{y} \cdot \ddot{y}}{v};$$

$$a_n = \frac{\dot{x} \cdot \ddot{y} - \dot{y} \cdot \ddot{x}}{v}.$$

Определим радиус кривизны траектории

$$a_n = \frac{v^2}{\rho};\ \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5{,}6 \text{ см}.$$

Построение траектории точки, а также векторов скорости и ускорения точки показано на рис. 5. При этом при построении вектора скорости он должен быть направлен по касательной к траектории, а вектор ускорения необходимо построить двумя способами: по составляющим $a_x = \dot{x}$ и $a_y = \dot{y}$ и по составляющим a_τ и a_n. При этом векторы ускорения, построенные двумя способами, должны получиться одинаковыми. Векторы скорости и ускорения точки приложены в точке с координатами:

$$x = 2t = 2 \cdot 1 = 2 \text{ см};$$

$$y = t^2 + 1 = 1^2 + 1 = 2 \text{ см}.$$

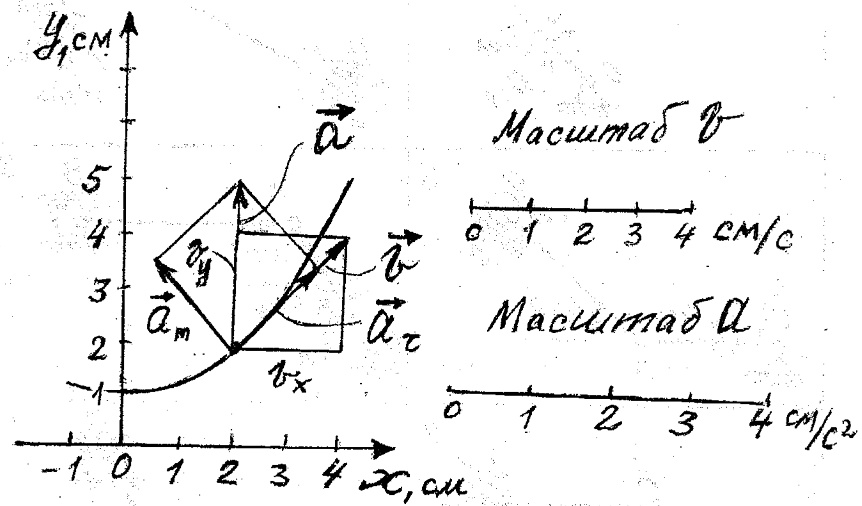

Рис. 5

Ответ: траектория-парабола $y = \frac{x^2}{4} + 1$ $(x > 0,\ y > 0)$; $\rho = 5{,}6$ см; $v = 2{,}8$ см/с; $a = 2$ см/с²; $a_n = 1{,}4$ см/с², $a_\tau = 1{,}4$ см/с².

Задача К.2

Тема: Определение скорости и ускорения точки тела при плоскопараллельном движении.

Для заданных положений кривошипно-ползунного механизма (схемы 0–5, рис. 6), колеса (схемы 6–7, рис. 6), механизма из стержня и связанных с ним ползунов (схемы 8–9, рис. 6) определить скорость и ускорение точки B (схемы 6–7), а для схем 0–5 и 8–9 также найти угловое ускорение звена AB (рис. 6, табл. 5).

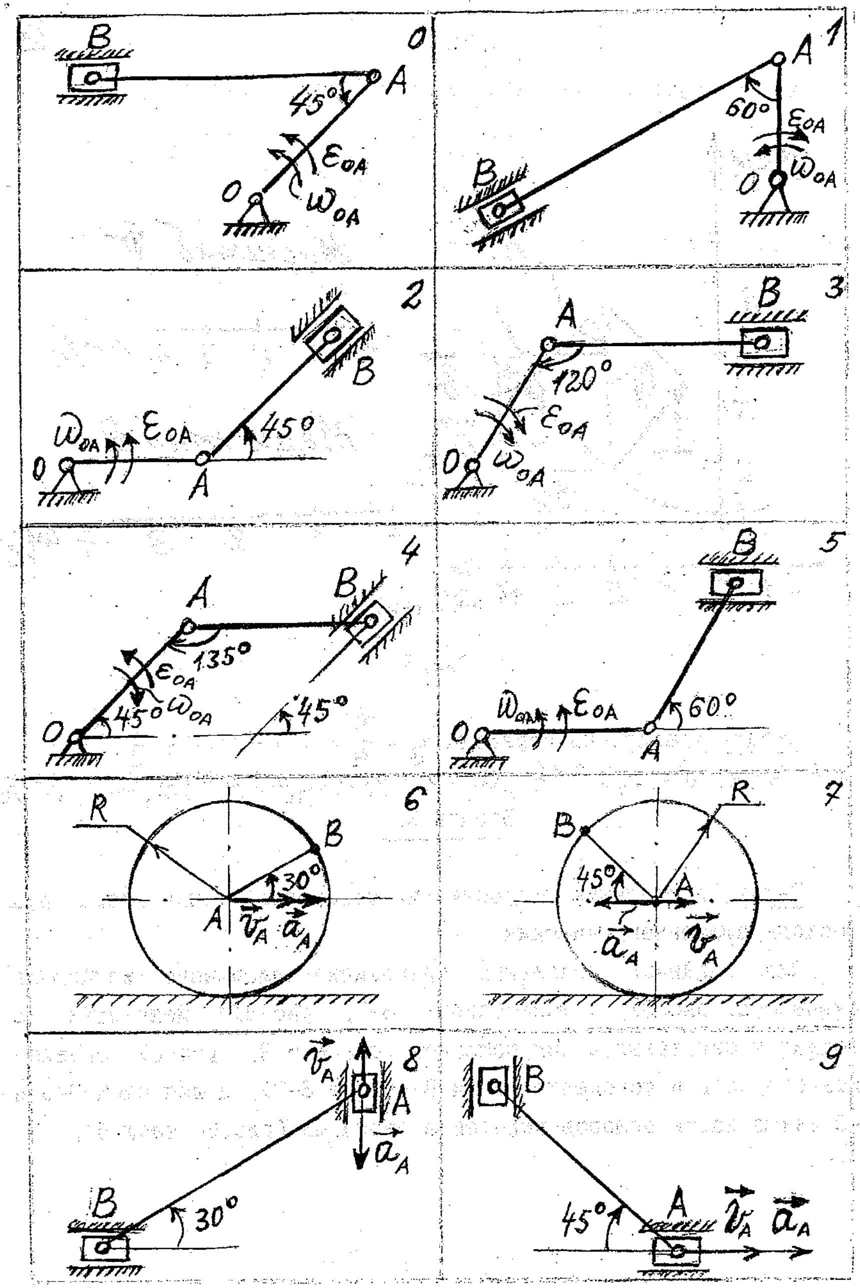

Рис. 6

Таблица 5

Номера схем	Величина	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-5	OA, см	30	20	40	25	30	20	40	15	25	40
	AB см	75	55	70	35	45	50	60	40	30	55
	ω_{OA}, рад/с	1	2	0,5	4	1	3	8	5	2	3
	ε_{OA}, рад/с^2	2	0,5	1	2	0,5	5	3	2	1	2
6-7	R, см	20	15	25	10	30	40	55	50	35	55
	v_A, см/с	10	15	20	40	30	35	5	25	30	40
	a_A, см/с^2	20	5	10	25	45	10	20	10	20	15
8-9	AB, см	25	20	30	45	10	40	50	45	55	3
	v_A, см/с	40	15	5	20	35	40	10	30	35	45
	a_A, см/с^2	20	10	2	30	50	15	25	20	25	20

Пример решения задачи К.2

Схема кривошипно-ползунного механизма показана на рис. 7.

