

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ

275

Кафедра теоретической и общей электротехники

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Индивидуальные задания и методические указания к
лабораторно-практическим занятиям

МОДУЛЬ 8. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Составители: канд. техн. наук,
доценты Ф.Д. Косоухов, В.Ф. Петров

Ленинград
1990

ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ МОДУЛЯ

1. Причины возникновения несинусоидальных токов и напряжений в электрических цепях.
2. Разложение периодических несинусоидальных токов и напряжений в ряд Фурье.
3. Свойства периодических кривых токов и напряжений, обладающих симметрией относительно оси абсцисс, или оси ординат, или начала координат.
4. Действующие значения несинусоидальных токов и напряжений.
5. Мощность электрической цепи при периодических несинусоидальных токах и напряжениях.
6. Метод расчета линейной электрической цепи при несинусоидальных токах и напряжениях.
7. Влияние параметров электрической цепи на форму кривой тока и напряжения.
8. Резонанс при несинусоидальных токах и напряжениях.
9. Резонансные электрические фильтры.
10. Высшие гармоники в трехфазных электрических цепях.
11. Особенности работы трехфазных цепей, вызываемые гармониками, кратными трем.

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

Задача I. Дано: параметры цепи (рис. I): $R = 6 \text{ Ом};$

$$L = 6,37 \text{ мГн};$$

$$C = 176,93 \text{ мкФ}.$$

К входным зажимам цепи подведено несинусоидальное напряжение, заданное в виде следующего ряда Фурье:

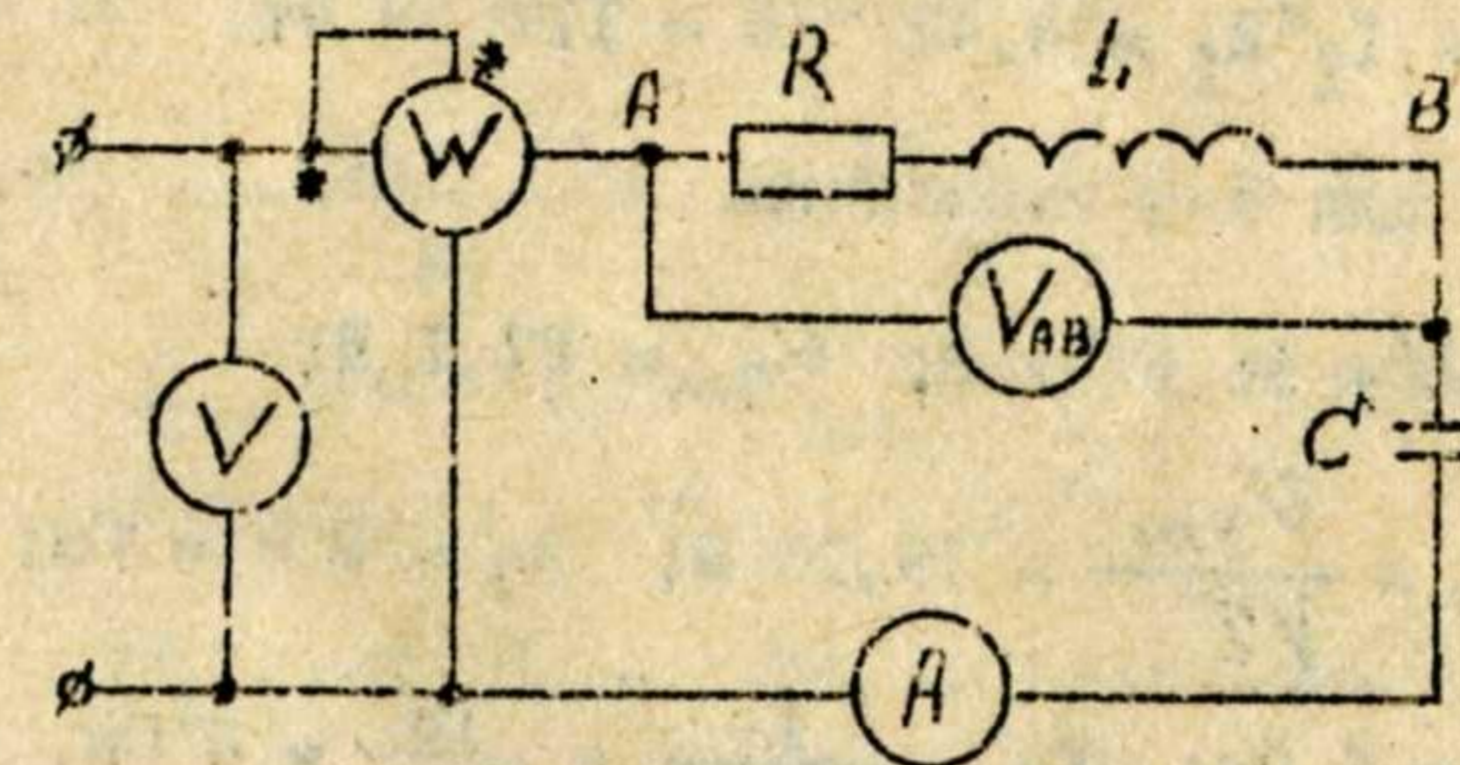


Рис. I.

$$u = 107 \sin(\omega t - 13,33^\circ) + 27,1 \sin(3\omega t + 56,67^\circ) + 7,51 \sin(5\omega t - 131^\circ) \text{ В.}$$

Частота основной гармоники $f = 50 \text{ Гц}.$

Определить показание приборов, указанных на схеме (рис. I)

Рекомендовано к изданию методической комиссией инженерного факультета (протокол № 9 от 12 июня 1990 г.).

Для студентов инженерного факультета специальности ЭИИ4.

1), и построить кривые входного напряжения и тока цепи как функции времени.

Решение:

1) Расчет цепи для 1-й гармоники.

$$u_1 = 107 \sin(\omega t - 13,33^\circ) \text{ В}; U_{1m} = 107 \text{ В}; \varphi_{1u} = -13,33^\circ.$$

$$U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = 75,66 \text{ В}; R_1 = R = 6 \text{ Ом}; X_{1L} = \omega L = 2\pi f \cdot L = 314 \cdot 6,37 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ Ом}; X_{1C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 176,93 \cdot 10^{-6}} = 18 \text{ Ом}.$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{1L} - X_{1C})^2} = \sqrt{6^2 + (2 - 18)^2} = 17,09 \text{ Ом};$$

$$Z_{1AB} = \sqrt{R_1^2 + X_{1L}^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6,32 \text{ Ом};$$

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1} = \frac{107}{17,09} = 6,26 \text{ А}; I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} = 4,427 \text{ А};$$

$$U_{1AB} = I_1 Z_{1AB} = 4,427 \cdot 6,32 = 27,98 \text{ В};$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{X_{1L} - X_{1C}}{R_1} = \frac{2 - 18}{6} = -2,67; \varphi_1 = -69,44^\circ;$$

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_{1u} - \varphi_1) = 6,26 \sin(\omega t - 13,33^\circ + 69,44^\circ) = 6,26 \sin(\omega t + 56,11^\circ) \text{ А}.$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = I_1^2 R_1 = 4,427^2 \cdot 6 = 117,59 \text{ Вт}.$$

2) Расчет цепи для 3-й гармоники.

$$u_3 = 27,1 \sin(3\omega t + 56,67^\circ) \text{ В}; U_{3m} = 27,1 \text{ В};$$

$$\varphi_{3u} = 56,67^\circ; U_3 = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = 19,16 \text{ В}; R_3 = R = 6 \text{ Ом};$$

$$X_{3L} = 3\omega L = 3 \cdot 2 = 6 \text{ Ом}; X_{3C} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{16}{3} = 6 \text{ Ом}.$$

В цепи резонанс напряжений для 3-й гармоники, так как $X_{3L} = X_{3C}$.

