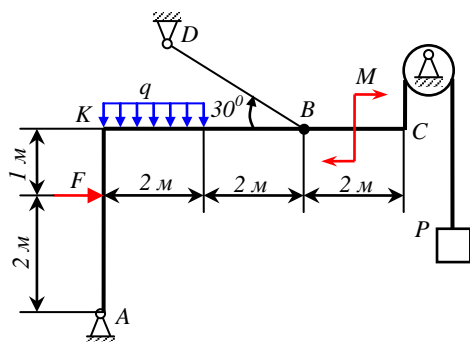


# ЗАДАЧА № 1. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕАКЦИЙ ОПОР РАМЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В РАВНОВЕСИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

*Найти реакции связей рамы, схема которой представлена на рисунке.*

ПРИМЕР



Дано:

$$F = 10 \text{ кН},$$

$$P = 5 \text{ кН},$$

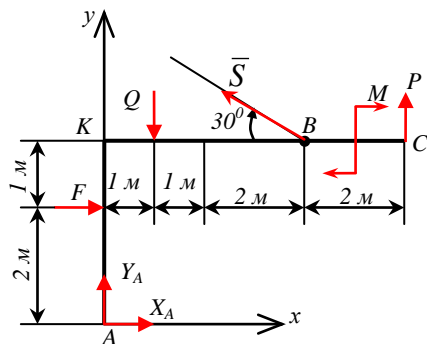
$$M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$q = 0,5 \text{ кН/м}.$$

Определить  
реакцию опоры  $A$  и  
реакцию стержня  
 $BD$ .

РЕШЕНИЕ

На раму наложены следующие связи: шарнирно-неподвижная опора, стержень  $BD$  и нить. Отбросим связи, заменив их силами.



Так как направление реакции шарнирно-неподвижной опоры  $A$  неизвестно, то определим её составляющие  $\bar{X}_A$  и  $\bar{Y}_A$ . Реакция стержня  $S$  направлена вдоль этого стержня, реакция нити направлена по нити и по модулю равна весу груза  $P$ . Распределённую нагрузку интенсивностью  $q$  заменим ее равнодействующей – параллельной сосредоточенной силой  $Q$ , равной  $Q=2 \cdot q=2 \cdot 0,5=1$  кН, приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки. Проводим оси координат.

Для плоской системы сил, приложенных к раме, составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{\kappa x} = X_A + F - S \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{\kappa y} = Y_A - Q + S \cos 60^\circ + P = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_A(F_{\kappa}) = -F \cdot 2 - Q \cdot 1 + S \cos 30^\circ \cdot 3 + S \cos 60^\circ \cdot 4 - M + P \cdot 6 = 0. \quad (3)$$

Момент от силы  $S$  найден с использованием теоремы Вариньона: момент равнодействующей равен сумме моментов составляющих.

Из уравнения (3) находим

$$S = \frac{2F + 1Q + M - 6P}{3 \cos 30^\circ + 4 \cos 60^\circ} = \frac{2 \cdot 10 + 1 + 8 - 6 \cdot 5}{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2}} = -0,217 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1)

$$X_A = S \cos 30^\circ - F = -0,217 \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 = -10,188 \text{ кН}.$$

Из уравнения (2)

$$Y_A = Q - S \cos 60^\circ - P = 1 + 0,217 \cdot \frac{1}{2} - 5 = -3,892 \text{ кН}.$$

**Проверка решения.** Для проверки решения составляем уравнение моментов относительно любой другой точки, например  $B$ , и подставляем в него найденные значения реакций

$$\begin{aligned}\sum M_B(F_k) &= P \cdot 2 - M + Q \cdot 3 + F \cdot 1 - Y_A \cdot 4 + X_A \cdot 3 = \\ &= 5 \cdot 2 - 8 + 1 \cdot 3 + 10 \cdot 1 - (-3,892) \cdot 4 + (-10,188) \cdot 3 = \\ &= 10 - 8 + 3 + 10 + 15,566 - 30,564 = 0,002.\end{aligned}$$

Погрешность вычислений составила 0,002.

**Ответ:**  $X_A = -8,3 \text{ кН}$ ,  $Y_A = -4,98 \text{ кН}$ ,  $S = 1,96 \text{ кН}$ .

Знаки минус в значениях  $X_A$  и  $Y_A$  указывают на то, что принятые направления этих сил противоположны действительным.

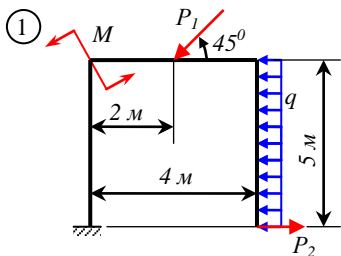
## ЗАДАЧА № 1

### РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ (общий случай)

Найти реакции связей рамы, изображенной на схемах 1-30.