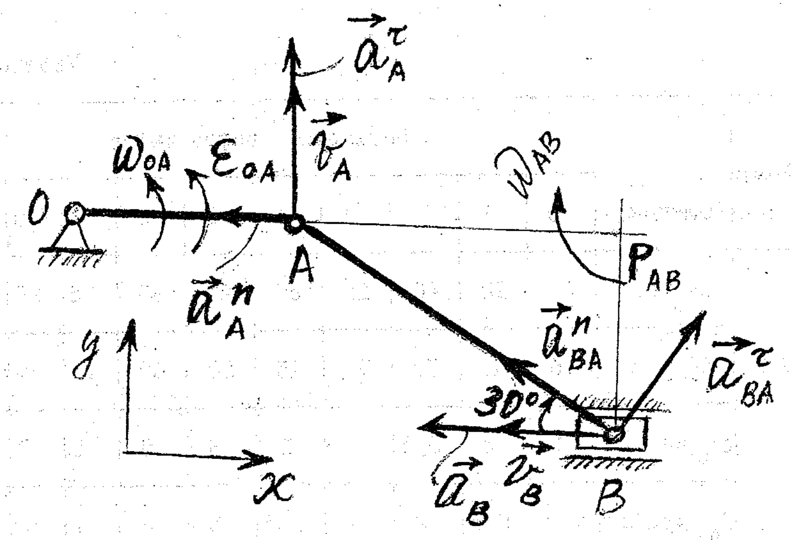

Рис. 7

Дано: $OA = 30$ см; $AB = 50$ см; $\omega_{OA} = 1$ рад/с; $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2.

Найти: скорость, ускорение ползуна B и угловое ускорение звена AB.

Решение. В кривошипно-ползунном механизме шатун AB совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки B будем определять, используя понятие мгновенного центра скоростей (точка P_{AB}). Скорость точки A

$$v_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1 \cdot 30 = 30 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости точки A направлен перпендикулярно OA в

сторону угловой скорости ω_{OA}. Для определения положения мгновенного центра скоростей шатуна AB восстановим перпендикуляры к скоростям точек A и B шатуна AB. Точка их пересечения – мгновенный центр скоростей P_{AB} звена AB (рис. 7).

$$v_A = \omega_{AB} \cdot AP_{AB}; \quad v_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB},$$

где ω_{AB} – угловая скорость звена AB.

$$AP_{AB} = AB \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 86{,}5 \text{ см};$$

$$BP_{AB} = AB \cdot \sin 30^\circ = 50 \cdot 0{,}5 = 25 \text{ см};$$

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_{AB}} = \frac{30}{86{,}5} = 0{,}35 \text{ рад/с};$$

$$v_B = 0{,}35 \cdot 25 = 8{,}75 \text{ см/с}.$$

Для определения ускорения точки B составим векторную формулу для этого ускорения по теореме об ускорениях точек плоской фигуры, приняв точку A за полюс:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \qquad (1)$$

Вычислим ускорения:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 1^2 \cdot 30 = 30 \text{ см/с}^2;$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 30 = 60 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 0{,}35^2 \cdot 50 = 6{,}12 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB.$$

В последней формуле неизвестно угловое ускорение ε_{AB} звена AB.

Все векторы, входящие в формулу (1), можно показать на схеме (рис. 7). Выберем систему координат xy, совместив ось x с неизвестным ускорением $\vec{a}_B$. Проектируя уравнение (1) на оси x, y, получим

$$\text{пр. } X;\ -a_B = -a_A^n - a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^\tau \cdot \cos 60^\circ; \qquad (2)$$

$$\text{пр. } Y;\ 0 = a_A^\tau + a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ + a_{BA}^\tau \cdot \sin 60^\circ. \qquad (3)$$

Из уравнения (3):

$$a_{BA}^\tau = \frac{-a_A^\tau - a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} =$$

$$= \frac{-60 - 6{,}12 \cdot 0{,}5}{0{,}87} = -72{,}5 \text{ см/с}^2.$$

Знак минус обозначает, что вектор a_{BA}^τ направлен в противоположную сторону.

Из уравнения (2):

$$a_B = a_A^n + a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ - a_{BA}^\tau \cdot \cos 60^\circ =$$

$$= 30 + 6{,}12 \cdot 0{,}87 + 72{,}5 \cdot 0{,}5 = 71{,}6 \text{ см/с}^2;$$

$$\varepsilon_{AB} = \frac{|a_{BA}^\tau|}{AB} = \frac{72{,}5}{50} = 1{,}45 \text{ рад/с}^2.$$

Ответ: $v_B = 8{,}75$ см/с; $a_B = 71{,}6$ см/с^2; $\varepsilon_{AB} = 1{,}45$ рад/с^2.

Задача К.3

Тема: Определение абсолютных скорости и ускорения точки при сложном движении.

При заданном законе переносного вращательного движения $\varphi = f_1(t)$ и законе относительного прямолинейного движения точки $S = f_2(t)$ при $t = 1$ с определить абсолютные скорость и ускорение точки при сложном движении (рис. 8, табл. 6).

Таблица 6

Последняя цифра шифра	Величина	
	φ, рад	S, м
0	$3t + t^2$	$0{,}4t^2$
1	$3t^2$	$0{,}2t^3$
2	$6 + 2t^2$	$0{,}3t^2$
3	$4t^2$	$0{,}1t^2$
4	$8 + t^3$	$0{,}2 + 0{,}1t^2$
5	$4 + t^2$	$0{,}6t^2$
6	$t - t^2$	$0{,}5t^2$
7	$7t^2$	$0{,}4t + 0{,}2t^2$
8	$2t^2$	$0{,}6t + 0{,}15t^2$
9	$5t^2$	$0{,}1t + 0{,}6t^2$