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (X_{3L} - X_{3C})^2} = R_3 = 6 \text{ Ом};$$

$$Z_{3AB} = \sqrt{R_3^2 + X_{3L}^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,485 \text{ Ом};$$

?

$$I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_3} = \frac{27,1}{6} = 4,517 \text{ А}; I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}} = 3,194 \text{ А};$$

$$U_{3AB} = I_3 Z_{3AB} = 3,194 \cdot 8,485 = 27,1 \text{ В};$$

$$\tan \varphi_3 = \frac{X_{3L} - X_{3C}}{R_3} = \frac{6 - 6}{6} = 0; \varphi_3 = 0.$$

$$i_3 = I_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_{3u} - \varphi_3) = 4,517 \sin(3\omega t + 56,67^\circ) \text{ А}.$$

$$P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = I_3^2 R_3 = 3,194^2 \cdot 6 = 61,21 \text{ Вт}.$$

3) Расчет цепи для 5-й гармоники.

$$u_5 = 7,51 \sin(5\omega t - 131^\circ) \text{ В}; U_{5m} = 7,51 \text{ В}; \varphi_{5u} = -131^\circ;$$

$$U_5 = \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}} = 5,31 \text{ В}; R_5 = R = 6 \text{ Ом}; X_{5L} = 5\omega L = 5 \cdot 2 = 10 \text{ Ом}; X_{5C} = \frac{1}{5\omega C} = \frac{16}{5} = 3,6 \text{ Ом};$$

$$Z_5 = \sqrt{R_5^2 + (X_{5L} - X_{5C})^2} = \sqrt{6^2 + (10 - 3,6)^2} = 8,773 \text{ Ом};$$

$$Z_{5AB} = \sqrt{R_5^2 + X_{5L}^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11,66 \text{ Ом};$$

$$I_{5m} = \frac{U_{5m}}{Z_5} = \frac{7,51}{8,773} = 0,856 \text{ А}; I_5 = \frac{I_{5m}}{\sqrt{2}} = 0,605 \text{ А};$$

$$U_{5AB} = I_5 Z_{5AB} = 0,605 \cdot 11,66 = 7,058 \text{ В};$$

$$\tan \varphi_5 = \frac{X_{5L} - X_{5C}}{R_5} = \frac{10 - 3,6}{6} = 1,067; \varphi_5 = 46,85^\circ.$$

$$i_5 = I_{5m} \sin(5\omega t + \varphi_{5u} - \varphi_5) = 0,856 \sin(5\omega t - 131^\circ - 46,85^\circ) = 0,856 \sin(5\omega t - 177,85^\circ) \text{ А};$$

$$P_5 = U_5 I_5 \cos \varphi_5 = I_5^2 R_5 = 0,605^2 \cdot 6 = 2,2 \text{ Вт}.$$

4) Расчет несинусоидальных токов и напряжений.

Мгновенное значение несинусоидального тока

$$i = i_1 + i_3 + i_5 = 6,26 \sin(\omega t + 56,11^\circ) + 4,517 \sin(3\omega t + 56,67^\circ) + 0,856 \sin(5\omega t - 177,85^\circ) \text{ А}.$$

Показание амперметра А равно действующему значению несин-

нелинейного тока

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{4,427^2 + 3,194^2 + 0,605^2} = 5,492 \text{ А.}$$

Показание вольтметра V равно действующему значению не-
синусоидального входного напряжения

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{75,66^2 + 19,16^2 + 5,31^2} = 78,23 \text{ В.}$$

Показание вольтметра V_{AB} равно действующему значению
нелинейного напряжения на участке цепи AB

$$U_{AB} = \sqrt{U_{1AB}^2 + U_{3AB}^2 + U_{5AB}^2} = \sqrt{27,98^2 + 27,1^2 + 7,058^2} = 39,59 \text{ В.}$$

Показание ваттметра равно активной мощности, расходуемой
в цепи на нагрев сопротивления R нелинейным током

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = 117,59 + 61,21 + 2,2 = 181 \text{ Вт.}$$

Для построения кривых u, i , как функций времени, целе-
сообразно начальные фазы высших гармоник напряжения и тока
выразить в масштабе основной (первой) гармоники. С этой целью
выражения для мгновенных значений напряжения и тока записы-
ваем в следующем виде:

$$u = 107 \sin(\omega t - 13,33^\circ) + 27,1 \sin 3\omega t + 18,89^\circ + 7,51 \sin 5(\omega t - 26,2^\circ) \text{ В;}$$

$$i = 6,26 \sin(\omega t + 56,11^\circ) + 4,517 \sin 3\omega t + 18,89^\circ + 0,856 \sin 5(\omega t - 35,57^\circ) \text{ А.}$$

При построении кривых (рис. 2) необходимо помнить, что
период K -той гармоники в масштабе периода первой гармоники
в K раз меньше, чем для 1 -й гармоники, т.е.

$$\omega T_3 = \frac{2\pi}{3} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ; \quad \omega T_5 = \frac{2\pi}{5} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Задача 2. Дано: параметры цепи (рис. 3): $R = 50 \text{ Ом};$
 $L = 15,93 \text{ мГн}; C = 70,77 \text{ мкФ}.$
Частота основной гармоники $f = 50 \text{ Гц}.$ Напряжение на входе
цепи нелинейно $u = (200 + 100 \sin 3\omega t) \text{ В}.$

Определить показания приборов, указанных на схеме
(рис. 3).