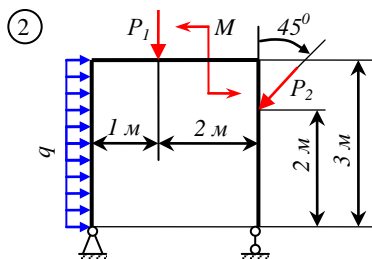
На раму действуют: сосредоточенные силы  $P_1$  и  $P_2$ , пара сил с моментом  $M$  и распределенная равномерная нагрузка интенсивности  $q$ , расположенные в плоскости

Варианты 1 - 6 задачи № 1



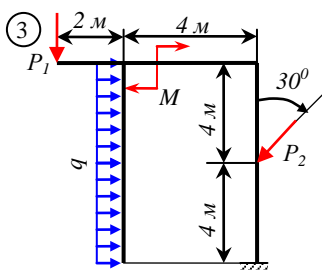
$$P_1 = 5 \text{ кН} \quad q = 3 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



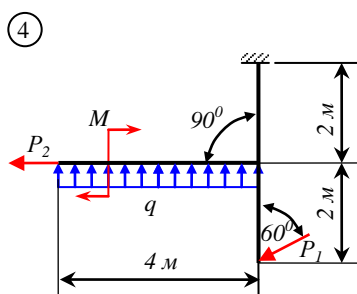
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 3 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



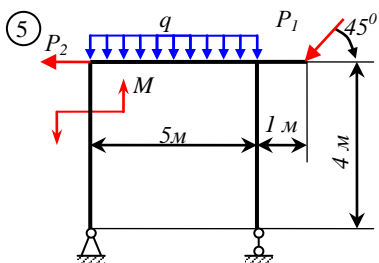
$$P_1 = 1,5 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2\sqrt{2} \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



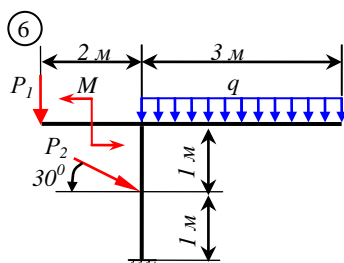
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



$$P_1 = 1 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

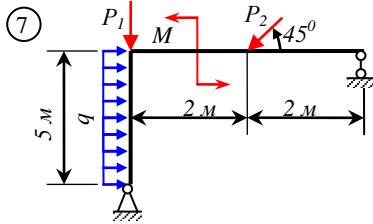
$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 2,5 \text{ кНм}$$



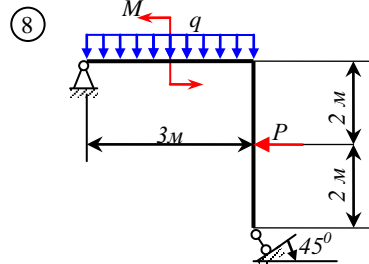
$$P_1 = 1 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 3 \text{ кНм}$$

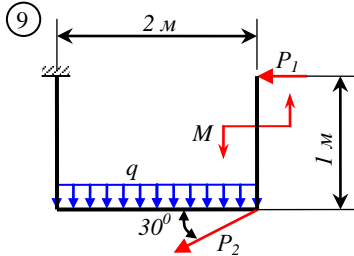
Варианты 7 – 12 задачи № 1



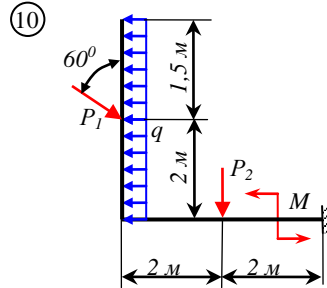
$P_1 = 2 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



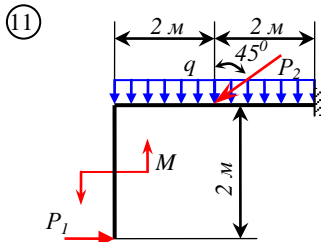
$P = 6 \text{ кН}$        $q = 6 \text{ кН/м}$   
 $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



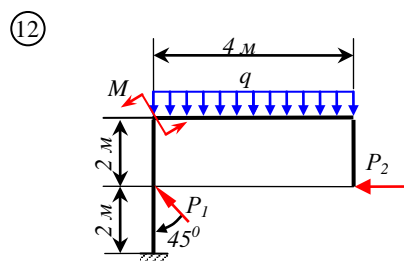
$P_1 = 3 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



$P_1 = 2 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 1 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

