

**РТ1**

**СТАТИКА**

# **РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

**Рабочая тетрадь №1  
по теоретической механике**

Студент \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
им. Р.Е. Алексева

# **РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

Рабочая тетрадь №1  
по теоретической механике

Нижний Новгород 2010

УДК 531(075)

Равновесие твердых тел: Рабочая тетрадь № 1 по теоретической механике/ А.Ю. Панов, Н.Ф. Ершов, Р. Л. Шиберт, Д. А. Смирнов; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. Н. Новгород, 2010. 16 с.

Учебно-методическая разработка предназначена студентам всех специальностей для выполнения расчетно-графических работ по статике. Способствует развитию творческой инициативы и инженерной интуиции.

Редактор О.В. Пугина

Подп.                    Формат 60x84 1/8. Бумага газетная. Печать офсетная.  
Печ.л. 1,0. Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 700 экз. Заказ                    .

---

Нижегородский государственный технический университет  
им. Р.Е. Алексеева. Типография НГТУ им Р.Е. Алексеева.  
603950, Н. Новгород, ул. Минина, 24.

© А.Ю. Панов, Н.Ф. Ершов, Р.Л. Шиберт, Д.А. Смирнов

© Нижегородский государственный  
технический университет  
им. Р.Е. Алексеева, 2010

## Равновесие твердого тела

Задача на равновесие твердого тела решается на основе системы уравнений, которые составляются по условиям равновесия. Эти условия равновесия определяются системой сил, действующих на твердое тело. Системы сил подразделяют на плоские сходящиеся, параллельные и произвольно расположенные, а также пространственные сходящиеся, параллельные и произвольно расположенные. В общем случае действия произвольной пространственной системы сил можно записать шесть условий равновесия для одного твердого тела.

При решении задачи на равновесие сначала составляют расчетную схему, используя принцип освобожденности от связей. Вводят систему координат, определяют систему сил, действующих на тело, выбирают соответствующие условия равновесия и по ним составляют уравнения равновесия. После этого проверяют, является ли задача статически определимой. Если задача статически определимая, то есть число неизвестных не превышает числа уравнений равновесия, находят неизвестные.

## Равновесие системы тел

При решении задачи на равновесие системы твердых тел, соединенных между собой, можно использовать два способа.

**Первый способ.** Применяя аксиому отвердевания, рассматривают составную конструкцию как абсолютно твердое тело. Это позволяет составить часть уравнений равновесия, необходимых для решения задачи. Остальные уравнения получают, рассматривая равновесие любой отсеченной части конструкции.

**Второй способ.** Составную конструкцию разрезают по внутренним связям в узлах соединения ее составных частей. После рассматривают равновесие каждого твердого тела в отдельности. Составляют систему уравнений равновесия. При этом учитывают аксиому равенства действия и противодействия.

После составления уравнений равновесия проверяют, является ли задача статически определимой. Если задача статически определимая, то есть число неизвестных не превышает числа уравнений равновесия, находят неизвестные.

## Исходные данные \*

| Цифра шифра |  | А, Б | В, Г, Д | Е, Ж, З | И, К | Л, М | Н, О | П, Р | С, Т | У, Ф, Х, Ц, Ч | Ш, Щ, Ъ, Ы, Ь, Э, Ю, Я |
|-------------|--|------|---------|---------|------|------|------|------|------|---------------|------------------------|
| 1-я         | $ AD $ , м                                     | 0,5  | 0,6     | 0,7     | 0,8  | 0,9  | 1,0  | 1,1  | 1,2  | 1,3           | 1,4                    |
|             | $ DC $ , м                                     | 0,8  | 0,6     | 1,0     | 0,8  | 0,6  | 0,6  | 0,8  | 0,6  | 1,0           | 0,8                    |
|             | $ CB $ , м                                     | 2,0  | 1,8     | 1,6     | 1,4  | 1,2  | 1,4  | 1,6  | 1,8  | 2,0           | 1,2                    |
| 2-я         | $\alpha$ , град                                | 45   | 30      | 60      | 120  | 135  | 150  | 210  | 225  | 240           | 300                    |
| 3-я         | $\beta$ , град                                 | 30   | 45      | 60      | 30   | 45   | 60   | 30   | 45   | 60            | 30                     |
| 4-я         | $F$ , кН                                       | 4,8  | 4,9     | 4,0     | 4,5  | 5,2  | 4,1  | 5,5  | 4,6  | 4,2           | 4,0                    |
|             | $m_1$ , кН · м                                 | 2,0  | 1,0     | 1,5     | 3,0  | 2,0  | 1,5  | 1,0  | 2,5  | 3,0           | 2,0                    |
|             | $m_2$ кН · м                                   | 1,0  | 1,5     | 2,0     | 1,0  | 1,5  | 2,0  | 1,0  | 1,5  | 2,0           | 1,0                    |
|             | $q$ , кН/м                                     | 2    | 1       | 3       | 2    | 1    | 3    | 2    | 1    | 3             | 2                      |
| 5-я         | № опоры в точке $A$ (рис. 1, $\varepsilon$ )** | 5    | 4       | 3       | 1    | 2    | 4    | 3    | 5    | 1             | 2                      |
|             | № опоры в точке $A$ (рис. 1, $\delta$ ***)     | 1    | 2       | 3       | 4    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5             | 5                      |