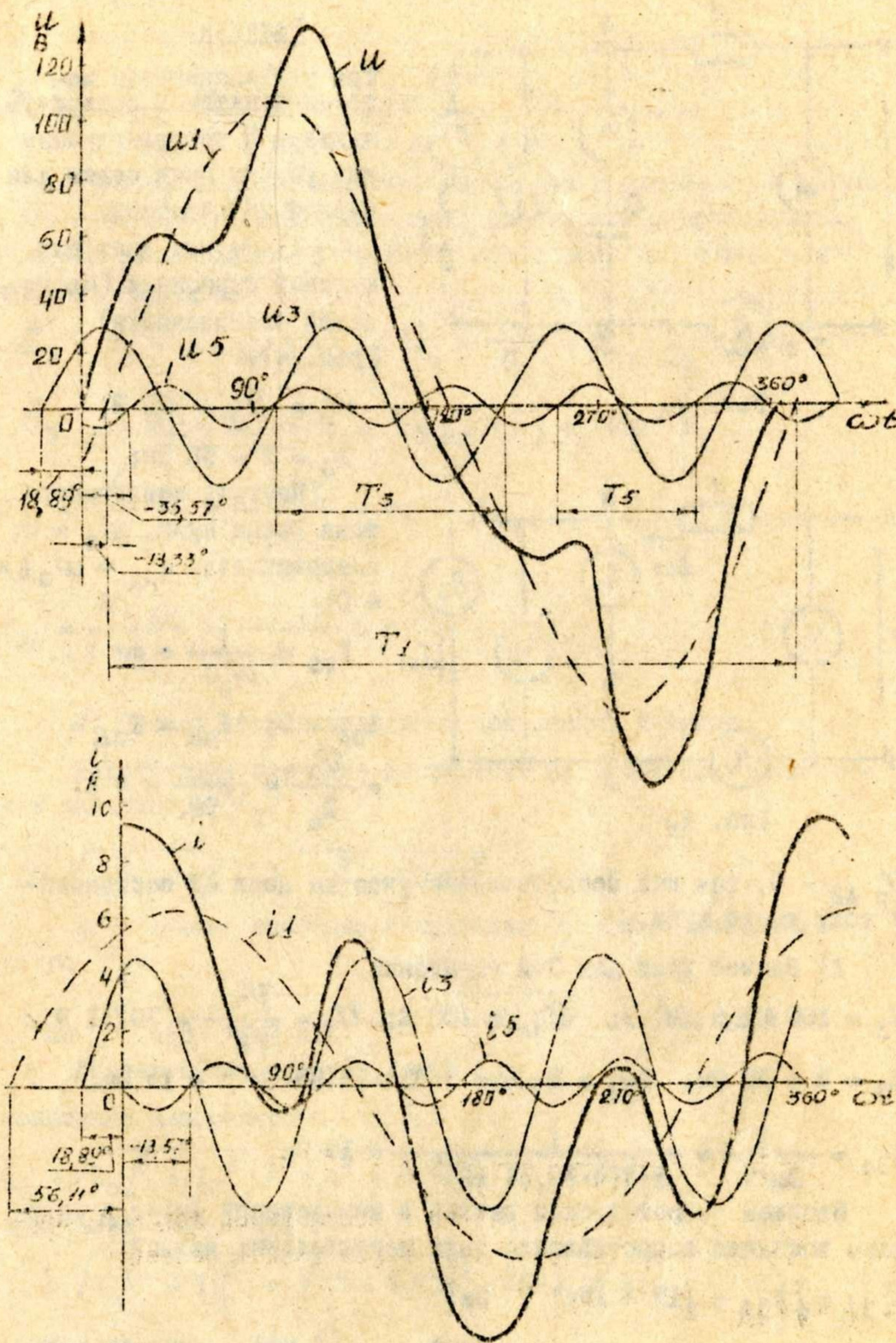


Рис. 2.

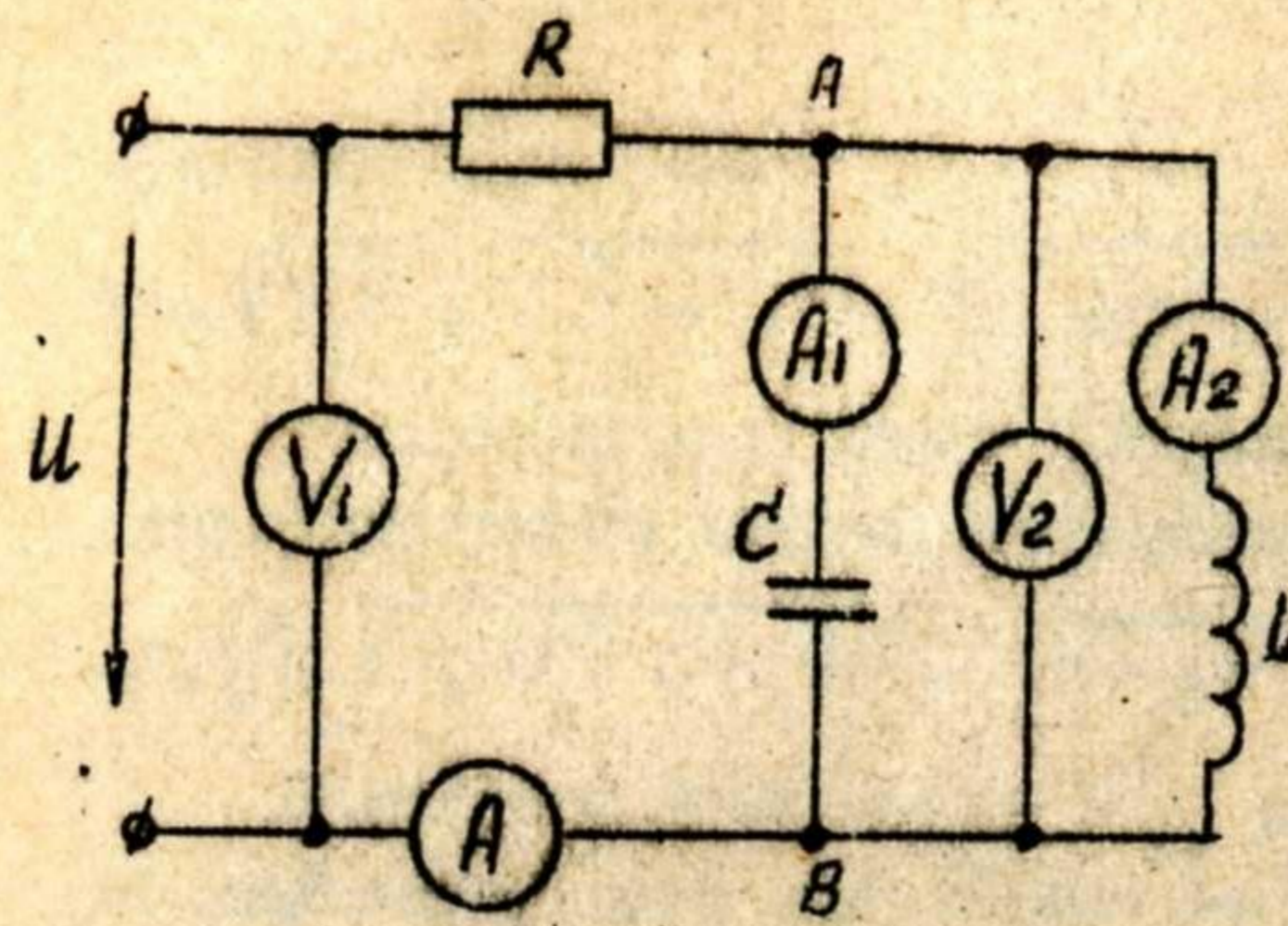


Рис. 3.