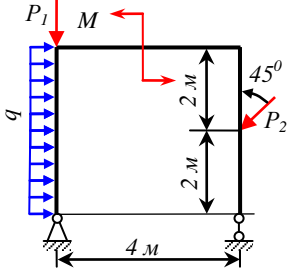
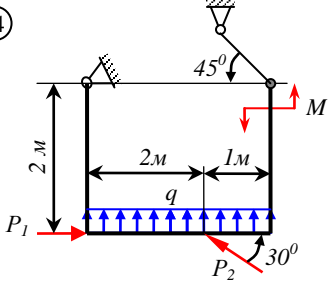
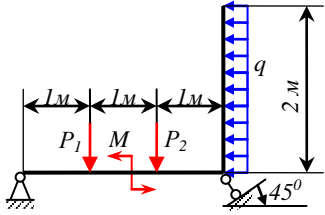
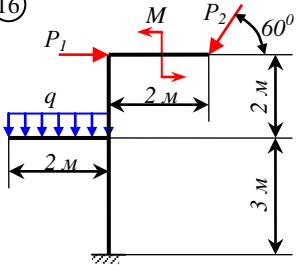
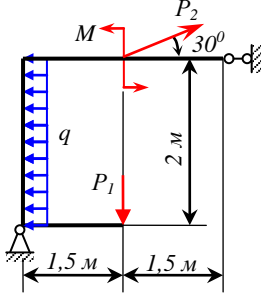
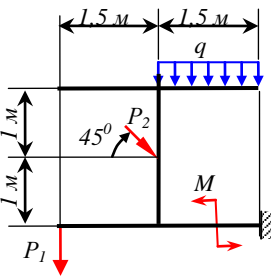


$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



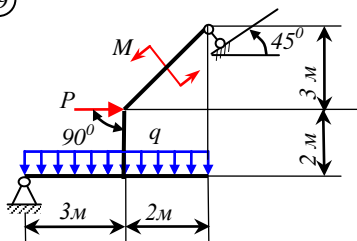
$P_1 = 2\sqrt{2} \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

Варианты 13 – 18 задачи № 1

<p>13</p>  <p> <math>P_1 = 2 \kappa H</math>      <math>q = 1 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = \sqrt{2} \kappa H</math>      <math>M = 2 \kappa H M</math> </p>	<p>14</p>  <p> <math>P_1 = 4 \kappa H</math>      <math>q = 2 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = 2 \kappa H</math>      <math>M = 4 \kappa H M</math> </p>
<p>15</p>  <p> <math>P_1 = 2 \kappa H</math>      <math>q = 1 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = 3 \kappa H</math>      <math>M = 2 \kappa H M</math> </p>	<p>16</p>  <p> <math>P_1 = 1 \kappa H</math>      <math>q = 1 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = 2 \kappa H</math>      <math>M = 3 \kappa H M</math> </p>
<p>17</p>  <p> <math>P_1 = 2 \kappa H</math>      <math>q = 2 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = 1 \kappa H</math>      <math>M = 4 \kappa H M</math> </p>	<p>18</p>  <p> <math>P_1 = 2 \kappa H</math>      <math>q = 1 \kappa H/M</math>  <math>P_2 = 4 \kappa H</math>      <math>M = 2 \kappa H M</math> </p>

Варианты 19 – 24 задачи № 1

19)

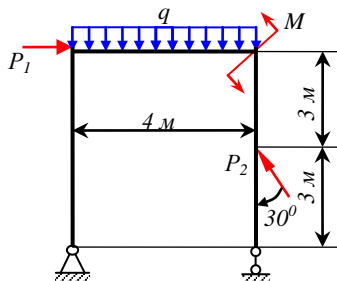


$$P=2 \text{ кН}$$

$$q=2 \text{ кН/м}$$

$$M=4 \text{ кНм}$$

20)



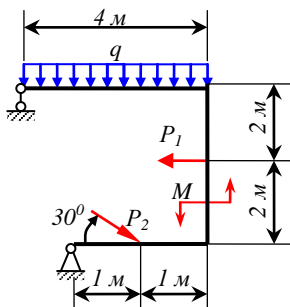
$$P_1=2 \text{ кН}$$

$$P_2=4 \text{ кН}$$

$$q=1,5 \text{ кН/м}$$

$$M=4 \text{ кНм}$$

21)



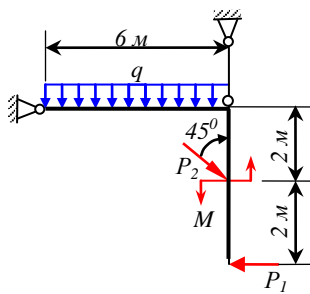
$$P_1=3 \text{ кН}$$

$$P_2=4 \text{ кН}$$

$$q=3 \text{ кН/м}$$

$$M=6 \text{ кНм}$$

22)



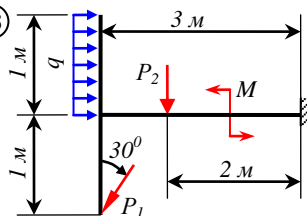
$$P_1=2 \text{ кН}$$

$$P_2=4 \text{ кН}$$

$$q=3 \text{ кН/м}$$

$$M=4 \text{ кНм}$$

23)