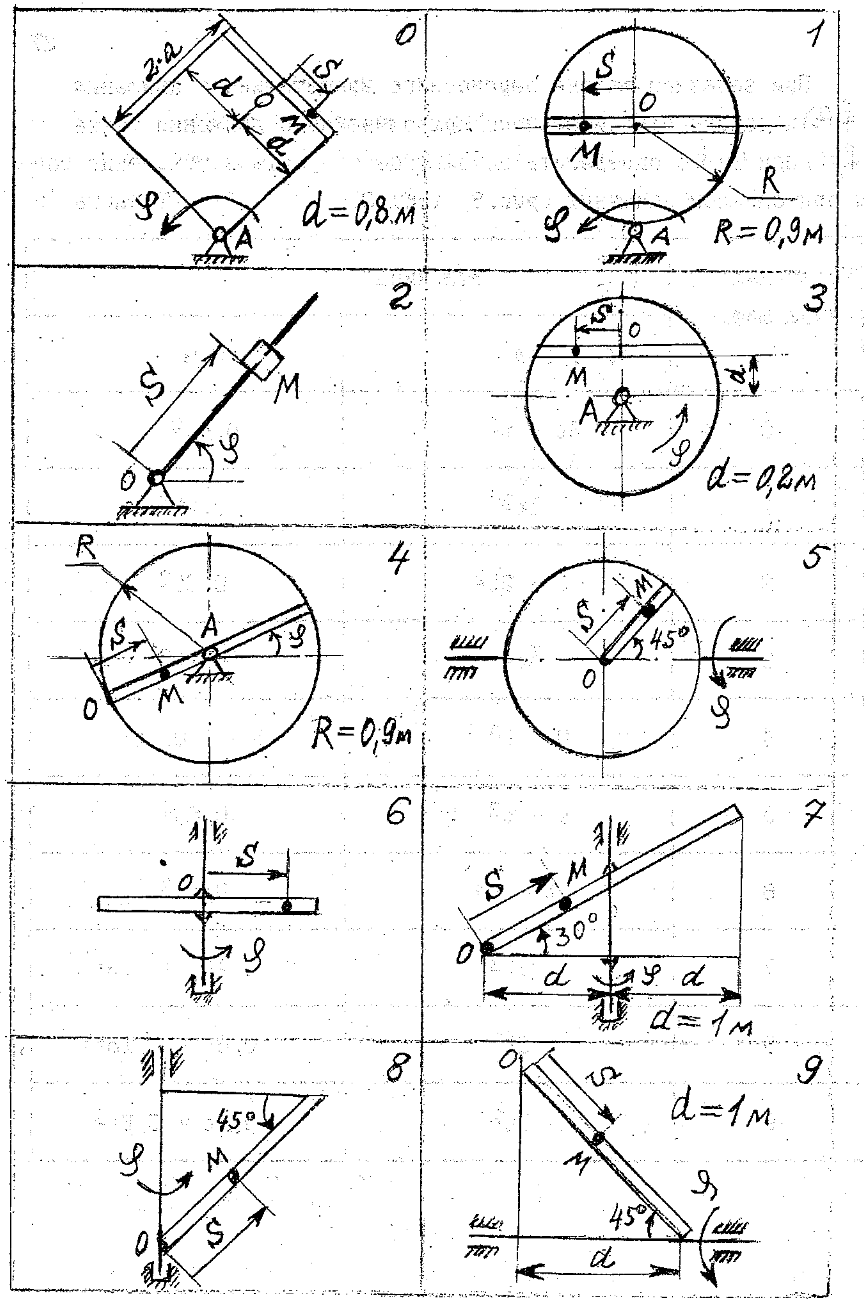

Рис. 8

Пример решения задачи К.3

Пластина с трубкой (рис. 9) совершает переносное вращательное движение

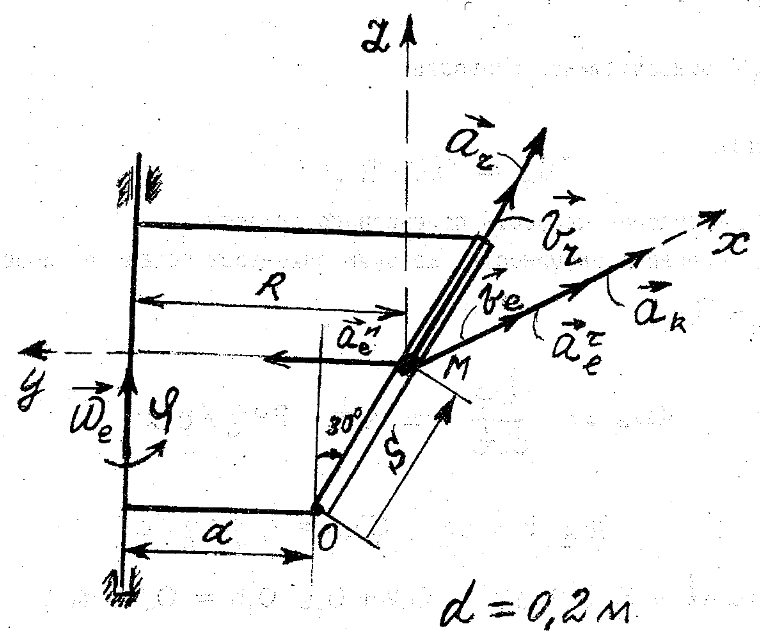

Рис. 9

вокруг вертикальной оси по закону $\varphi = 2t^2$, рад, а по трубке точка совершает относительное прямолинейное движение по закону $S = 0{,}1 \cdot t^3$, м (t в с). Для момента времени $t = 1$ с определить абсолютные скорость и ускорение точки M.

Решение

Определим положение точки M в момент $t = 1$ с.

$$S = 0{,}1 \text{ м}.$$

По теореме сложения скоростей абсолютная скорость $\vec{v}_a$ определяется по формуле

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r ,$$

где $\vec{v}_e$ - переносная скорость;

$\vec{v}_r$ - относительная скорость.

Тогда

$$v_e = \omega_e \cdot R ,$$

где ω_e - угловая скорость переносного движения;

R - радиус окружности, которую описывает точка в момент $t = 1\,с$.

$$\omega_e = \frac{d\varphi}{dt} = 4t \text{ рад/с}.$$

При $t = 1\,с$ $\omega_e = 4$ рад/с.

$$R = d + S \cdot \sin 30° = 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 0{,}25 \text{ м};$$

$$v_e = 4 \cdot 0{,}25 = 1{,}0 \text{ м/с}.$$

Вектор $\vec{v}_e$ направлен перпендикулярно плоскости пластины в сторону вращения (рис. 9).

$$v_r = \frac{ds}{dt} = 0{,}3t^2 \text{ м/с}.$$

При $t = 1\,с$ $v_r = 0{,}3$ м/с.

Направлен вектор $\vec{v}_r$ по направлению трубки от точки O.

Так как $\vec{v}_e \perp \vec{v}_r$, то абсолютную скорость можно определить, используя теорему Пифагора.

$$v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = \sqrt{1^2 + 0{,}3^2} = 1{,}04 \text{ м/с}.$$

По теореме о сложении ускорений определим абсолютное ускорение

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k ,$$

где $\vec{a}_e$ - переносное ускорение;

$\vec{a}_r$ - относительное ускорение;

$\vec{a}_k$ - кориолисово ускорение.

Так как переносное движение вращательное, то

$$\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} .$$

Следовательно,

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_r + \vec{a}_k . \qquad (*)$$

Определим величины ускорений, входящих в правую часть последней формулы:

$$a_e^n = \omega_e^2 \cdot R = 4^2 \cdot 0{,}25 = 4 \text{ м/с}^2;$$

$$a_e^\tau = \varepsilon_e \cdot R = 4 \cdot 0{,}25 = 1 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_e = \frac{d\omega_e}{dt} = 4 \text{ рад/с}^2;$$

$$a_r = \frac{d^2 s}{dt^2} = 0{,}6 \cdot t \text{ м/с}^2.$$

При $t = 1\,с$ $a_r = 0{,}6$ м/с^2;

$$a_k = 2\cdot\omega_e\cdot v_r\cdot \sin(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{v}_r}).$$

Направление вектора $\vec{\omega}_e$ показано на рис. 9. Тогда $(\widehat{\vec{\omega}_e, \vec{v}_r}) = 30°$;

$$a_k = 2\cdot 4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}5 = 1{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Направления векторов $\vec{a}_e^n$, $\vec{a}_e^\tau$, $\vec{a}_r$, $\vec{a}_k$ покажем ни рис. 9. На этом рисунке показана также система прямоугольных координат $Mxyz$. Уравнение (*) спроектируем на оси x, y, z:

Пр. X; $a_{ax} = a_e^\tau + a_k = 1 + 1{,}2 = 2{,}2$ м/с^2;

Пр. Y; $a_{ay} = a_e^n - a_r \sin 30° = 4 - 0{,}6\cdot 0{,}5 = 3{,}7$ м/с^2;

Пр. Z $a_{az} = a_r\cdot\cos 30° = 0{,}6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}52$ м/с^2.

Тогда

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2} = \sqrt{2{,}2^2 + 3{,}7^2 + 0{,}52^2} = 4{,}3 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_a = 1{,}04$ м/с; $a_a = 4{,}3$ м/с^2.

4. Контрольная работа N2

Задача Д.1

Тема: Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки (вторая задача динамики материальной точки).

Найти: уравнение прямолинейного движения тела M массой m, принимаемого за материальную точку и находящегося под действием переменной силы $\vec{F} = X\vec{i}$, где X - проекция силы на ось X, при заданных начальных условиях: $t = 0$, $x = x_0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$. Тело движется по шерховатой поверхности, коэффициент трения скольжения f, которая наклонена к горизонту под углом α.

Схема показана на рис. 10 и является одинаковой для всех вариантов шифра. По предпоследней цифре шифра из табл. 7 определяется угол α, а из табл. 8 по последней цифре шифра выбираются исходные величины для задачи.

Таблица 7

Величина	Предпоследняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α, град	30	5	20	60	0	35	50	75	25	10

Пример решения задачи Д.1

Схема тела, расположенного на наклонной плоскости, показана на рис. 11.

Дано: $m = 4$ кг; $\vec{F} = 3t^2\cdot\vec{i}$ Н; $f = 0{,}25$; $x_0 = 1$ м; $\dot{x}_0 = 3$ м/с.

Найти: уравнение прямолинейного движения тела в положительном направлении оси x $(\dot{x} > 0)$.

