

## Контрольная работа №5: Приложения производной

### Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Первая цифра номера задачи соответствует номеру контрольной работы.

Вариант	Номер задачи				
1	5. 1	5. 11	5. 21	5. 31	5. 41
2	5. 2	5. 12	5. 22	5. 32	5. 42
3	5. 3	5. 13	5. 23	5. 33	5. 43
4	5. 4	5. 14	5. 24	5. 34	5. 44
5	5. 5	5. 15	5. 25	5. 35	5. 45
6	5. 6	5. 16	5. 26	5. 36	5. 46
7	5. 7	5. 17	5. 27	5. 37	5. 47
8	5. 8	5. 18	5. 28	5. 38	5. 48
9	5. 9	5. 19	5. 29	5. 39	5. 49
10	5. 10	5. 20	5. 30	5. 40	5. 50

## Условия заданий контрольных работ

5.1–5.10. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя.

$$5.1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\ln x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x}.$$

$$5.2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{ctg} x)^{1/\ln x}.$$

$$5.3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi^2 - x^2}{\sin x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}.$$

$$5.4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}.$$

$$5.5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}.$$

$$5.6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1+\cos 3x)}{\sin^2 6x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$5.7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{\operatorname{tg}^2 \pi x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (2^x + x)^{1/x}.$$

$$5.8 \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(1-x)}.$$

$$5.9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} (\cos 2x)^{3/x}.$$

$$5.10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x.$$

5.11–5.20. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке.

$$5.11. f(x) = 3 - 8x^2 + x^4; \quad [-1; 2].$$

$$5.12. f(x) = 1 + 5x^3 - 5x^4 + x^5; \quad [-1; 2].$$

$$5.13. f(x) = x - 2 \ln x; \quad [1, 5; e].$$

$$5.14. f(x) = x \ln \left( \frac{x}{5} \right); \quad [1; 5].$$

$$5.15. f(x) = x^4 - 2x^2 + 3; \quad [-3; 2].$$

$$5.16. f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10; \quad [-1; 2].$$

$$5.17. f(x) = 6x^2 - 3x^4 - 1; \quad [-2; 2].$$

$$5.18. f(x) = x^3 - 6x^2 + 9; \quad [-1; 2].$$

$$5.19. f(x) = -3x^4 + 2x^3; \quad [-1; 2].$$

$$5.20. f(x) = 81x - x^4; \quad [-1; 4].$$

5.21–5.30. Найти все асимптоты кривых и односторонние пределы функций в точках их разрыва

$$5.21. f(x) = \frac{x+4}{x^2}.$$

$$5.22. f(x) = \frac{x^2+4}{x}.$$

$$5.23. f(x) = \frac{x^2+4}{1+x}.$$

$$5.24. f(x) = \frac{2x^2}{x-3}.$$

$$5.25. f(x) = \frac{2x-x^3}{x^2}.$$

$$5.26. f(x) = \frac{x^2+6x-8}{x-1}.$$

$$5.27. f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x-2}.$$

$$5.28. f(x) = \frac{x^2+6x-1}{2x-1}.$$

$$5.29. f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}.$$

$$5.30. f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}.$$

5.31.- 5.40. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$5.31. f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$5.32. f(x) = \frac{4x^2}{3 + x^2}.$$

$$5.33. f(x) = x^2 - 2 \ln x.$$

$$5.34. f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

$$5.35. f(x) = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

$$5.36. f(x) = (x - 1)e^{3x+1}.$$

$$5.37. f(x) = x^2 e^{-x}.$$

$$5.38. f(x) = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}.$$

$$5.39. f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}.$$

$$5.40. f(x) = \frac{(x - 1)^2}{1 + x^2}.$$

5.41–5.50. Решить задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функции.

5.41. Найти наибольший объем цилиндра, у которого полная поверхность равна  $18 \text{ дм}^2$ .

5.42. Найти высоту прямого цилиндра с наибольшим объемом, который может быть вписан в шар радиуса  $R$ .

5.43. Из углов прямоугольного листа картона размером  $8 \times 5$  дм<sup>2</sup> нужно вырезать одинаковые квадраты так, чтобы согнув лист получить коробку наибольшей вместимости. Какова должна быть сторона вырезанного квадрата?

5.44. Требуется устроить прямоугольную площадку так, чтобы с трех сторон она была огорожена, а четвертой стороной примыкала к длинной каменной стене. Каковы наивыгоднейшие (в смысле площади) размеры площадки, если имеется материала на 100 м забора?

5.45. Найти стороны прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полуокружность радиуса  $R = \sqrt{5}$ .

5.46. Требуется сделать открытый цилиндрический резервуар объемом  $27 \text{ м}^3$ . Стоимость материала, из которого делается дно резервуара, в 9 раз больше стоимости материала, идущего на боковые стенки. При каких размерах резервуара его постройка будет наиболее дешевой?

5.47. Найти размеры цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в конус высотой 9 см и радиуса 6 см.

5.48. Требуется поставить палатку данного объема  $V_0$ , имеющую форму прямого кругового конуса. Найти отношение высоты конуса к радиусу основания, при котором на палатку пойдет наименьшее количество материала.

5.49. Требуется изготовить из жести ведро данного объема  $V_0$  цилиндрической формы без крышки. Найти высоту и радиус основания, при которых на ведро уйдет наименьшее количество материала.

5.50. Пароход А находится на расстоянии 100 км от парохода В по направлению к западу и плывет на север со скоростью  $v_A = 12$  км/ч, а пароход В плывет на запад со скоростью  $v_B = 9$  км/ч. Через какое время расстояние между пароходами будет наименьшим? Какое расстояние будет между пароходами?