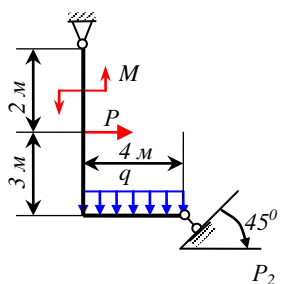
$$P_1=2 \text{ кН}$$

$$P_2=4 \text{ кН}$$

$$q=1 \text{ кН/м}$$

$$M=2 \text{ кНм}$$

24)

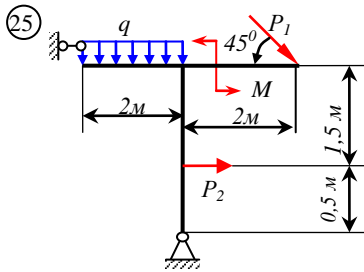


$$P=3 \text{ кН}$$

$$q=4 \text{ кН/м}$$

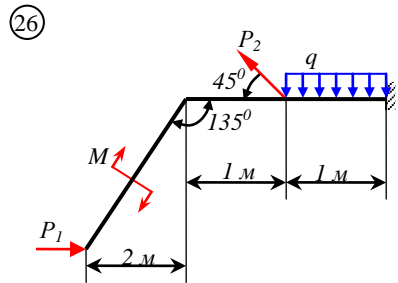
$$M=6 \text{ кНм}$$

Варианты 25 – 30 задачи № 1



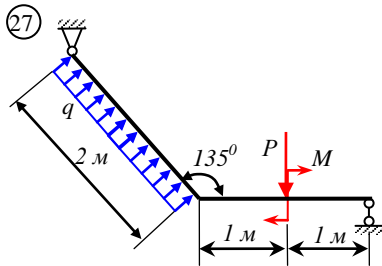
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 3 \text{ кН} \quad M = 2 \text{ кНм}$$



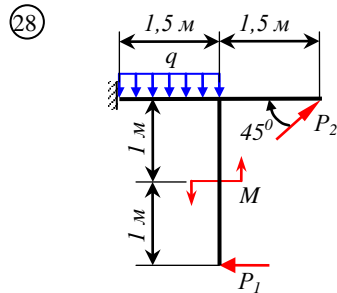
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 4 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 3 \text{ кНм}$$



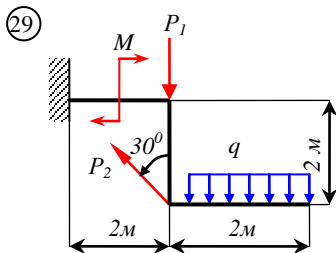
$$P = 3 \text{ кН} \quad q = 4 \text{ кН/м}$$

$$M = 6 \text{ кНм}$$



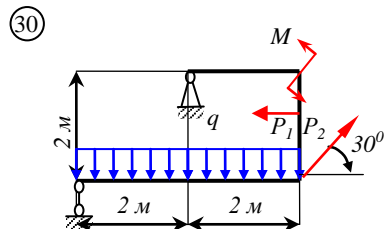
$$P_1 = 4 \text{ кН} \quad q = 4 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 3 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$



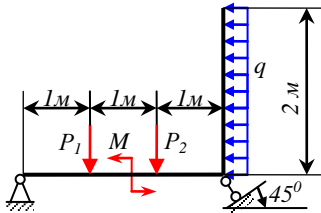
$$P_1 = 4 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 8 \text{ кНм}$$



Варианты 31 – 36 задачи № 1

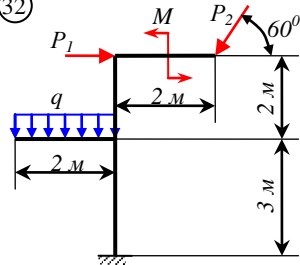
31)



$$P_1 = 5 \kappa H \quad q = 1 \kappa H/M$$

$$P_2 = 4 \kappa H \quad M = 6 \kappa H M$$

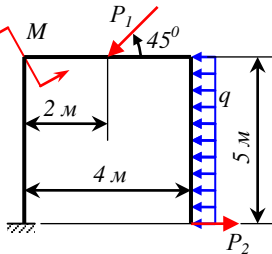
32)



$$P_1 = 3 \kappa H \quad q = 1,5 \kappa H/M$$

$$P_2 = 2 \kappa H \quad M = 8 \kappa H M$$

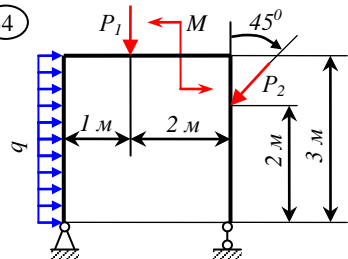
33)



