**2.2. Задание К2. Исследование движения плоского механизма**

Плоский механизм (схемы К2.0–К2.9 на рис. 2.10) состоит из стержней 1–4 и катка *В*, катящегося по неподвижной плоскости без скольжения. На рис. 2.10 тела соединены друг с другом и с неподвижными опорами *О*1 и *О*2 цилиндрическими шарнирами. Длины стержней: *l*1 = 0,4 м, *l*2 = 1,2 м, *l*3 = 1,4 м, *l*4 = 0,8 м; радиус катка *R* = 0,2 м.

Положение механизма определяется углами α, β, γ, φ, θ, значения которых заданы в табл. К2. Точка *D* на всех схемах и точка *K* для схем К2.7– К2.9 находятся в середине соответствующего стержня.

Определить величины, указанные в столбце «Найти» табл. К2, а также угловую скорость катка *В* и ускорение точки *А*, если в данный момент времени стержень 1 имеет угловое ускорение ε1 = 10 с–2.

Таблица К2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер условия | Углы, град | | | | | ω1, 1/c | ω4, 1/c2 | *VB*, м/c | Найти | |
| α | β | γ | φ | θ | *V* точек | ω звена |
| 0 | 30 | 150 | 120 | 0 | 60 | 2 | – | – | *В*, *Е*, *L* | 2 |
| 1 | 60 | 60 | 60 | 90 | 120 | – | 3 | – | *A*, *D*, *L* | 3 |
| 2 | 0 | 120 | 90 | 90 | 60 | – | – | 10 | *A*, *E*, *L* | 2 |
| 3 | 90 | 120 | 30 | 0 | 60 | 3 | – | – | *B*, *E*, *L* | 2 |
| 4 | 0 | 150 | 30 | 0 | 60 | – | 4 | – | *A*, *B*, *L* | 2 |
| 5 | 60 | 150 | 120 | 90 | 30 | – | – | 8 | *A*, *E*, *L* | 3 |
| 6 | 30 | 120 | 30 | 0 | 60 | 5 | – | – | *B*, *E*, *L* | 3 |
| 7 | 90 | 150 | 120 | 90 | 30 | – | 5 | – | *A*, *D*, *L* | 3 |
| 8 | 0 | 60 | 30 | 0 | 120 | – | – | 6 | *A*, *E*, *L* | 2 |
| 9 | 30 | 120 | 120 | 0 | 60 | 4 | – | – | *B*, *E*, *L* | 3 |

**Указания.** Построение чертежа начинать со стрежня, направление которого определяется углом α. Дуговые стрелки на схемах показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы, т. е. по ходу или против хода часовой стрелки. Заданную в табл. *K*2 угловую скорость считать направленной против хода часовой стрелки, а заданную скорость  шарнира *В*  в сторону *b* параллельно неподвижной плоскости.

|  |  |
| --- | --- |
| К2.0 | К2.1 |
| К2.2 | К2.3 |

Рис. 2.10

|  |  |
| --- | --- |
| К2.4 | К2.5 |
| К2.6 | К2.7 |
| К2.8 | К2.9 |
| Рис. 2.10. Окончание | |

**2.3.  Пример выполнения задания К2**

Плоский механизм состоит из четырех стержневых звеньев, соединенных между собой и с неподвижными опорами *О*1 и *О*2 цилиндрическими шарнирами, и катка *В*, катящегося по неподвижной плоскости без скольжения (рис. 2.11).

Длины стержней соответственно равны *l*1, *l*2, *l*3, *l*4, радиус катка  *R*, а положение механизма определяется углами α, β, γ, φ, θ; точка *С* находится в середине стержня 2.

Найти скорости точек *В*, *С*, *L*, *E* и угловые скорости всех звеньев механизма, если звено 1 (кривошип *О*1*А*) вращается с угловой скоростью ω1. Определить также ускорение точки *А* кривошипа *О*1*А*, если в данный момент его угловое ускорение ε1.

Решить задачу при следующих данных: ω1 = 4 рад/с; ε1 = 4 рад/с2; *l*1 = 0,4 м; *l*2 = 0,8 м; *l*3 = 0,6 м; *l*4 = 0,2 м; *R* = 0,2 м; α = 30º, β = 120º, γ = 45º, φ = 0º, θ = 60º.

Р е ш е н и е

При движении рассматриваемого механизма стержни 1 и 4 совершают вращательные движения вокруг неподвижных осей *О*1 и *О*2 соответственно, стержни 2, 3 и каток *В*  плоскопараллельное движение.

1. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами α, β, γ, φ, θ (рис. 2.12).