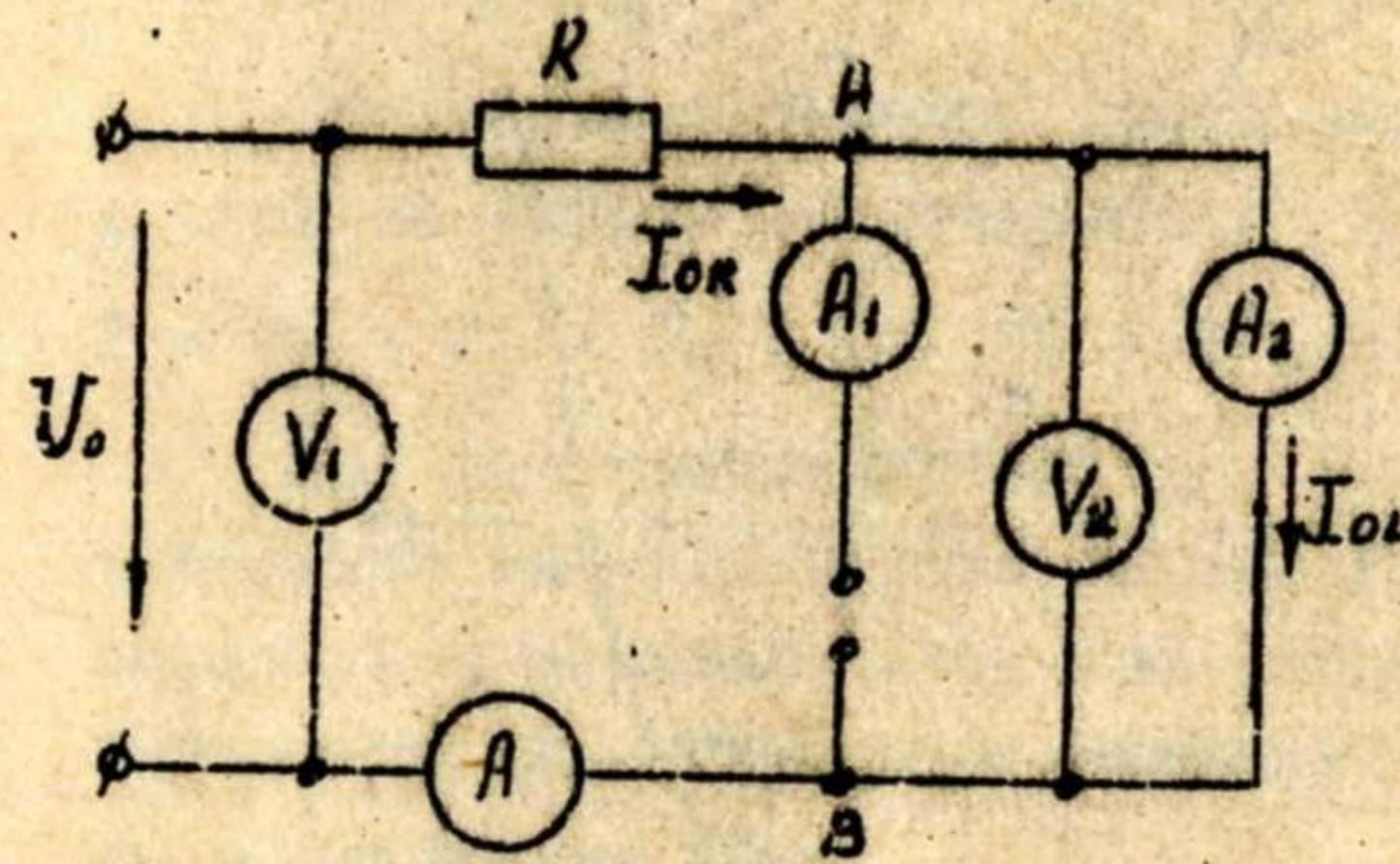


Рис. 4.

Решение:

Так как напряжение источника питания содержит нулевую и третью гармоники, расчет цепи ведем для каждой из гармоник.

1) Расчет цепи для нулевой гармоники (постоянной составляющей) (рис. 4).

$$u_0 = U_0 = 200 \text{ В};$$

$$R_0 = R = 50 \text{ Ом};$$

Частота постоянного тока равна нулю, $\omega_0 = 0$, следовательно $X_{0L} = \omega_0 L = 0$;

$$X_{0C} = \frac{1}{\omega_0 C} = \infty;$$

$$I_{0C} = 0; \quad I_{0R} = I_{0L} = \frac{U_0}{R_0} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А};$$

$U_{0AB} = 0$, так как сопротивление участка цепи АВ постоянно-му току равно нулю.

2) Расчет цепи для 3-й гармоники.

$$u_3 = 100 \sin 3\omega t \text{ В}; \quad U_{3m} = 100 \text{ В}; \quad U_3 = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = 70,71 \text{ В};$$

$$R_3 = R = 50 \text{ Ом}; \quad X_{3L} = 3\omega L = 3 \cdot 314 \cdot 15,93 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом};$$

$$X_{3C} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 70,77 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом}.$$

Запишем сопротивления ветвей в комплексной форме и определим комплекс сопротивления двух параллельных ветвей:

$$Z_{3L} = jX_{3L} = j15 = 15e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{3C} = -jX_{3C} = -j15 = 15e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{3AB} = \frac{Z_{3L} \cdot Z_{3C}}{Z_{3L} + Z_{3C}} = \frac{15e^{j90^\circ} \cdot 15e^{-j90^\circ}}{j15 - j15} = \infty.$$

Участок цепи АВ содержит идеальные конденсатор и катушку (без потерь), имеющие одинаковые реактивные сопротивления, т.е. на этом участке цепи имеет место резонанс токов для третьей гармоники.

$$Z_3 = R_3 + Z_{3AB} = \infty; \quad I_{3R} = \frac{U_3}{Z_3} = 0; \quad U_{3R} = I_{3R} R_3 = 0;$$

$$\dot{U}_{3AB} = \dot{U}_3 - \dot{U}_{3R} = \dot{U}_3; \quad U_{3AB} = U_3 = 70,71 \text{ В};$$

$$I_{3C} = \frac{U_{3AB}}{X_{3C}} = \frac{70,71}{15} = 4,714 \text{ А};$$

$$I_{3L} = \frac{U_{3AB}}{X_{3L}} = \frac{70,71}{15} = 4,714 \text{ А}.$$

3) Расчет несинусоидальных напряжений и токов.

Действующее значение напряжения на входе цепи (показание вольтметра V_1)

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_3^2} = \sqrt{200^2 + 70,71^2} = 212,1 \text{ В}.$$

Действующее значение напряжения U_{AB} (показание вольтметра V_2)

$$U_{AB} = \sqrt{U_{0AB}^2 + U_{3AB}^2} = \sqrt{0 + 70,71^2} = 70,71 \text{ В}.$$

Действующие значения токов I_R, I_L, I_C :

показание амперметра А

$$I_R = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{3R}^2} = \sqrt{4^2 + 0} = 4 \text{ А};$$

показание амперметра A_1

$$I_C = \sqrt{I_{0C}^2 + I_{3C}^2} = \sqrt{0 + 4,714^2} = 4,714 \text{ А};$$

показание амперметра A_2

$$I_L = \sqrt{I_{0L}^2 + I_{3L}^2} = \sqrt{4^2 + 4,714^2} = 6,182 \text{ А}.$$

Задача 3. Дано: фазное напряжение симметричного генератора, к которому подключен симметричный электроприемник, задано следующим выражением:

$u_{\phi} = (120 + 100 \sin \omega t + 70 \sin 3\omega t)$ В. Сопротивления отдельных фаз приемника для токов I-й гармоники

$$\begin{aligned} Z_{Ia} = Z_{Ib} = Z_{Ic} &= 6 + j8 = \\ &= 10e^{j53,13^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Определить показания всех приборов, указанных на схеме (рис. 5) при наличии и отсутствии нулевого провода.