Здесь  $F$  – величина силы приложенной в точке  $D$ ;  
 $G$  – вес плиты (принять  $G = F$ );  
 $m_1$  – величина момента пары сил;  
 $m_2$  – величина векторного момента пары  $\vec{m}_2$ ;  
 $q$  – интенсивность распределенной нагрузки, действующей на участке  $AD$ .

Связи (рис. 1,  $\varepsilon$ ):

- 1 – цилиндрическая шарнирно-подвижная опора;
- 2 – цилиндрическая шарнирно-неподвижная опора;
- 3 – гладкая поверхность;
- 4 – жесткая заделка;
- 5 – невесомый стержень.

Связи (рис. 1,  $\delta$ ):

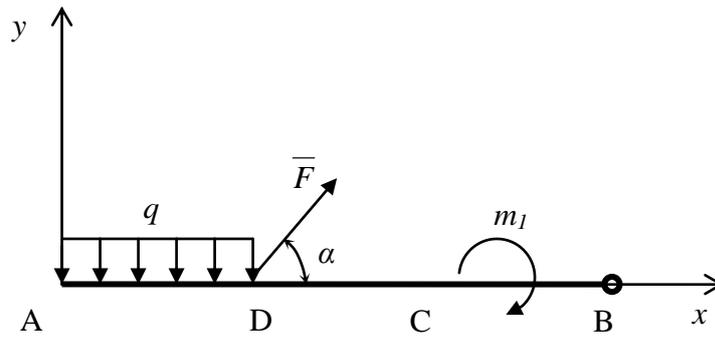
- 1 – подшипник;
- 2 – опорно-упорный подшипник;
- 3 – шаровой шарнир;
- 4 – жесткая заделка;
- 5 – невесомый стержень.

\*Исходные данные определяются по пятизначному шифру.

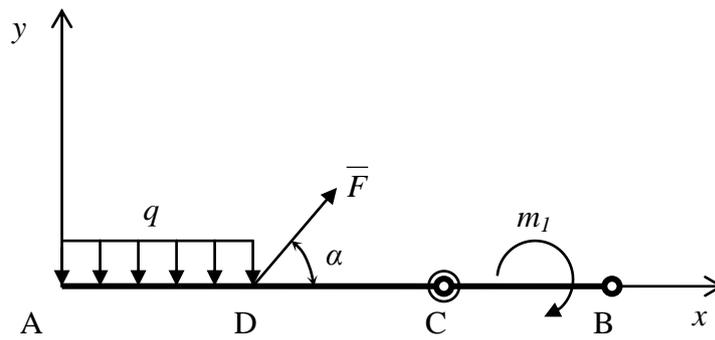
\*\*К заданию № 1 и № 2.

\*\*\*К заданию № 3.