$$P_1 = 5 \kappa H \quad q = 2 \kappa H/M$$

$$P_2 = 3 \kappa H \quad M = 4 \kappa H M$$

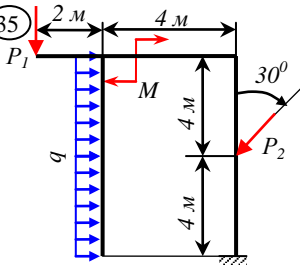
34)



$$P_1 = 5 \kappa H \quad q = 2 \kappa H/M$$

$$P_2 = 3 \kappa H \quad M = 4 \kappa H M$$

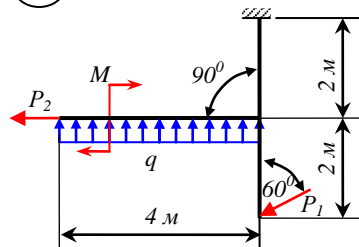
35)



$$P_1 = 2 \kappa H \quad q = 2 \kappa H/M$$

$$P_2 = 2\sqrt{2} \kappa H \quad M = 4 \kappa H M$$

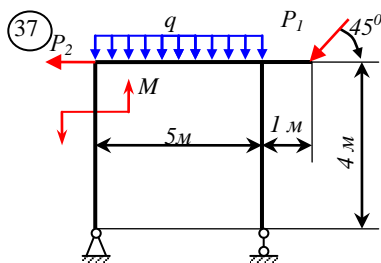
36)



$$P_1 = 3 \kappa H \quad q = 1,5 \kappa H/M$$

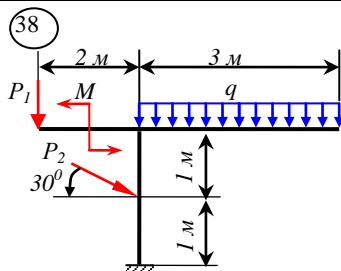
$$P_2 = 3 \kappa H \quad M = 8 \kappa H M$$

Варианты 37 – 42 задачи № 1



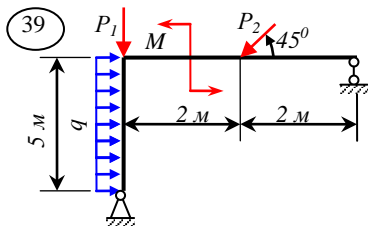
$$P_1 = 10 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 20 \text{ кН} \quad M = 5 \text{ кНм}$$



$$P_1 = 12 \text{ кН} \quad q = 1 \text{ кН/м}$$

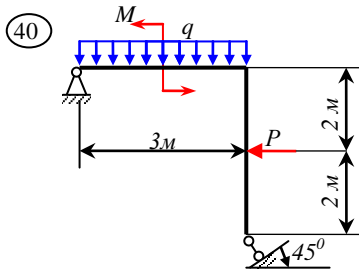
$$P_2 = 20 \text{ кН} \quad M = 6 \text{ кНм}$$



$$P_1 = 12 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 14 \text{ кН} \quad M = 4 \text{ кНм}$$

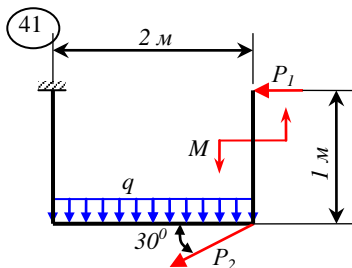
Найти реакции опор



$$P = 20 \text{ кН} \quad q = 5 \text{ кН/м}$$

$$M = 4 \text{ кНм}$$

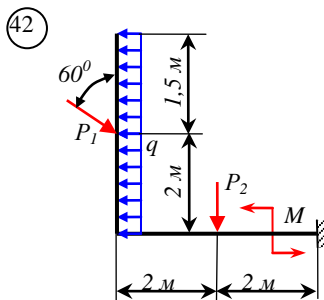
Найти реакции опор



$$P_1 = 8 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 2 \text{ кН} \quad M = 5 \text{ кНм}$$

Найти реакции опоры



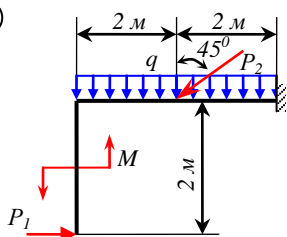
$$P_1 = 2 \text{ кН} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

$$P_2 = 4 \text{ кН} \quad M = 5 \text{ кНм}$$

Найти реакции опоры

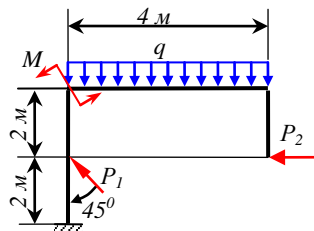
Варианты 43 – 48 задачи № 1

(43)



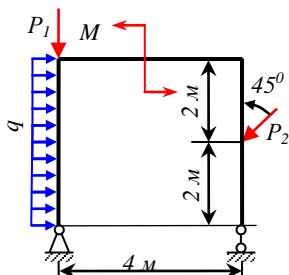
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 6 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