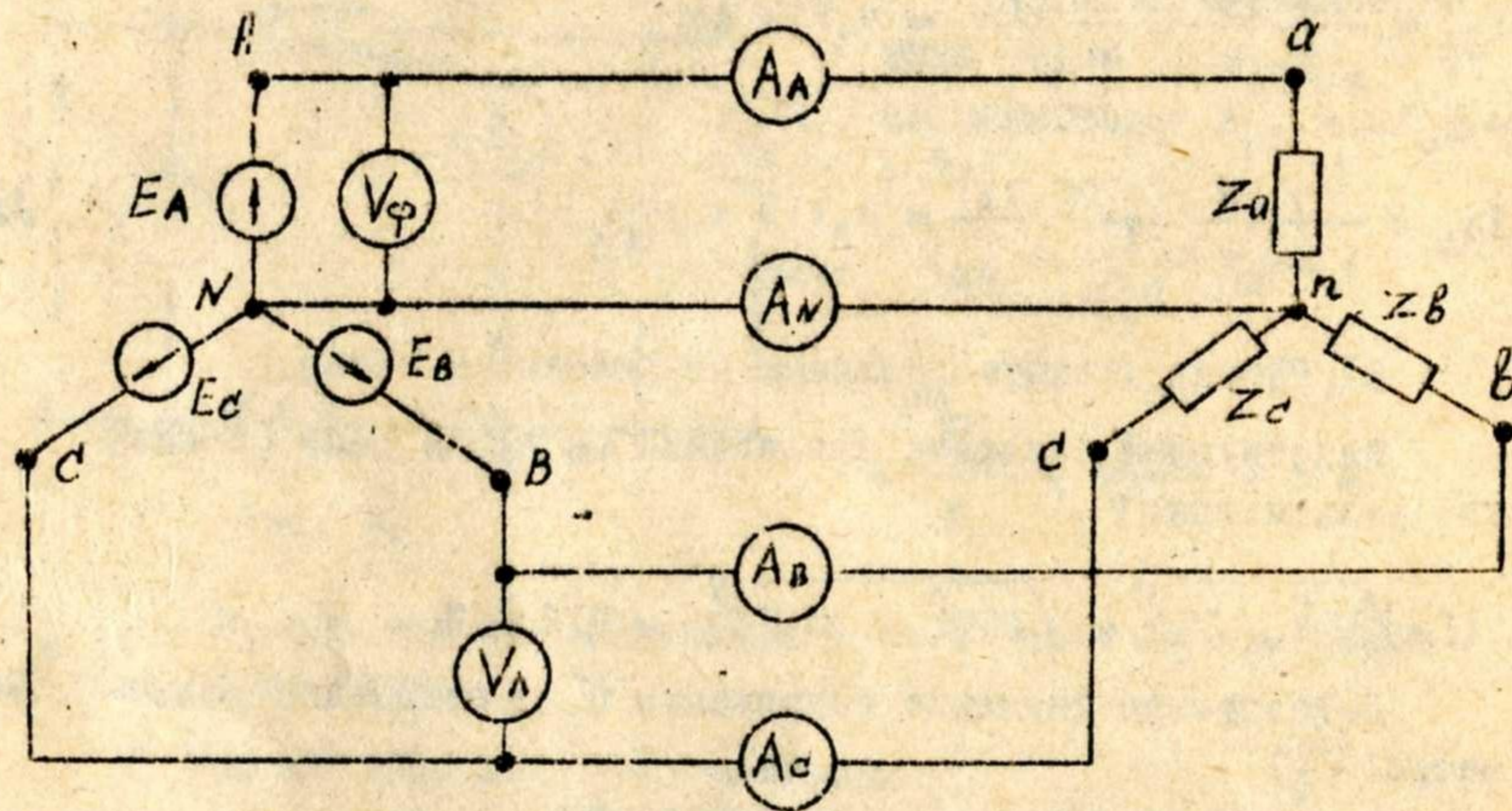


Рис. 5.

Решение:

3.1. Нулевой провод включен.

1) Расчет цепи для нулевой гармоники.

Так как приемник симметричный, система фазных напряжений приемника будет такой же как и система фазных напряжений генератора

$$U_{0A} = U_{0a} = 120 \text{ В; } U_{0B} = U_{0b} = 120 \text{ В; } U_{0C} = U_{0c} = 120 \text{ В;}$$

$$U_{0a} = U_{0b} = U_{0c} = U_{0\phi} = 120 \text{ В.}$$

Линейное напряжение для нулевой гармоники равно нулю, так как, например $U_{0AB} = U_{0A} - U_{0B} = 0$, т.е. $U_{0L} = 0$.

Сопротивления приемника для нулевой гармоники:

$$R_0 = R = 6 \text{ Ом; } X_{0L} = 0, \text{ так как } \omega_0 = 0.$$

$$I_{0A} = I_{0B} = I_{0C} = I_0 = \frac{U_{0\phi}}{R_0} = \frac{120}{6} = 20 \text{ А.}$$

Ток в нулевом проводе

$$I_{0N} = 3 \cdot I_0 = 3 \cdot 20 = 60 \text{ А.}$$

2) Расчет цепи для первой гармоники.

$$u_I = 100 \sin \omega t; \quad U_{Im} = 100 \text{ В; } U_{I\phi} = \frac{U_{Im}}{\sqrt{2}} = 70,71 \text{ В.}$$

Система напряжений генератора для первой гармоники изображена на диаграмме (рис. 6):

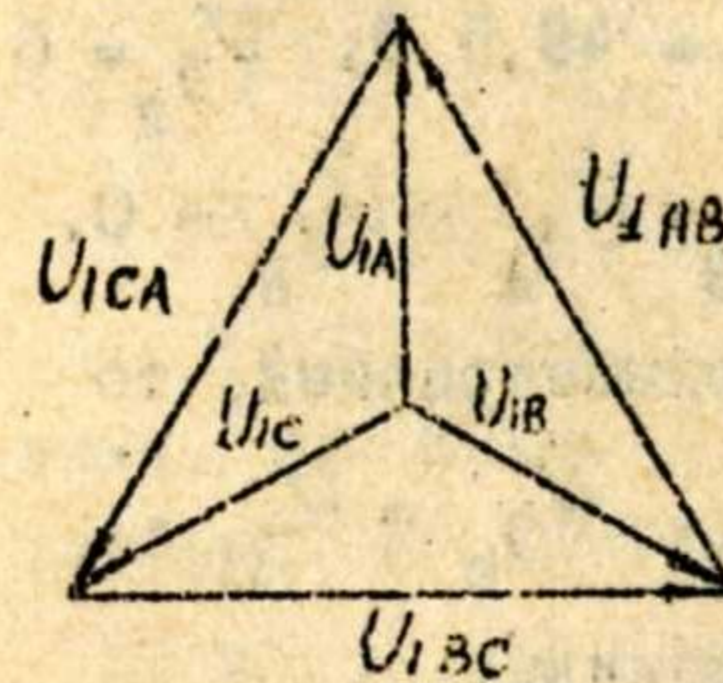


Рис. 6.

$$\dot{U}_{IA} = 70,71 \text{ В; } \dot{U}_{IB} =$$

$$= 70,71e^{-j120^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{IC} = 70,71e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{U}_{IAB} = \dot{U}_{IA} - \dot{U}_{IB} = U_{I\phi} e^{j30^\circ}, \text{ где}$$

$$U_{I\phi} = \sqrt{3} U_{I\phi} = \sqrt{3} \cdot 70,71 = 122,47 \text{ В.}$$

Для I-й гармоники режим работы цепи симметричный, поэтому $\dot{U}_{Ia} = \dot{U}_{IA}; \dot{U}_{Ib} = \dot{U}_{IB}; \dot{U}_{Ic} = \dot{U}_{IC}$.