Решение

Кроме силы $\vec{F}$ приложим к телу силу веса $m\vec{g}$, нормальную реакцию $\vec{N}$ и силу трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 11). Составим дифферен-

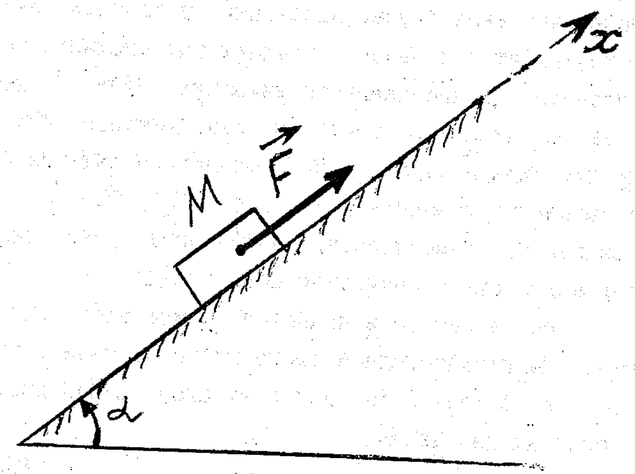

Рис. 10

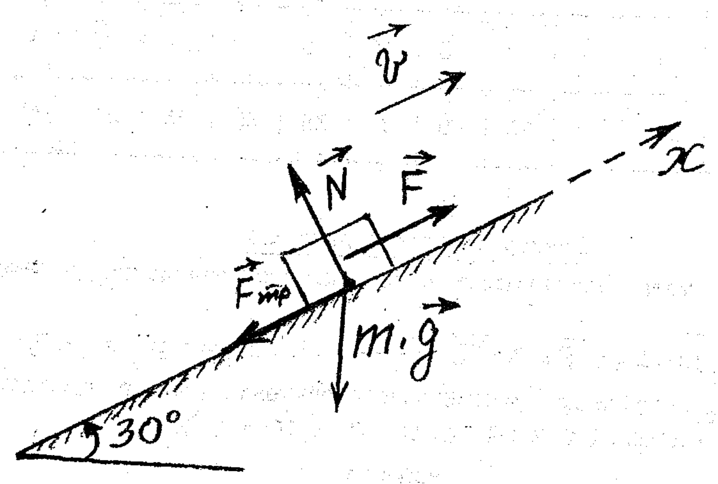

Рис. 11

циальное уравнение движения тела.

$$m\ddot{x} = \sum_{j=1}^{N} F_{jx} \; ;$$

Таблица 8

Последняя цифра шифра	Величина				
	m, кг	$\vec{F}$, Н	f	x_0, м	$\dot{x}_0$, $\frac{м}{с}$
0	2	$(5 \cdot \sin((\pi/3)t))\vec{i}$	0,10	0	1
1	4	$(2 \cdot t^2 + 5)\vec{i}$	0,15	1	2
2	6	$e^{2t} \cdot \vec{i}$	0,20	2	3
3	8	$(4 \cdot \cos((\pi/6)t))\vec{i}$	0,18	3	4
4	10	$(7 \cdot t^2 + 3) \cdot \vec{i}$	0,22	4	1
5	12	$(-3 \cdot \sin((\pi/2)t))\vec{i}$	0,24	5	2
6	14	$-e^{4t} \cdot \vec{i}$	0,26	1	3
7	16	$(1 - e^{-3t}) \cdot \vec{i}$	0,12	2	4
8	18	$(4t+1) \cdot \vec{i}$	0,28	3	1
9	20	$(1-t^2) \cdot \vec{i}$	0,30	4	2

$$m\ddot{x} = F - mg\cdot\sin\alpha - F_{тр}. \qquad (1)$$

Найдем $F_{тр}$:

$$F_{тр.} = f\cdot N = f\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha .$$

Преобразуем (1) к виду

$$m\ddot{x} = 3t^2 - mg\cdot\sin\alpha - fmg\cdot\cos\alpha . \qquad (2)$$

Представим (2) в виде

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{3}{m}\cdot t^2 - g\cdot\sin\alpha - f\cdot g\cdot\cos\alpha .$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$\int d\dot{x} = \frac{3}{m}\int t^2 dt - g\sin\alpha\int dt - fg\cos\alpha\int dt ;$$

$$\dot{x} = \frac{3}{m}\cdot\frac{t^3}{3} - g\cdot\sin\alpha\cdot t - f\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot t + C_1 .$$

Произвольную постоянную интегрирования C_1 определим из начальных условий:

$$C_1 = 3 \text{ м/с}.$$

Тогда $$\dot{x} = \frac{t^3}{m} - g\cdot\sin\alpha\cdot t - f\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot t + 3 . \qquad (3)$$

Представим (3) в виде

$$\frac{dx}{dt} = \frac{t^3}{m} - g\cdot\sin\alpha\cdot t - fg\cdot\cos\alpha\cdot t + 3 .$$

Разделим переменные и проинтегрируем

$$\int dx = \frac{1}{m}\int t^3 dt - g\sin\alpha\int t\cdot dt - fg\cos\alpha\int t\cdot dt + 3\int dt ;$$

$$x = \frac{t^4}{4m} - g\cdot\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2} - fg\cdot\cos\alpha\cdot\frac{t^2}{2} + 3t + C_2 .$$

C_2 определим из начальных условий

$$C_2 = 1 \text{ м}.$$

Тогда

$$x = \frac{t^4}{4m} - g\cdot\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2} - f\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\frac{t^2}{2} + 3\cdot t + 1 . \qquad (4)$$

С учетом исходных данных представим (4) в виде

$$x = \frac{t^4}{16} - 9{,}8\cdot 0{,}5\cdot\frac{t^2}{2} - 0{,}25\cdot 9{,}8\cdot 0{,}87\cdot\frac{t^2}{2} + 3\cdot t + 1 ;$$

$$x(t) = 0{,}06\cdot t^4 - 3{,}51\,t^2 + 3t + 1 , \text{ м}.$$

Ответ: $x(t) = 0{,}06\,t^4 - 3{,}51\,t^2 + 3t + 1$, м.

Задача Д.2

Тема: теорема об изменении кинетической энергии точки и теорема об изменении количества движения точки.

Груз массой m, который можно принять за материальную точку, получив начальную скорость v_A, движется по изогнутой трубе ABC. Труба расположена в вертикальной плоскости и имеет два прямых участка AB и BC. На груз действует кроме силы тяжести постоянная сила $\vec{F}$ (направление ее показано на рис.12), а также сила