(44)



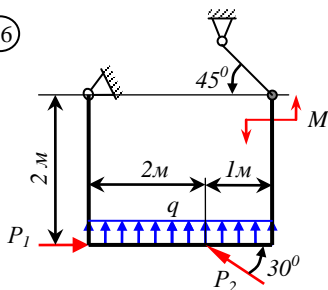
$P_1 = 2\sqrt{2} \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

(45)



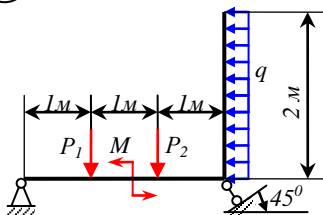
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2\sqrt{2} \text{ кН}$        $M = 2 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

(46)



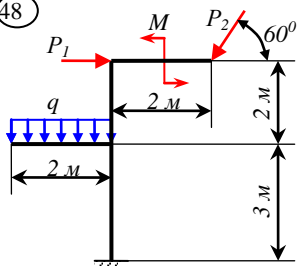
$P_1 = 6 \text{ кН}$        $q = 3 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2 \text{ кН}$        $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

(47)



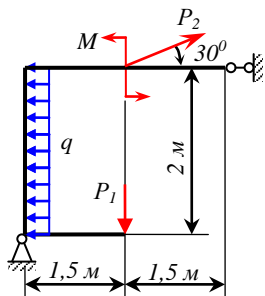
$P_1 = 5 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 8 \text{ кН}$        $M = 2 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

(48)



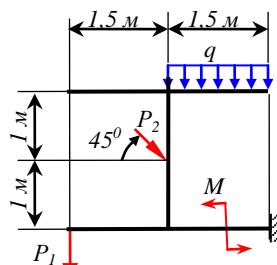
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 5 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

49



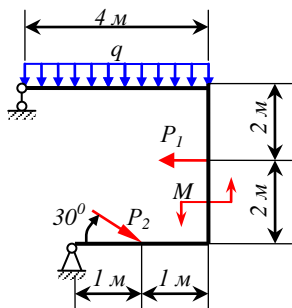
$P_1 = 2 \text{ кН}$   $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 10 \text{ кН}$   $M = 14 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

50



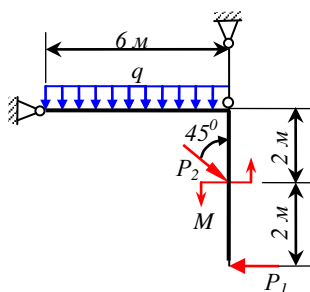
$P_1 = 12 \text{ кН}$   $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$   $M = 2 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

51



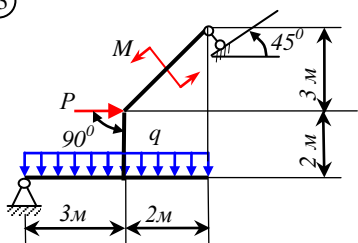
$P_1 = 5 \text{ кН}$   $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$   $M = 6 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

52



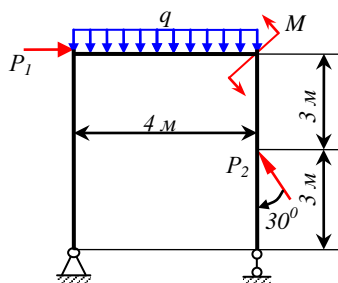
$P_1 = 8 \text{ кН}$   $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$   $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

53



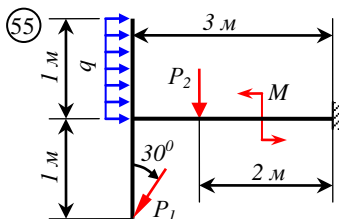
$P = 6 \text{ кН}$   $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $M = 8 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

54

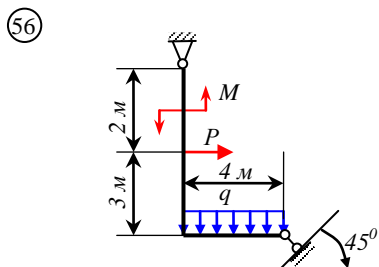


$P_1 = 4 \text{ кН}$   $q = 2,5 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 5 \text{ кН}$   $M = 6 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

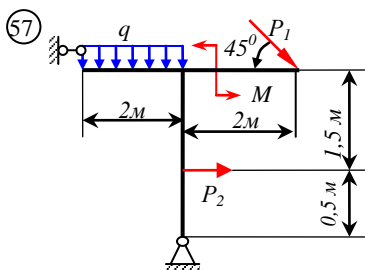
Варианты 55 – 60 задачи № 1



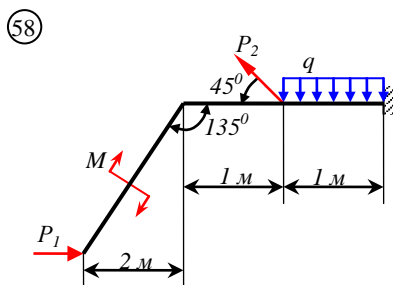
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2 \text{ кН}$        $M = 6 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



