

Задача 01:

Для состояний энергии, волновое уравнение Шрёдингера можно разделить на временное и на стационарное.

- (1) Напишите уравнение Шрёдингера зависящее от времени и сделайте правильную подстановку и последующее разделение, чётко показывая два получившихся уравнения.
- (2) Напишите точную интерпретацию $\psi(x)$ с точки зрения вероятности.

Задача 02:

- (1) Пожалуйста используйте тождество $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ чтобы вывести одну из двух волновых уравнений электромагнетизма Максвелла, написанные в дифференциальной форме, для отсутствующего источника.

Предположим что кто-то выразил ответы электромагнитной волны в форме:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(kx + \omega t + \phi_1)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos(kx + \omega t + \phi_2)$$

$$\mathbf{E}_0 = E_{0x} \mathbf{i} + E_{0z} \mathbf{k} \text{ и}$$

$$\mathbf{B}_0 = B_{0x} \mathbf{i} + B_{0y} \mathbf{j} + B_{0z} \mathbf{k}$$

- (2) Покажите что \mathbf{B} не может иметь компоненты по направлению \mathbf{E} используя $\text{div } \mathbf{B}$ и $\text{div } \mathbf{E}$.
- (3) Укажите направление \mathbf{E}_0 , исходя из результата полученного во втором вопросе.
- (4) Пожалуйста вычислите $\text{curl } \mathbf{E}$ и $-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$. Используйте четвертое уравнение Максвелла чтобы показать что \mathbf{B} не может иметь компонентов по направлению \mathbf{E} .

Задача 03:

Электрон имеет энергию равную 13.6 eV.

- (1) Какая длина волны де Бройля у электрона?
- (2) Представьте что электрон в состоянии наименьшей энергии в одномерной потенциальной яме. Какой размер у этой ямы?
- (3) Какая верхняя и нижняя грань у x компонента количества движения электрона? Исходя из принципа неопределённости Гейзенберга, какая будет соответствующая неопределенность в определении x компонента электрона?

Задача 04:

Частица с массой m помещена в одномерную с бесконечно высокими стенками, яму. Яма имеет длину L и характеризуется как:

$$x \leq 0, V(x) = \infty$$

$$0 < x < L, V(x) = V_0, \text{ где } V_0 \text{ постоянная}$$

$$x \geq L, V(x) = \infty .$$

- (1) Пожалуйста решите стационарное уравнение Шрёдингера и нормализуйте чтобы найти волновую функцию для частицы.
- (2) Пожалуйста найдите энергетические уровни соответствующие волновым функциям в первом вопросе.
- (3) Пожалуйста прикиньте приблизительно вероятность нахождения частицы в интервале шириной $\Delta x = 0.01L$ когда $x = L/2$ для состояние наименьшей энергии. Снова прикиньте приблизительно вероятность для той же частицы в состоянии наименьшей энергии в том же интервале но когда $x = 3L/4$. (Считайте что ширина интервала достаточна узкая что интегрирование не нужно.)

Задача 05:

Представим частицу с массой m в движении с потенциальной энергией

$$V = (1/2)kx^2 .$$

- (1) Покажите, прямой подстановкой во времени-зависимое уравнение Шрёдингера, что такая частица может быть характеризована функцией состояния

$$\psi(x) = \psi_0 \exp(-ax^2), \text{ где } a \text{ и } \psi_0 \text{ постоянные.}$$

- (2) Найдите энергию которая соответствует состоянию частицы в первом вопросе с точки зрения ω , где

$$\omega = \sqrt{k/m} .$$

Задача 06:

Атом водорода содержит протон заряда e , и электрон заряда $-e$ и массой m . Уравнение водорода

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0$$

- (1) Покажите прямой подстановкой что $Ce^{-(r/a)}$, (a , постоянная) является ответом уравнения для состояния наименьшей энергии.
- (2) Используйте первый вопрос чтобы получить число для постоянной a и для состояния наименьшей энергии.
- (3) Волновые функции водорода очень часто описывают используя символ ψ_{nlm} . Используя этот символ, напишите список всех волновых функций для состояний с |энергией| равной $1/9$ наименьшей энергии.
- (4) Напишите список всех волновых функций третьего вопроса которые относятся к $3p$ атомной орбитали.
- (5) Электрон в водороде имеет угловой момент $4.72 \times 10^{-34} \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Пожалуйста найдите самое больше значение z — компонента углового момента.