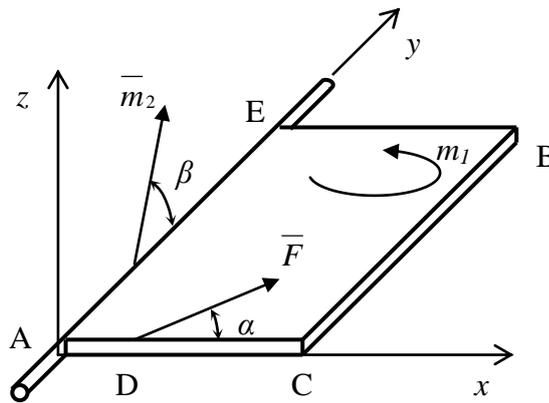
a)



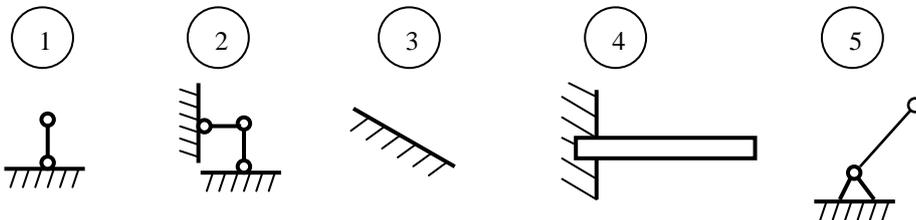
б)



в)



г)



д)

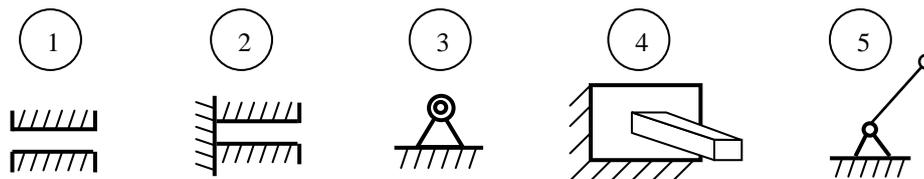


Рис. 1

## **Перечень тем и вопросов, знание которых необходимо для выполнения задания**

### **К заданию №1**

**Тема.** Равновесие тела при действии плоской системы сил.

#### **Вопросы**

1. Распределенные нагрузки.
2. Момент силы. Момент пары сил.
3. Теорема Вариньона.
4. Принцип освобожденности от связей.
5. Условия равновесия плоской системы сил.

### **К заданию №2**

**Тема.** Равновесие системы тел.

#### **Вопросы**

1. Внешние и внутренние связи.
2. Внешние и внутренние силы.
3. Варианты расчетной схемы для составной конструкции.
4. Условие, которому удовлетворяют усилия взаимодействия отдельных частей составного тела.
5. Статически определимые и статически неопределимые задачи.

### **К заданию №3**

**Тема.** Равновесие тела при действии пространственной системы сил.

#### **Вопросы**

1. Момент силы относительно оси.
2. Момент силы относительно координатных осей.
3. Момент пары сил относительно координатных осей.
4. Условия равновесия пространственной системы сил.
5. Приведение системы сил к заданному центру. Частные случаи приведения.

## **Задание № 1.** Определить реакции опор твердого тела

1. Закрепляем твердое тело с помощью опор.

**Указание.** *Твердое тело (рис. 1, а) закрепить в точке А с помощью опоры (рис. 1, г), выбранной в соответствии с заданным вариантом. При необходимости поставить опоры (рис. 1, г) в других точках. Тело должно быть полностью закреплено. Силы, распределенная нагрузка и пара сил действуют в вертикальной плоскости. Показать закрепленное тело с нагрузкой на рисунке.*

2. Составляем расчетную схему.

**Указание.** *Показать конструкцию в масштабе, заданные углы не искажать. Использовать принцип освобождаемости от связей. Показать заданные силы и реакции связей. Распределенную нагрузку заменить сосредоточенной силой.*

3. Составляем уравнения равновесия.

**Указание.** *Выбрать условия равновесия и по ним составить уравнения равновесия. Проверить, является ли задача статически определимой.*

4. Определяем реакции опор.

**Указание.** *Из решения системы уравнений равновесия определяем реакции опор. Проводим вычисления и находим реакции.*

5. Проводим проверку результатов расчета.

**Указание.** *Проверяем выполнение условий равновесия.*

## *Задание № 1. Решение*

## *Задание № 1. Решение (продолжение)*

## **Задание № 2.** Определить реакции опор составной конструкции

1. Закрепляем конструкцию с помощью опор.