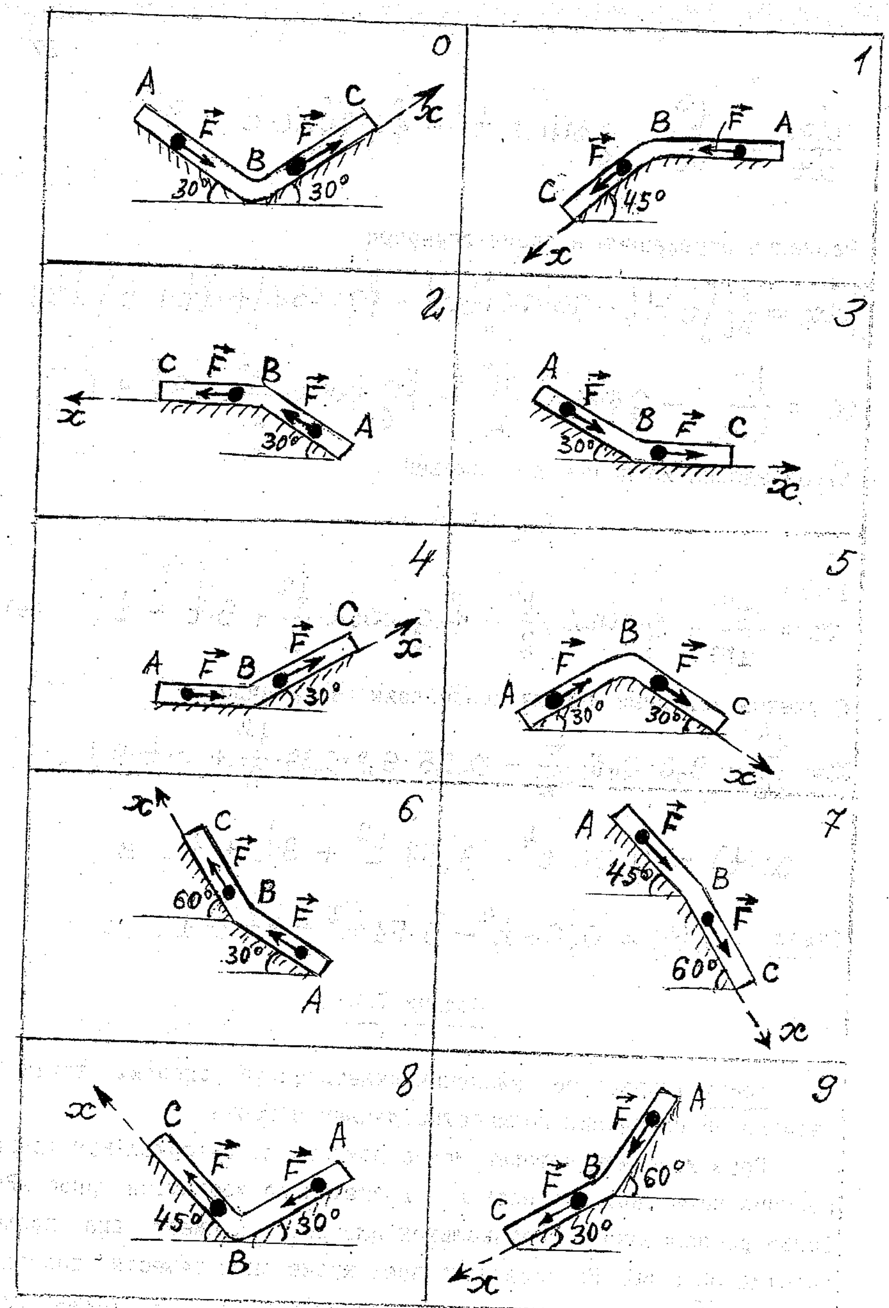

Рис.12

трения скольжения с коэффициентом f. В точке В груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок ВС. Расстояние АВ=ℓ, время движения на участке ВС равно τ. Определить скорости груза в точке В и в точке С (рис.12, табл.9).

Таблица 9

Последняя цифра шифра	Величина					
	m, кг	v_A, м/с	F, Н	АВ=ℓ, м	f	τ, с
0	0,1	0,5	6	0,4	0,2	2
1	0,3	0,6	8	0,2	0,1	3
2	0,4	0,8	9	0,3	0,15	4
3	0,6	0,7	10	0,5	0,2	1
4	0,2	0,5	7	0,4	0,3	2
5	0,4	0,6	8	0,5	0,1	4
6	0,5	0,7	10	0,2	0,15	2
7	0,3	0,5	12	0,4	0,25	5
8	0,5	0,6	9	0,3	0,1	3
9	0,4	0,8	7	0,5	0,3	4

Сумма проекций на ось X импульсов всех сил, приложенных к телу на участке BC, равна:

$$\sum_{j=1}^{N} S_{jx} = \left(-m\cdot g\cdot \sin 45^\circ + F - F_{mp.2}\right)\cdot \tau =$$

$$= \left(-0{,}5\cdot 9{,}8\cdot 0{,}7 + 8 - 0{,}34\right)\cdot 3 = 12{,}69\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

$$v_{cx} = v_c;\quad v_{Bx} = v_B.$$

Из формулы (2) имеем

$$v_c = \frac{\sum_{j=1}^{N} S_{jx}}{m} + v_B = \frac{12{,}69}{0{,}5} + 2{,}12 = 27{,}5\ \text{м/с};$$

Ответ: $v_B = 2{,}12$ м/с; $v_c = 27{,}5$ м/с.

Задача Д.3

Тема: Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.

Однородный каток D массой m_D и радиусом R_D соединен гибкой нерастяжимой нитью с грузом A массой m_A. Нить переброшена через блок B массой m_B (блок B считать однородным круглым диском). К оси катка C (рис.14, схемы 2,6-7,9), или к грузу A (рис.14, схемы 0,3-5,8), или к свободному концу нити (рис.14, схема 1) приложена постоянная сила F. Каток катится без скольжения, коэффициент трения скольжения груза о плоскость f, угол наклона плоскости α. К катку приложен тормозящий момент $m_{торм}$ (рис.14 схемы 0-1 3-5,8) или вращающий момент $m_{вр}$ (рис.14, схемы 2,6-7,9); трением в подшипнике блока B и тре-

нием качения при движении катка D пренебречь. Нить параллельна плоскости. Определить скорость груза A, когда он пройдет путь S, а также ускорение груза A. В начальный момент система находилась в покое (рис.14, табл.10).

Таблица 10

Последняя цифра шифра	Величина							
	m_A, кг	m_B, кг	m_D, кг	F, Н	α, град	f	R_D, м	S, м
0	1	3	4	30	20	0,10	0,3	2
1	2	4	1	40	30	0,12	0,1	3
2	3	5	2	50	40	0,14	0,6	4
3	5	3	1	60	50	0,16	0,4	5
4	2	4	5	70	60	0,18	0,3	6
5	3	5	4	40	20	0,20	0,5	2
6	4	2	3	50	30	0,22	0,7	3
7	5	3	1	60	40	0,24	0,4	4
8	2	4	5	70	50	0,26	0,6	5
9	3	5	2	90	60	0,28	0,25	6

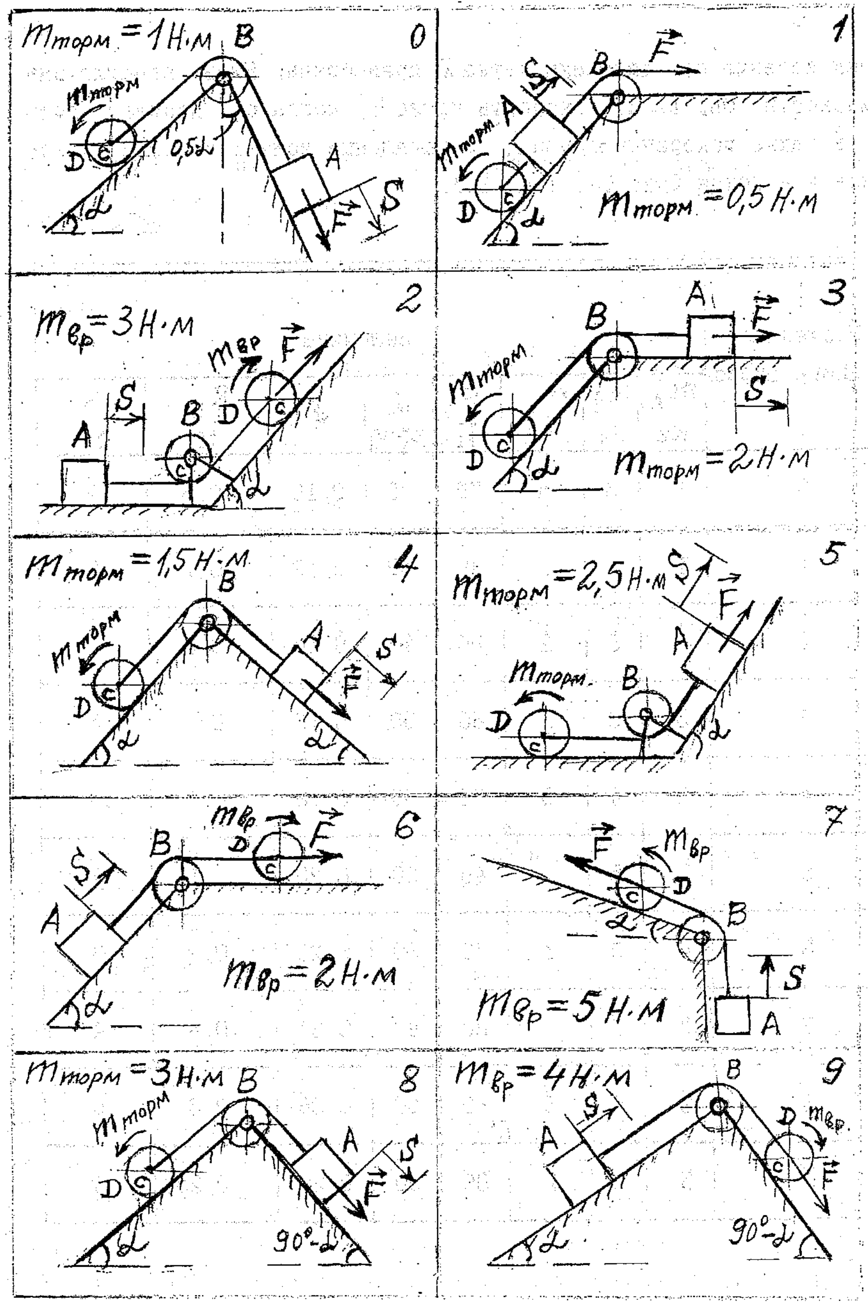

Рис. 14

Пример решения задачи Д.3

Схема механизма показана на рис. 15.