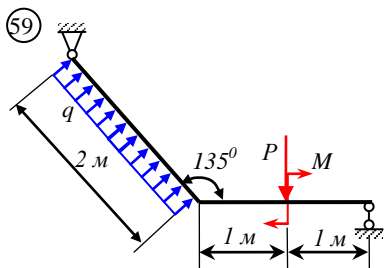
$P = 30 \text{ кН}$        $q = 4 \text{ кН/м}$   
 $M = 16 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



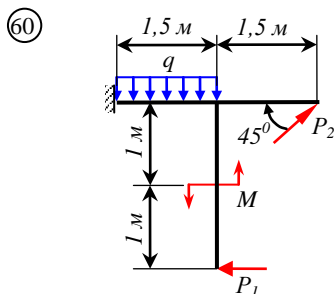
$P_1 = 6 \text{ кН}$        $q = 1,2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



$P_1 = 3 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 6 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



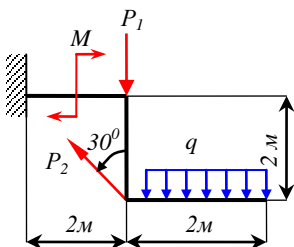
$P = 6 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



$P_1 = 5 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 3 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

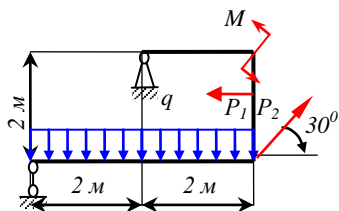
Варианты 61 – 66 задачи № 1

61



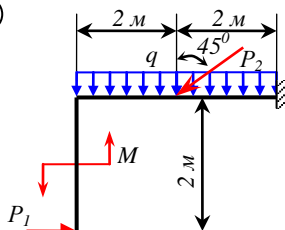
$P_1 = 5 \text{ кН}$        $q = 1,5 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 4 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

62



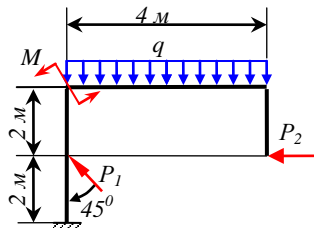
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 5 \text{ кН}$        $M = 8 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

63



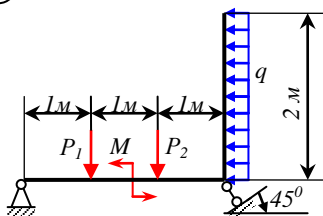
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 6 \text{ кН}$        $M = 5 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

64



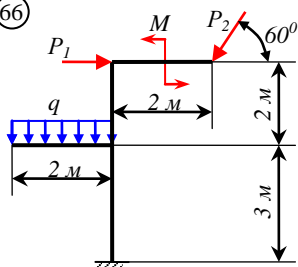
$P_1 = 4\sqrt{2} \text{ кН}$        $q = 2,5 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 5 \text{ кН}$        $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

65



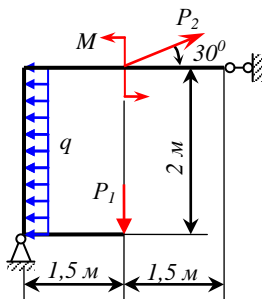
$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 8 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

66



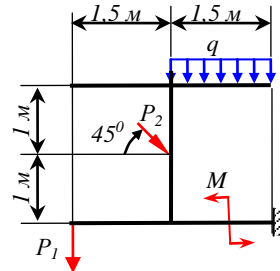
$P_1 = 1 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 5 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

67



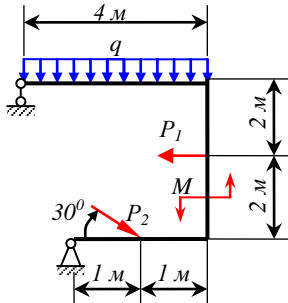
$P_1 = 2 \text{ кН}$        $q = 4 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 2 \text{ кН}$        $M = 8 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

68



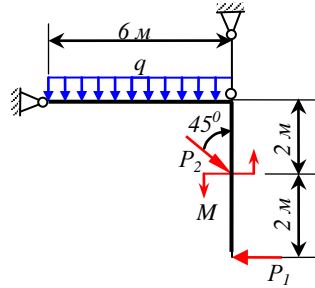
$P_1 = 8 \text{ кН}$        $q = 1 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 20 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