**Указание.** Система тел (рис. 1, б) соединена в точке С цилиндрическим шарниром. Конструкцию закрепить в точке А с помощью опоры (рис. 1, г), выбранной в соответствии с заданным вариантом. При необходимости закрепить конструкцию в других точках опорами (рис. 1, г). Конструкция должна быть полностью закреплена. Силы, распределенная нагрузка и пара сил действуют в вертикальной плоскости. Показать закрепленную конструкцию с нагрузкой на рисунке.

2. Составляем расчетную схему.

**Указание.** Составляем расчетную схему, используя первый или второй способ (с. 3). Показать конструкцию в масштабе, заданные углы не искажать. Использовать принцип освобождаемости от связей. Показать заданные силы и реакции связей. Распределенную нагрузку заменить сосредоточенной силой.

3. Составляем уравнения равновесия.

**Указание.** Выбрать условия равновесия и по ним составить уравнения равновесия. Проверить, является ли задача статически определимой.

4. Определяем реакции опор.

**Указание.** Из решения системы уравнений равновесия определяем реакции опор. Проводим вычисления и находим реакции.

5. Проводим проверку результатов расчета.

**Указание.** Проверяем выполнение условий равновесия.

## *Задание № 2. Решение*

## *Задание № 2. Решение (продолжение)*

### Задание № 3. Определить реакции опор твердого тела

1. Закрепляем твердое тело с помощью опор.

**Указание.** *Твердое тело (рис. 1, в) закрепить в точке А с помощью опоры (рис. 1, д), выбранной в соответствии с заданным вариантом. При необходимости закрепить тело опорами (рис. 1, д) в других точках. Тело должно быть полностью закреплено. Показать закрепленное тело с нагрузкой на рисунке.*

2. Составляем расчетную схему.

**Указание.** *Использовать принцип освобождаемости от связей. Показать заданные силы и реакции связей.*

3. Составляем уравнения равновесия.

**Указание.** *Сила  $F$  действует в плоскости  $Axz$ , пара сил с моментом  $m_1$  действует в плоскости  $Axy$ , векторный момент пары  $\bar{m}_2$  расположен в плоскости  $Ayz$ . Выбрать условия равновесия и по ним составить уравнения равновесия. Проверить, является ли задача статически определимой.*

4. Определяем реакции опор.

**Указание.** *Из решения системы уравнений равновесия определяем реакции опор. Проводим вычисления и находим реакции.*

5. Проводим проверку результатов расчета.

**Указание.** *Проверяем выполнение условий равновесия.*

6. Определяем к какому частному случаю приведения системы сил, относится система заданных сил.

**Указание.** *Находим главный вектор и главный момент заданных сил. Центр приведения - точка А. Находим статические инварианты.*

## *Задание № 3. Решение*

## *Задание № 3. Решение (продолжение)\**

---

\* Допускается оформление контрольных домашних заданий на листах формата А4 в соответствии с требованиями СТП 1-У-НГТУ-2004

## СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Условия равновесия плоской системы сил

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; \quad \sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Условия равновесия пространственной системы сил

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; & \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; & \quad \sum_{k=1}^n F_{kz} = 0; \\ \sum_{k=1}^n m_x(\vec{F}_k) = 0; & \quad \sum_{k=1}^n m_y(\vec{F}_k) = 0; & \quad \sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k) = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $F_{kx}$ ,  $F_{ky}$ ,  $F_{kz}$  – проекции сил на оси декартовой системы координат;

$m_x(\vec{F}_k)$ ,  $m_y(\vec{F}_k)$ ,  $m_z(\vec{F}_k)$  – моменты сил относительно координатных осей.

Проекция силы на оси координат

$$F_x = F \cos(\angle, \vec{F}_x); \quad F_y = F \cos(\angle, \vec{F}_y); \quad F_z = F \cos(\angle, \vec{F}_z).$$

Момент силы относительно координатных осей

$$m_x(\vec{F}) = yF_z - zF_y; \quad m_y(\vec{F}) = zF_x - xF_z; \quad m_z(\vec{F}) = xF_y - yF_x.$$

Момент пары сил относительно координатных осей

$$m_x = m \cos(\angle, \vec{m}_x); \quad m_y = m \cos(\angle, \vec{m}_y); \quad m_z = m \cos(\angle, \vec{m}_z).$$

Теорема Вариньона

$$m_x(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n m_x(\vec{F}_k); \quad m_y(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n m_y(\vec{F}_k); \quad m_z(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k),$$

где  $\vec{R}$  – равнодействующая системы сил.