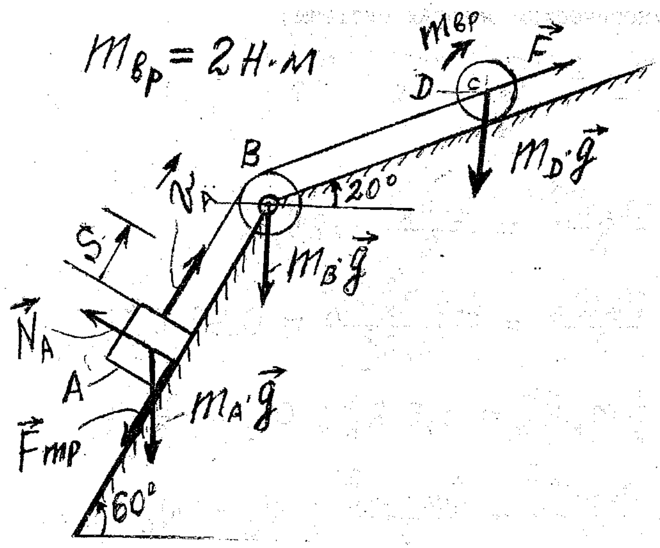

Рис. 15

Дано: $m_A = 4$ кг; $m_B = 3$ кг; $m_D = 5$ кг; $F = 50$ Н;

$f = 0{,}2$; $S = 4$ м; $R_D = 0{,}2$ м; $v_0 = 0$.

Найти: скорость и ускорение тела А, когда оно в составе механизма из положения покоя пройдет путь S.

Решение

По теореме об изменении кинетической энергии механической системы для неизменяемой механической системы имеем

$$T_1 - T_0 = \sum_{i=1}^{n} A_i^E; \quad T_0 = 0;$$
$$T_1 = \sum_{i=1}^{n} A_i^E.$$

Вычислим кинетическую энергию системы:

$$T_1 = T_A + T_B + T_D.$$

Имеем:

$$T_A = \frac{m_A v_A^2}{2} = \frac{4\cdot v_A^2}{2} = 2v_A^2;$$

$$T_B = \frac{J_B \omega_B^2}{2} = \frac{1{,}5\cdot R_B^2\cdot v_A^2}{2R_B^2} = 0{,}75\, v_A^2;$$

$$J_B = \frac{1}{2} m_B R_B^2 = 1{,}5\cdot R_B^2; \quad \omega_B = \frac{v_A}{R_B};$$

$$T_D = \frac{m_D\cdot v_c^2}{2} + \frac{J_D \omega_D^2}{2}; \quad v_c = v_A;$$

$$J_D = \frac{1}{2} m_D R_D^2 = 2{,}5\cdot R_D^2; \quad \omega_D = \frac{v_A}{R_D};$$

$$T_D = \frac{5\cdot v_A^2}{2} + \frac{2{,}5\cdot R_D^2\cdot v_A^2}{2\cdot R_D^2} = 3{,}75\cdot v_A^2;$$

$$T_1 = 2v_A^2 + 0{,}75\cdot v_A^2 + 3{,}75\, v_A^2 = 6{,}5\, v_A^2.$$

Приложим к телам A, B, D внешние силы, действующие на эти тела:

$$m_A\vec{g},\ N_A,\ \vec{F}_{mp.},\ m_B\vec{g},\ m_D\vec{g},\ \vec{F},\ \vec{m}_{вр.}.$$

Вычислим сумму работ внешних сил, приложенных к системе

$$\sum_{i=1}^{n} A_i^E = A(m_A\vec{g}) + A(\vec{F}_{mp.}) + A(\vec{F}) + A(m_D\vec{g}) + A(\vec{m}_{вр.}).$$

Имеем $A(m_A\vec{g}) = m_A\cdot g\cdot \sin 60^\circ\cdot S\cdot \cos 180^\circ =$

$$= -4\cdot 9{,}8\cdot 0{,}87\cdot S = -34{,}1\, S \text{ Н·м};$$

$$F_{mp.} = f\cdot N_A = f\cdot m_A\cdot g\cdot \cos 60^\circ =$$

$$= 0{,}2\cdot 4\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5 = 3{,}9 \text{ Н};$$

$$A(\vec{F}_{mp.}) = F_{mp.}\cdot S\cdot \cos 180^\circ = -3{,}9\cdot S \text{ Н·м};$$

$$A(\vec{F}) = F\cdot S\cdot \cos 0^\circ = 50\cdot S \text{ Н·м};$$

$$A(m_D\vec{g}) = m_D\cdot g\cdot \sin 20^\circ\cdot S\cdot \cos 180^\circ =$$

$$= -5\cdot 9{,}8\cdot 0{,}34\cdot S = -16{,}7\, S \text{ Н·м};$$

$$A(\vec{m}_{вр.}) = m_{вр.}\cdot \varphi_D = m_{вр.}\cdot\frac{S}{R_D} = 2\cdot\frac{S}{0{,}2} = 10\, S \text{ Н·м};$$

$$\sum_{i=1}^{n} A_i^E = -34{,}1S - 3{,}9S + 50S - 16{,}7S + 10S = 5{,}3\, S \text{ Н·м};$$

$$6{,}5\, v_A^2 = 5{,}3\, S; \ (1) \quad v_A = \sqrt{\frac{5{,}3\cdot S}{6{,}5}} = \sqrt{\frac{5{,}3\cdot 4}{6{,}5}} = 1{,}8\,\frac{м}{с}.$$

Продифференцируем (1) по времени:

$$6{,}5\cdot 2v_A\frac{dv_A}{dt} = 5{,}3\frac{ds}{dt};$$

$$\frac{dv_A}{dt} = a_A; \quad \frac{ds}{dt} = v_A;$$

$$13\,a_A = 5{,}3\,;$$

$$a_A = \frac{5{,}3}{13} = 0{,}4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_A = 1{,}8$ м/с; $a_A = 0{,}4$ м/с^2.

Задача Д.4

Тема: Принцип возможных перемещений.

В кривошипно-ползунном механизме (рис.16) к кривошипу OA приложен момент M, а к ползуну B сила $\vec{F}$. Заданы длины кривошипа OA и шатуна AB. Для заданного положения механизма определить F (схемы 0-4) при заданном M и определить M (схемы 5-9) при заданной F в положении равновесия (рис.16, табл.11).

Таблица 11

Величина	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
OA, м	0,2	0,4	0,7	0,4	0,6	0,4	0,7	0,3	0,9	0,5
AB, м	0,5	0,6	0,9	0,8	1,1	0,7	1,2	0,8	1,3	0,7

Пример решения задачи Д.4

Схема кривошипно-ползунного механизма показана на рис.17.

Дано: OA = 0,3 м; AB = 0,5 м; M = 4 Н·м.

Найти: силу F в положении равновесия механизма.