Фазные (линейные) токи:

$$\dot{I}_{IA} = \frac{\dot{U}_{Ia}}{Z_{Ia}} = \frac{70,71}{10e^{j53,13^\circ}} = 7,071e^{-j53,13^\circ} = (4,243 - j5,657) \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{IB} = \frac{\dot{U}_{Ib}}{Z_{Ib}} = \frac{70,71e^{-j120^\circ}}{10e^{j53,13^\circ}} = 7,071e^{-j173,13^\circ} =$$

$$= (-7,020 - j0,8458) \text{ А;}$$

$$\dot{i}_{I_C} = \frac{\dot{U}_{I_C}}{Z_{I_0}} = \frac{70,71e^{j120^\circ}}{10e^{j53,13^\circ}} = 7,071e^{j66,87^\circ} = (2,778 + j6,503) \text{ A,}$$

таким образом $I_{I_A} = I_{I_B} = I_{I_C} = I_I = 7,071 \text{ A.}$

Ток в нулевом проводе

$$\dot{i}_{I_N} = \dot{i}_{I_A} + \dot{i}_{I_B} + \dot{i}_{I_C} = 4,243 - j5,657 - 7,020 - j0,8458 + 2,778 + j6,503 \approx 0, \quad I_{I_N} = 0.$$

3) Расчет цепи для третьей гармоники.

$$u_3 = 70 \sin 3\omega t; \quad U_{3m} = 70 \text{ В; } \psi_{3u} = 0; \quad U_{3\phi} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = 49,5 \text{ В.}$$

Фазные напряжения генератора третьей гармоники создают систему напряжений нулевой последовательности (рис. 7):

$$\dot{U}_{3A} = \dot{U}_{3B} = \dot{U}_{3C} = \dot{U}_{3\phi} = 49,5 \text{ В; } U_{3L} = 0, \text{ так как, например, } \dot{U}_{3AB} = \dot{U}_{3A} - \dot{U}_{3B} = 0. \text{ Так как приемник симметричный, то } \dot{U}_{3\alpha} = \dot{U}_{3A}; \dot{U}_{3\beta} = \dot{U}_{3B}; \dot{U}_{3\gamma} = \dot{U}_{3C}.$$

Рис. 7.

Сопротивления приемника для 3-й гармоники:

$$R_3 = R = 6 \text{ Ом; } X_{3L} = 3X_{I_L} = 3 \cdot 8 = 24 \text{ Ом;}$$

$$Z_3 = 6 + j24 = 24,74e^{j75,96^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\dot{i}_{3A} = \dot{i}_{3B} = \dot{i}_{3C} = \dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{3\phi}}{Z_3} = \frac{49,5}{24,74e^{j75,96^\circ}} = 2e^{-j75,96^\circ} =$$

$$= (0,485 - j1,940) \text{ A; } I_3 = 2 \text{ A.}$$

$$\dot{i}_{3N} = \dot{i}_{3A} + \dot{i}_{3B} + \dot{i}_{3C} = 3 \cdot \dot{i}_3 = 6e^{-j75,96^\circ} \text{ A; } I_{3N} = 6 \text{ A.}$$

4) Определяем действующие значения несинусоидальных напряжений и токов:

показание вольтметра V_ϕ , включенного на фазное напряжение генератора

10

$$U_\phi = \sqrt{U_{0\phi}^2 + U_{I\phi}^2 + U_{3\phi}^2} = \sqrt{120^2 + 70,71^2 + 49,5^2} = 147,82 \text{ В;}$$

показание вольтметра V_L , включенного на линейное напряжение генератора

$$U_L = \sqrt{U_{0L}^2 + U_{IL}^2 + U_{3L}^2} = \sqrt{0 + 122,47^2 + 0} = 122,47 \text{ В.}$$

Сравнивая показания вольтметров V_ϕ и V_L , видим, что при несинусоидальном характере напряжений линейное напряжение может быть меньше фазного, так как в линейном напряжении отсутствуют нулевая, третья и кратные 3 гармоники.

Показания амперметров A_A, A_B, A_C , включенных в линейные провода

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{I_0^2 + I_I^2 + I_3^2} = \sqrt{20^2 + 7,071^2 + 2^2} = 21,31 \text{ A.}$$

Показание амперметра A_N , включенного в нулевой провод

$$I_N = \sqrt{I_{0N}^2 + I_{IN}^2 + I_{3N}^2} = \sqrt{60^2 + 0 + 6^2} = 60,3 \text{ A.}$$

3.2. Нулевой провод отключен.

1) Показания вольтметров V_ϕ и V_L останутся неизменными, так как они включены на зажимы генератора, напряжение которого не изменится в случае обрыва нулевого провода.

2) Так как токи нулевой и третьей гармоник замыкаются по нулевому проводу, то при его обрыве размыкается цепь токов этих гармоник, поэтому $I_0 = 0, I_3 = 0$.

3) Режим работы трехфазной цепи для токов 1-й гармоники не изменится при обрыве нулевого провода, так как цепь симметричная.

Показания амперметров A_A, A_B, A_C

$$I_A = I_B = I_C = I_I = 7,071 \text{ A.}$$

Задача 4. Разложить в тригонометрический ряд Фурье периодическую функцию напряжения, рис. 8. Принять $T = 0,01 \text{ с, } U_m = 100 \text{ В.}$

Задача 5. Дано: параметры цепи (рис. 9): $R_I = 50 \text{ Ом; } L = 2 \text{ мГн.}$ К входным зажимам приложено несинусоидальное напряжение $u = (20 \sin 5000t + 10 \sin 15000t) \text{ В.}$

11

Определить:

1) емкости конденсаторов C_1 и C_2 , при которых цепь настроена в резонанс напряжений для первой гармоники и не пропускает ток третьей гармоники;

2) выражения мгновенных значений токов и напряжения на параллельном участке цепи;

3) действующие значения токов, напряжения на параллельном участке цепи, активную мощность электрической цепи.

