$\begin{matrix}\dot{u}=u\left(1-u\right)- uv,\\\dot{v}=-γv+kuv,\end{matrix}$

где *γ =* $\frac{c}{a} >0;$

 *k =* $\frac{d\*N}{a}$ *.*

 Найдем положение равновесия, для этого приравняем правую часть уравнения к нулю:

$$\begin{matrix}u\left(1-u\right)- uv=0,\\-γv+kuv=0.\end{matrix}$$

Получаем точки *А*$\left(\frac{γ}{k};1- \frac{γ}{k}\right)$, *В(1; 0),* O*(0; 0) -* это особые точки.

1. Рассмотрим точку А($\frac{γ}{k} , 1-\frac{γ}{k}) $.

Делаем замену: $\left\{\begin{array}{c}p=u- \frac{γ}{k} \\r=v-1+ \frac{γ}{k}\end{array}\right.$

$\dot{p }$=$\left(p+\frac{γ}{k}\right)\left(1-p-\frac{γ}{k}\right)-\left(p+\frac{γ}{k}\right)\left(r+1-\frac{γ}{k}\right)\~-\frac{γ}{k}p-\frac{γ}{k}r$

$\dot{r}=-γ\left(r+1-\frac{γ}{k}\right)+k\left(p+\frac{γ}{k}\right)\left(r+1-\frac{γ}{k}\right)\~ \left(k-γ\right)p$.

Получили линеаризованную систему

$$\left\{\begin{array}{c}\dot{p}=-\frac{γ}{k}p-\frac{γ}{k}r\\\dot{r}= \left(k-γ\right)p\end{array}\right.$$

A = $\left(\begin{matrix}-\frac{γ}{k}&-\frac{γ}{k}\\k-γ&0\end{matrix}\right)$

A – aE = $\left|\begin{matrix}-\frac{γ}{k}-a&-\frac{γ}{k}\\k-γ&-a\end{matrix}\right|= a^{2}+\frac{γ}{k}a+\frac{γ}{k}\left(k-γ\right)=0$

если $ \frac{γ}{k}$ < 1, то точка покоя асимптотически устойчива. Это может быть фокус ( если D<0 ) или узел ( если D>0 ).

* Если $ \frac{γ}{k}>1,$ то точка покоя неустойчива (узел либо седло)
* Если $ \frac{γ}{k}=1$, то точка покоя (центр) устойчива $(а\_{1}=-1, а\_{2}=0)$ , но не асимптотически.

**Задание!** Для случая $\frac{γ}{k}=1$ доказать периодичность решения и что точка покоя действительно устойчива, но не асимптотически, т.е. подобрать функцию Ляпунова.
Скорее всего, она будет квадратичная и положительно определенная.

V > 0

$\dot{V} $≤ 0.

Решение должно быть подробным со словами-связками и рисунками.