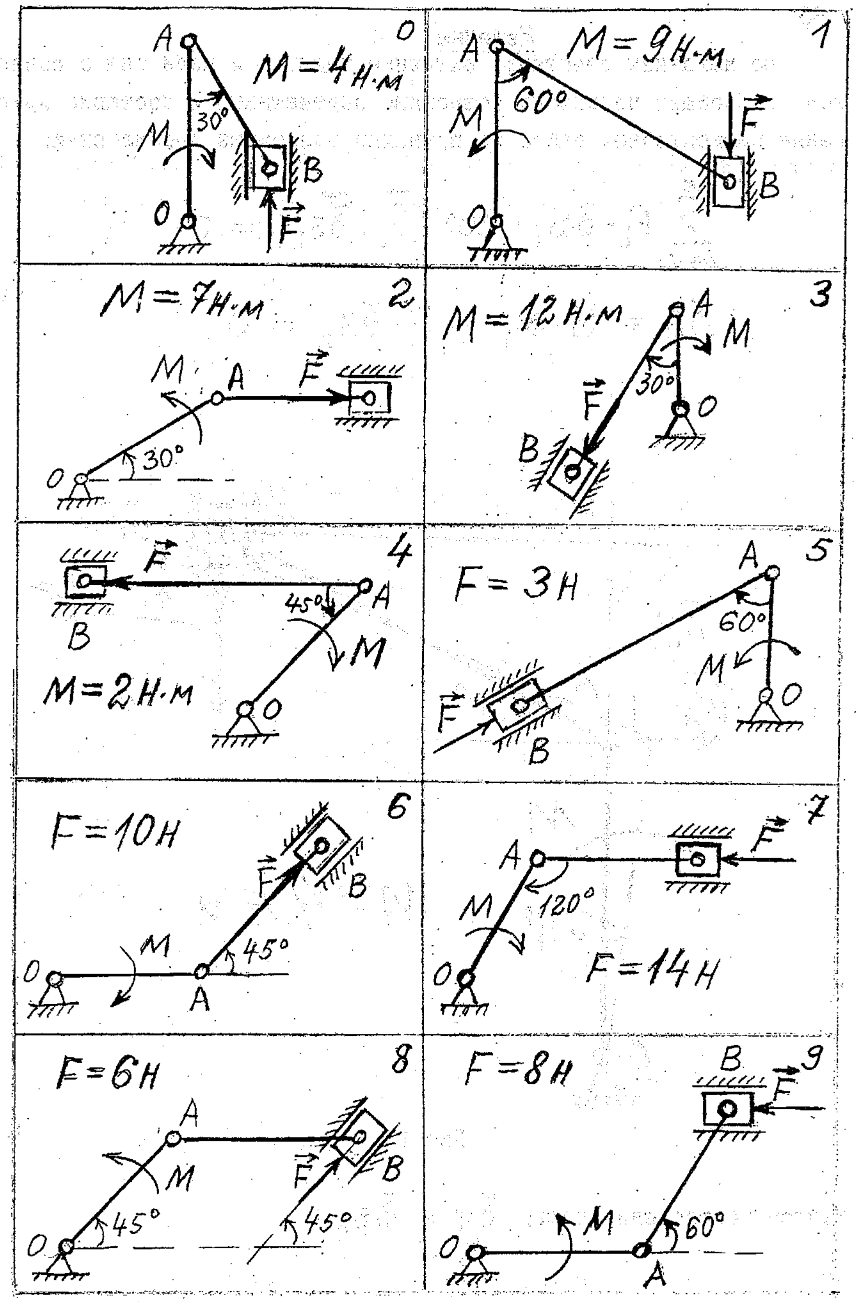

Рис.16

Решение

На механизм действуют активные силы и пара сил с моментом . Сообщим механизму возможные перемещения и составим уравнение элементарных работ по принципу возможных перемещений:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \delta S_i \cdot \cos(\vec{F_i}, \vec{\delta S_i}) = 0;$$

$$\delta A = M \cdot \delta\varphi - F \cdot \delta S_2 = 0. \qquad (1)$$

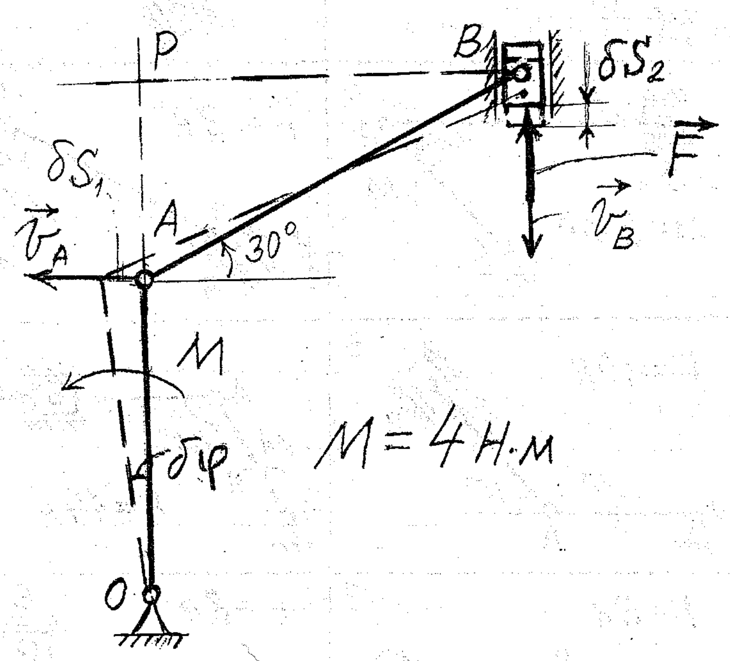

Рис. 17

Найдем соотношение между $\delta\varphi$ и δS_2:

$$\delta\varphi = \frac{\delta S_1}{OA} = \frac{\delta S_1}{0,3}.$$

Возможные перемещения δS_1 и δS_2 прямо пропорциональны скоростям точек A и B. Найдем положение мгновенного центра скоростей - точку P (рис. 17).

Тогда

$$\frac{\delta S_1}{\delta S_2} = \frac{AP}{BP}; \quad \delta S_1 = \delta S_2 \cdot \frac{AP}{BP};$$

$$AP = AB \cdot \sin 30° = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ м};$$

$$BP = AB \cdot \cos 30° = 0,5 \cdot 0,87 = 0,43 \text{ м};$$

$$\delta S_1 = \delta S_2 \cdot \frac{0,25}{0,43} = 0,58 \cdot \delta S_2;$$

$$\delta\varphi = \frac{\delta S_2 \cdot 0,58}{0,3} = 1,93 \cdot \delta S_2. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$M \cdot \delta S_2 \cdot 1,93 - F \cdot \delta S_2 = 0;$$

$$F = M \cdot 1,93 = 4 \cdot 1,93 = 7,72 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 7,72$ Н.

Задача Д.5

Тема: Общее уравнение динамики и уравнение Лагранжа второго рода.

По условиям задачи Д.3, рис.14 и табл.10 определить ускорение груза А, используя общее уравнение динамики и уравнение Лагранжа второго рода.

Пример решения задачи Д.5.

Схема механизма показана на рис.18.

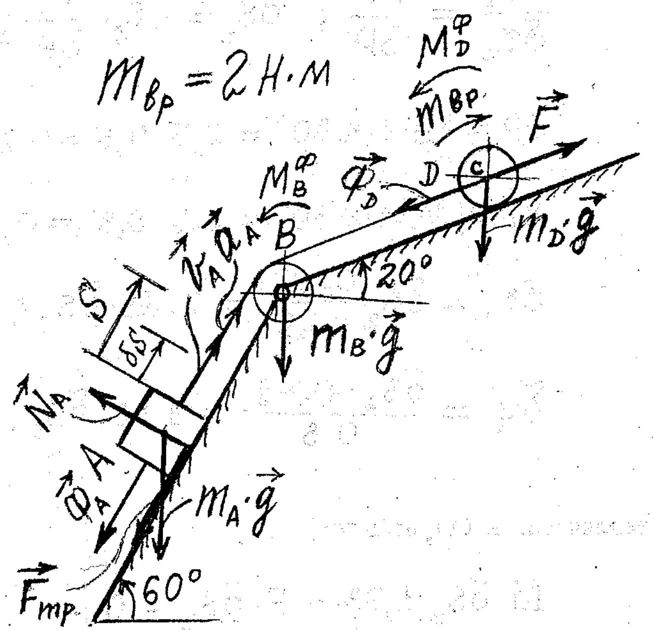

Рис.18

Дано: $m_A = 4$ кг; $m_B = 3$ кг; $m_D = 5$ кг;
$F = 50$ Н; $f = 0{,}2$; $R_D = 0{,}2$ м; $m_{вр.} = 2$ Н·м.