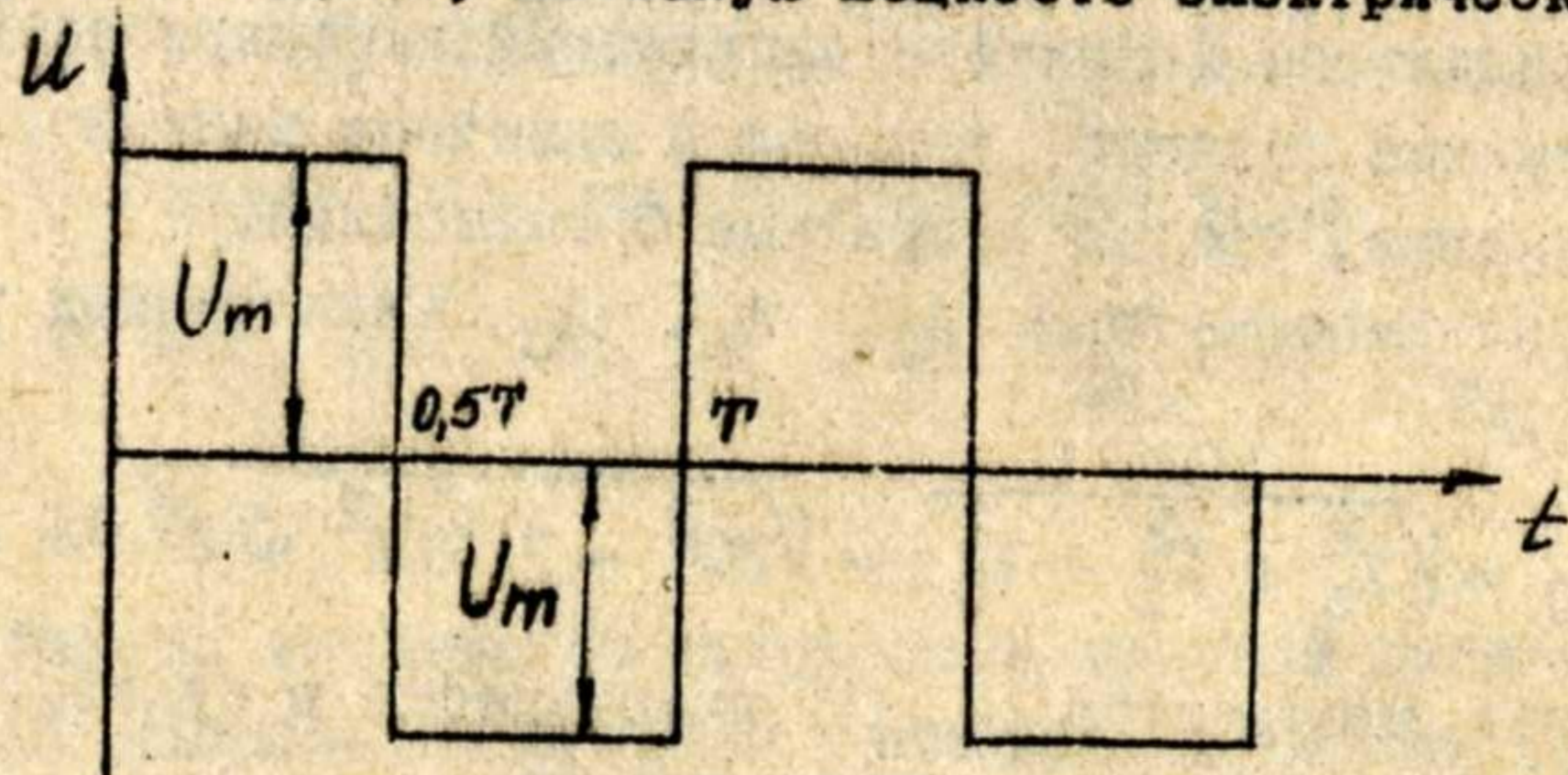


Рис. 8.

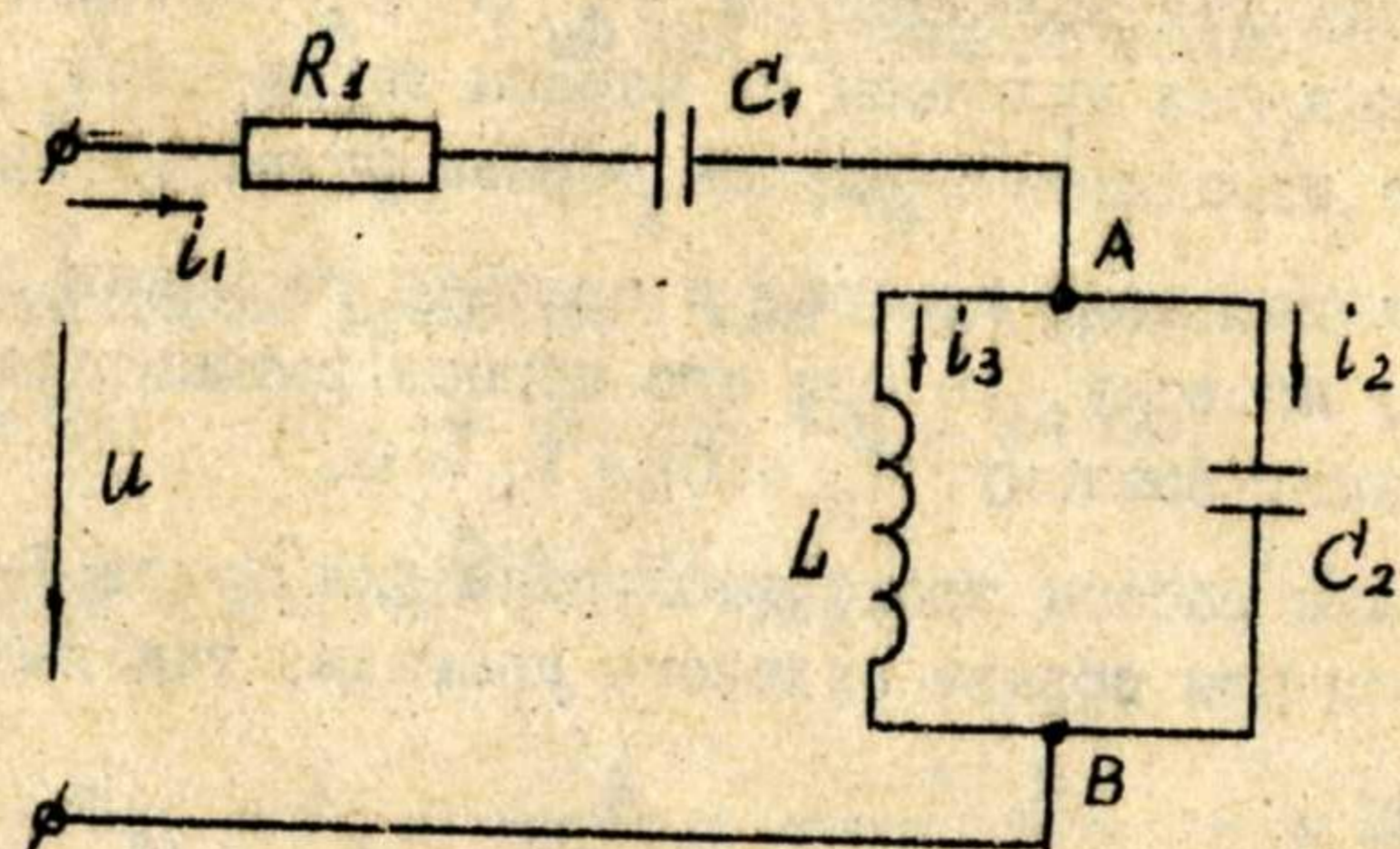


Рис. 9.

Задача 6. Дано: параметры цепи (рис. 10): $R_1 = 40 \text{ Ом}$;
 $R_2 = 60 \text{ Ом}$; $\omega_1 L_1 = 30 \text{ Ом}$;
 $\omega_1 L_2 = 60 \text{ Ом}$; $\omega_1 M = 20 \text{ Ом}$. К входным зажимам приложено напряжение $u = (100 + 70,7 \sin \omega_1 t) \text{ В}$.

Определить: выражения мгновенных токов i_1 и i_2 .