69



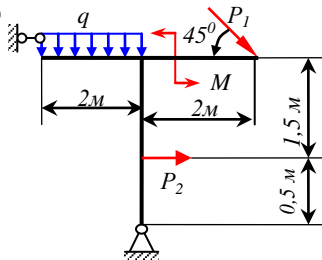
$P_1 = 5 \text{ кН}$        $q = 3 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

70



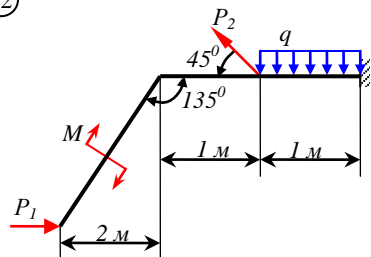
$P_1 = 2 \text{ кН}$        $q = 3 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 10 \text{ кН}$        $M = 10 \text{ кНм}$

71



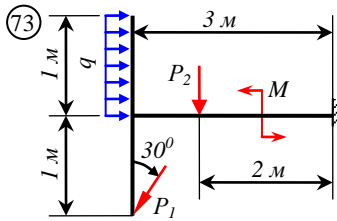
$P_1 = 8 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 12 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор

72

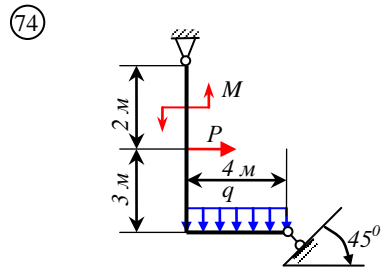


$P_1 = 9 \text{ кН}$        $q = 3 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 6 \text{ кН}$        $M = 5 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры

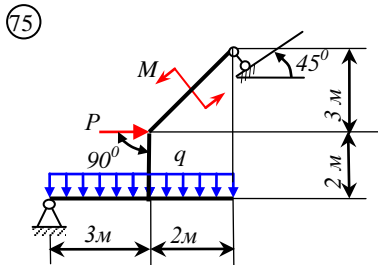
Варианты 73 – 78 задачи № 1



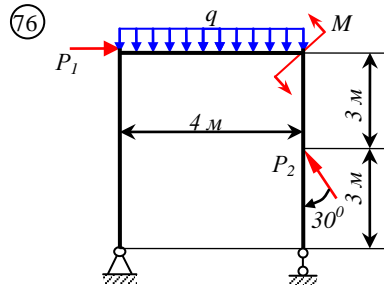
$P_1 = 5 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 4 \text{ кН}$        $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



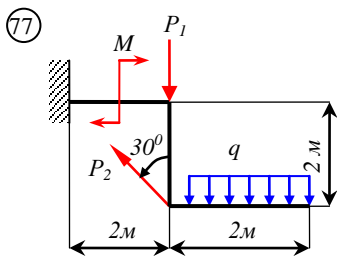
$P = 9 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $M = 6 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



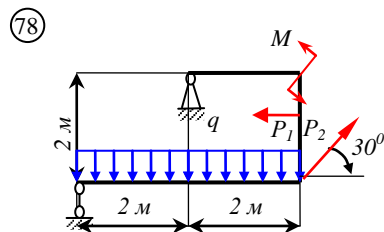
$P = 5 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



$P_1 = 2 \text{ кН}$        $q = 1,5 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 9 \text{ кН}$        $M = 7 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор



$P_1 = 6 \text{ кН}$        $q = 8 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 20 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опоры



$P_1 = 4 \text{ кН}$        $q = 2 \text{ кН/м}$   
 $P_2 = 3 \text{ кН}$        $M = 10 \text{ кНм}$   
 Найти реакции опор











## УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа студента-заочника в первом семестре состоит из двух частей:

- контрольной работы № 1, включающей в себя задачи 1–2 (статика)
- контрольной работы № 2, состоящей из задач 3–5 (кинематика).

Число задач может быть уменьшено решением кафедры, при согласовании с деканатом факультета заочного обучения. В этом случае студенты информируются дополнительным указанием.

Прежде чем приступить к решению задач, студент должен внимательно изучить следующие темы по учебнику (например, Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. –М.: Высш.шк., 1995).

### С т а т и к а

1. Основные типы связей и их реакции.
2. Момент силы, пара сил и их свойства.
3. Условия и уравнения равновесия для различных систем сил.

### К и н е м а т и к а

1. Кинематика точки.
2. Простейшие виды движения твердого тела (поступательное и вращение вокруг твердой оси).
3. Плоскопараллельное движение твердого тела.
4. Сложное движение точки.

Решения задач следует сопровождать краткими **комментариями**, рисунки должны выполняться аккуратно с **соблюдением масштаба**. Расчеты ведутся с точностью до **третьей** значащей цифры. Почерк должен быть **разборчивым**. Если записи допускают двойную трактовку или *плохо читаемы*, то они считаются **ошибочными**.

В тетради должны быть предусмотрены **поля** для замечаний проверяющего.