Найти: ускорение тела А.

Решение

Общее уравнение динамики может быть записано в виде

$$\sum_{i=1}^{n} F_i\cdot\delta s_i\cdot\cos(\vec{F}_i,\vec{\delta s}_i) + \sum_{i=1}^{n} Ф_i\cdot\delta s_i\cdot\cos(\vec{Ф}_i,\vec{\delta s}_i) = 0.$$

Для данной механической системы задаваемые силы –

$$m_A\vec{g},\ \vec{F}_{mp.},\ m_B\vec{g},\ \vec{F},\ m_D\vec{g},\ \vec{m}_{вр.}$$

$$F_{mp} = f\cdot N_A = f\cdot m_A\cdot g\cdot\cos 60° = 0{,}2\cdot4\cdot9{,}8\cdot0{,}5 = 3{,}9\ H.$$

Приложим задаваемые силы к телам А, В, D (рис.18). Вычислим и приложим к телам А, В, D силы инерции (рис.18). Тело А совершает поступательное движение

$$Ф_A = m_A\cdot a_A = 4\cdot a_A.$$

Тело В совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси (центр масс расположен на оси вращения), и момент сил инерции тела В определится по формуле

$$M_B^Ф = J_B\cdot\varepsilon_B = \frac{1}{2}m_B R_B^2\cdot\frac{a_A}{R_B} = 1{,}5\,R_B a_A;$$

$$J_B = \frac{1}{2}m_B R_B^2;\quad \varepsilon_B = \frac{a_A}{R_B}.$$

Тело D совершает плоскопараллельное движение.

Тогда

$$Ф_D = m_D\cdot a_c = 5\cdot a_A;\quad a_c = a_A;$$

$$M_D^Ф = J_D\cdot\varepsilon_D = \frac{1}{2}m_D R_D^2\cdot\frac{a_A}{R_D} = 2{,}5\,R_D\cdot a_A;$$

$$J_D = \frac{1}{2}m_D R_D^2;\quad \omega_D = \frac{v_c}{R_D} = \frac{v_A}{R_D};$$

$$\varepsilon_D = \frac{d\omega_D}{dt} = \frac{1}{R_D}\cdot\frac{dv_A}{dt} = \frac{a_A}{R_D}.$$

Сообщим механической системе возможное перемещение (рис. 18). Составим уравнение элементарных работ всех задаваемых сил и сил инерции, соответствующее общему уравнению динамики:

$$-m_A \cdot g \cdot \sin 60^\circ \cdot \delta S - \Phi_A \cdot \delta S - F_{тр.} \cdot \delta S - M_B^{\Phi} \cdot \delta\varphi_B -$$

$$-m_D \cdot g \cdot \sin 20^\circ \cdot \delta S - \Phi_D \cdot \delta S - M_D^{\Phi} \cdot \delta\varphi_D +$$

$$+F \cdot \delta S + m_{вр.} \cdot \delta\varphi_D = 0; \qquad (1)$$

$$\delta\varphi_B = \frac{\delta S}{R_B}; \quad \delta\varphi_D = \frac{\delta S}{R_D}.$$

Подставим в уравнение (1) значения сил и моментов

$$-4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}87 \cdot \delta S - 4 \cdot a_A \cdot \delta S - 3{,}9 \cdot \delta S -$$

$$-1{,}5 \cdot R_B \cdot a_A \cdot \frac{\delta S}{R_B} - 5{,}98 \cdot 0{,}34 \cdot \delta S - 5 \cdot a_A \cdot \delta S -$$

$$-2{,}5 \cdot R_D \cdot a_A \cdot \frac{\delta S}{R_D} + 50 \cdot \delta S + 2 \cdot \frac{\delta S}{0{,}2} = 0;$$

$$-34{,}1 - 4a_A - 3{,}9 - 1{,}5a_A - 16{,}7 -$$

$$-5a_A - 2{,}5a_A + 50 + 10 = 0;$$

$$5{,}3 = 13a_A;$$

$$a_A = \frac{5{,}3}{13} = 0{,}4 \text{ м/с}^2.$$

Полученный результат соответствует результату, полученному в задаче Д.3.

Определим ускорение груза А, используя уравнение Лагранжа второго рода. Данная механическая система имеет одну степень свободы. За обобщенную координату принимаем путь S груза А. Уравнение Лагранжа второго рода в этом случае имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{S}}\right) - \frac{\partial T}{\partial S} = Q_S. \qquad (1)$$

Имеем $\quad v_A = \dot{S}; \quad a_A = \ddot{S}.$

Обобщенную силу Q_S определим из равенства

$$Q_S = \frac{\delta A_S}{\delta S}.$$

Элементарная работа активных сил δA_S определится аналогично примеру к задаче Д.3:

$$\delta A_S = -m_A \cdot g \cdot \sin 60^\circ \cdot \delta S - F_{тр.} \cdot \delta S + F \cdot \delta S -$$

$$-m_D \cdot g \cdot \sin 20^\circ \cdot \delta S + m_{вр.} \cdot \delta\varphi_D;$$

$$F_{тр.} = f \cdot N_A = f \cdot m_A \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 3{,}9 \text{ Н}; \quad \delta\varphi_D = \frac{\delta S}{R_D};$$

$$\delta A_S = -4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}87 \cdot \delta S - 3{,}9 \cdot \delta S + 50 \cdot \delta S -$$

$$-5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}34 \cdot \delta S + 2 \cdot \frac{\delta S}{0{,}2} = 5{,}3 \cdot \delta S.$$

Тогда

$$Q_S = \frac{5{,}3 \cdot \delta S}{\delta S} = 5{,}3 \text{ Н}.$$

Кинетическая энергия механической системы определена в примере к задаче Д.3:

$$T = 6{,}5 \cdot v_A^2 = 6{,}5 \cdot \dot{S}^2.$$

Имеем
$$\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = 13 \cdot \dot{s};$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}}\right) = 13 \cdot \ddot{s}; \quad \frac{\partial T}{\partial s} = 0.$$

Подставляя соответствующие значения в уравнение (1), имеем
$$13 \cdot \ddot{s} = 5{,}3; \quad \ddot{s} = a_A = \frac{5{,}3}{13} = 0{,}4 \text{ м/с}^2.$$

Полученный результат также совпал с аналогичным, полученным в примере к задаче Д.3.

Ответ: $a_A = 0{,}4 \text{ м/с}^2$.

5. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для вузов. -10-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1986. - 416 с.

2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, Ч.1: Учебник для втузов. -5-е изд., испр.-М.: Высшая школа, 1977. 368 с.

3. Яблонский А.А. Курс теоретической механики, Ч.2: Учебник для втузов. - 5-е изд., испр.- М.: Высшая школа, 1977. - 488 с.

4. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.1: Учебное пособие для втузов. 7-е изд., доп.-М.: Наука, 1975.- 512 с.

5. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2: Учебное пособие для втузов.- 6-е изд., доп.- М.: Наука, 1975. - 624 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Добрынин Юрий Андреевич
Красносельский Вадим Борисович
Колтунов Сергей Яковлевич

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Методические указания, рабочая программа
и контрольные задания к курсу
для студентов заочного обучения по специальностям
150405, 190603, 250401, 250403, 240406, 280101

4-е издание

Редактор *Н. А. Теплякова*
Техн. редактор Н. С. Володина

Подписано в печать с оригинал-макета 09.02.09.
Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Уч.-изд. л. 3,5. Печ. л. 3,5. Тираж 200 экз. Заказ № 15. С 125.

Санкт-Петербургская государственная лесотехническая академия
Издательско-полиграфический отдел СПбГЛТА
194021, Санкт-Петербург, Институтский пер., 5