2. Определим скорости точек механизма. Модуль скорости точки *А* вычислим как скорость точки вращающегося кривошипа :

*VA* = ω1*l*1 = 1,6 м/с, *О*1*А*.

Вектор  скорости точки *А* направлен перпендикулярно к кривошипу  в сторону его вращения (на рис. 2.12 в направлении угловой скорости ω1, изображенной дуговой стрелкой).



Рис. 2.11

Определяем *VB*. Вектор  скорости точки *В* известен по направлению, так как эта точка кроме стержня 2 принадлежит катку, катящемуся без скольжения по неподвижной горизонтальной плоскости, и траекторией точки *В* является горизонтальная прямая. Поэтому вектор  направим параллельно неподвижной плоскости в сторону движения катка.

Теперь, зная  и направление , воспользуемся теоремой (2.6) о проекциях скоростей двух точек тела (стержня *АВ*) на ось, проходящую через эти точки (на ось *х*, проведенную вдоль стержня 2)*.* Вычислив эти проекции, получим

*VВ* cos 30° = *VA* cos 30°,

отсюда

.

Находим . поскольку точка *С* принадлежит стержню 2, то для определения ее скорости по модулю и направлению строим МЦС стержня *АВ.* Для этого на рис. 2.12 восстановим перпендикуляры в точках *А* и *В* к скоростям  и  до их пересечения и найдем точку *Р*2 – МЦС стержня 2. Направление вектора  определяет направление поворота стержня *АВ* вокруг (). Вектор  перпендикулярен отрезку *Р*2*С*, и, так как треугольник *АР*2*В* является равносторонним (медиана *СР*2 является биссектрисой и высотой этого треугольника), в заданном положении механизма вектор  направлен по стержню *АВ* в сторону поворота звена 2. Величину *VС* получим из пропорции (2.9) для МЦС:





Рис. 2.12

Отсюда



Определим скорость точки *L*. Так как точки *В* и *L* принадлежат катку, совершающему плоскопараллельное движение, то для определения скорости точки *L* по модулю и направлению воспользуемся методом МЦС, т. е. найдем точку катка, скорость которой равна нулю. Для катка такой точкой всегда является точка его касания *РВ* с неподвижной горизонтальной плоскостью. Величину *VL* получим из пропорции для МЦС:



тогда



Направление вектора  определяет направление поворота катка вокруг его МЦС – *РВ*, поэтому на рис. 2.12 вектор  изобразим перпендикулярным расстоянию *LPB* в направлении этого поворота.

Найдем скорость . Поскольку кроме стержня 3 точка *Е* принадлежит звену 4, совершающему вращательное движение вокруг оси *O*2, то вектор ее скорости  изобразим на рис. 2.12 перпендикулярно стержню 4 (

Так как точки *Е* и *С* принадлежат одному звену 3, совершающему плоскопараллельное движение, то для определения величины скорости точки *Е* строим МЦС для этого звена. На рис. 2.12, проведя из точек *Е* и *С* перпендикуляры к скоростям  и  до их пересечения, найдем точку *P*3 – МЦС стержня 3. По направлению вектора  установим направление поворота стержня *СЕ* вокруг мгновенного центра скоростей *P*3. Численное значение скорости точки *Е* определим из пропорции для МЦС:



откуда



Расстояния *EP*3 и *CP*3 найдем из треугольника *CP*3*E* по теореме синусов:



Отсюда



Тогда



3. Определим угловые скорости всех звеньев рассматриваемого плоского механизма. Вычислим ω2. Так как МЦС стержня 2 известен (*Р*2) и *АР*2 *=* *ВР*2 = *АВ* = *l*2*=* 0,8 м (треугольник *AP*2*B* является равносторонним), то

ω2 = *VA*/*AP*2 = 2 c–1.

Каток совершает мгновенный поворот вокруг его МЦС – *PB*, поэтому



Аналогично для стержня 3 находим



Стержень 4 совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси *O*2, поэтому



4. Найдем  Точка *А* принадлежит звену 1, вращающемуся вокруг неподвижной оси *O*1. Следовательно, ее ускорение определяется как ускорение точки вращающегося тела:



Числовые значения касательного ускорения  и нормального ускорения  таковы:

 = ε1*l*1 = 0,8 м/с2;

 = *l*1 = 6,4 м/с2.

Тогда модуль полного ускорения точки *А* определяется по формуле



О т в е т:

*VB* = 1,6 м/с; *VС* = 1,39 м/с; *VL* = 2,26 м/с; *VE* = 1,13 м/с;

ω2 = 2 c–1; ω*B* = 8 c–1; ω3 = 2,58 c–1; ω4 = 5,65 c–1; *aA* = 6,45 м/с2.