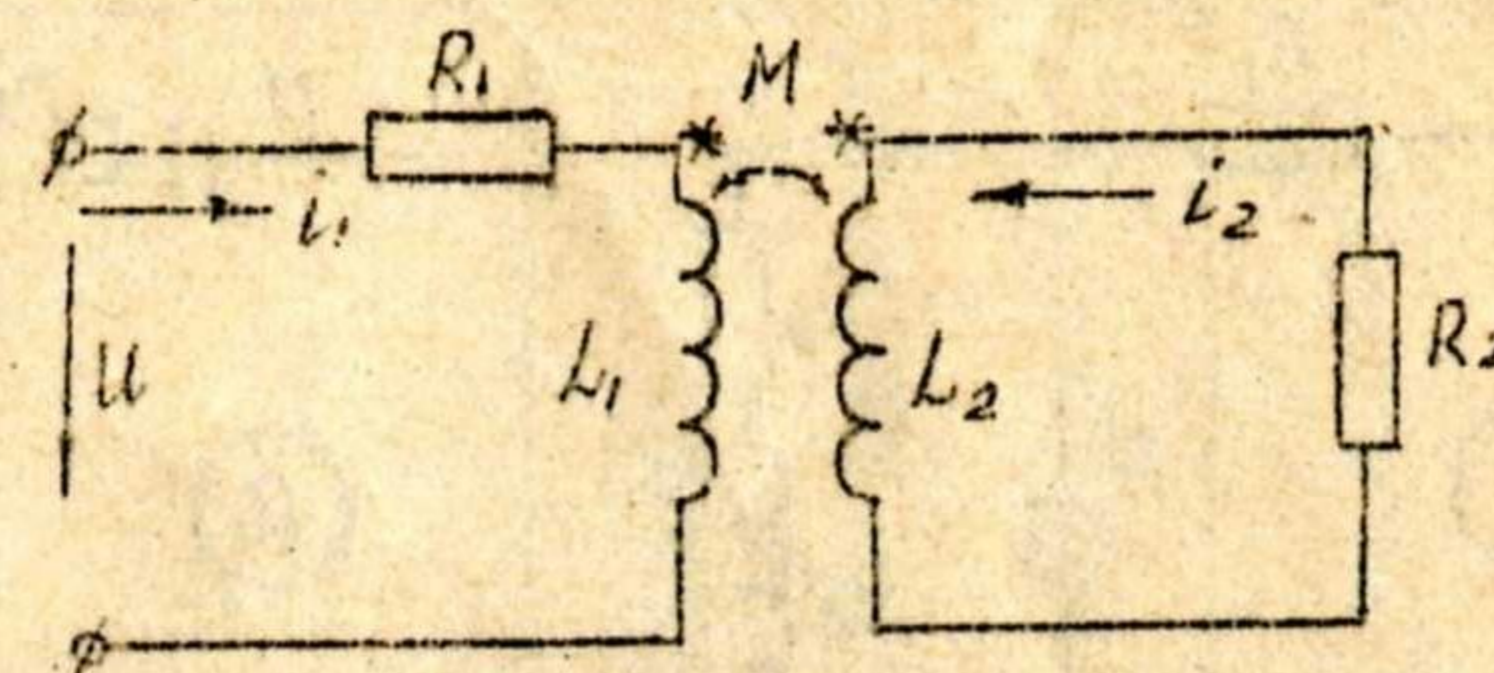


Рис. 10.

Задача 7. Дано: напряжение фазы А симметричного трехфазного генератора

$$u_A = [200\sqrt{2} \sin \omega t + 100\sqrt{2} \sin 3\omega t + 50\sqrt{2} \sin 5\omega t] \text{ В.}$$

Трехфазный приемник симметричен

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = 50 e^{j0^\circ} \text{ Ом, (рис. 11).}$$

Определить показания приборов.

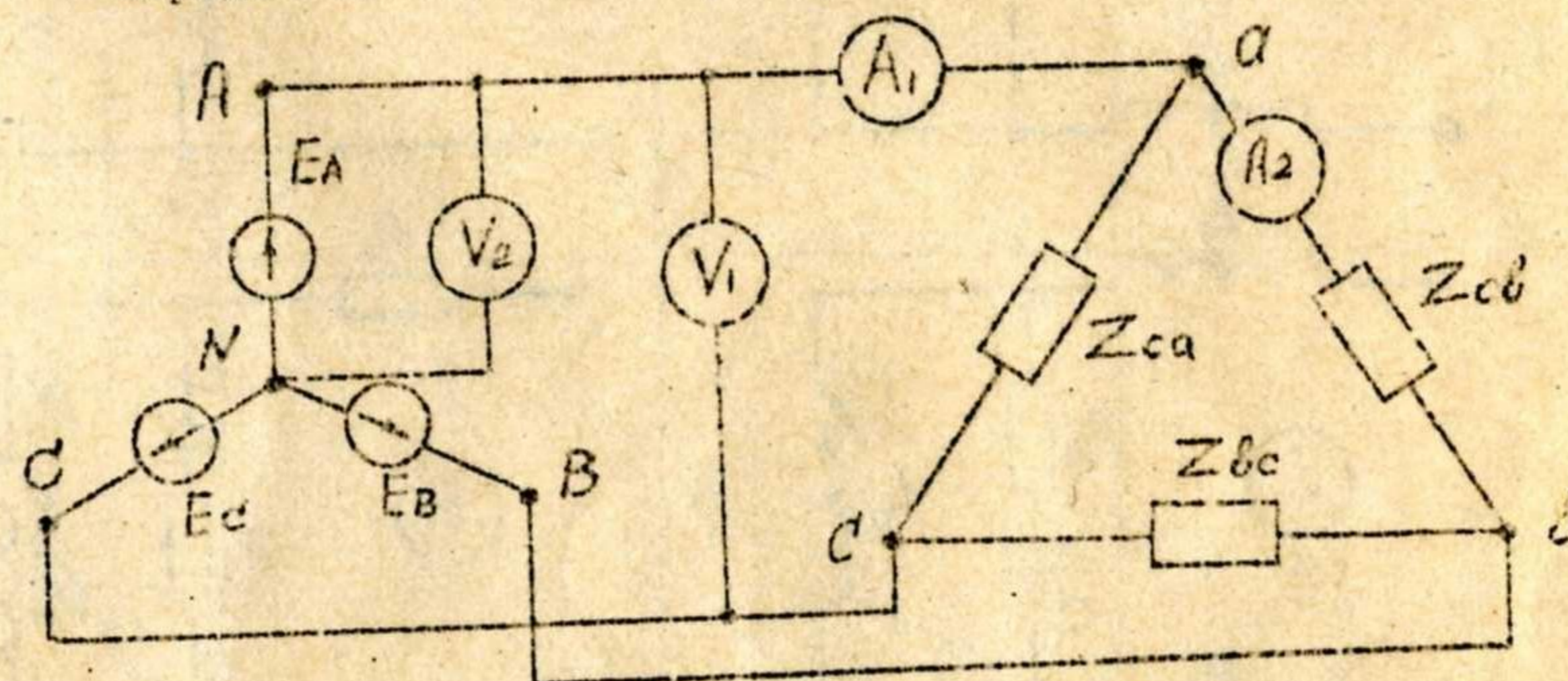


Рис. 11.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 6.

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ

Задача 8.1. Дано: к цепи (рис. 12) приложено напряжение несинусоидальной формы, график и аналитическое выражение $u(\omega t)$ которого приведен в табл. 1.

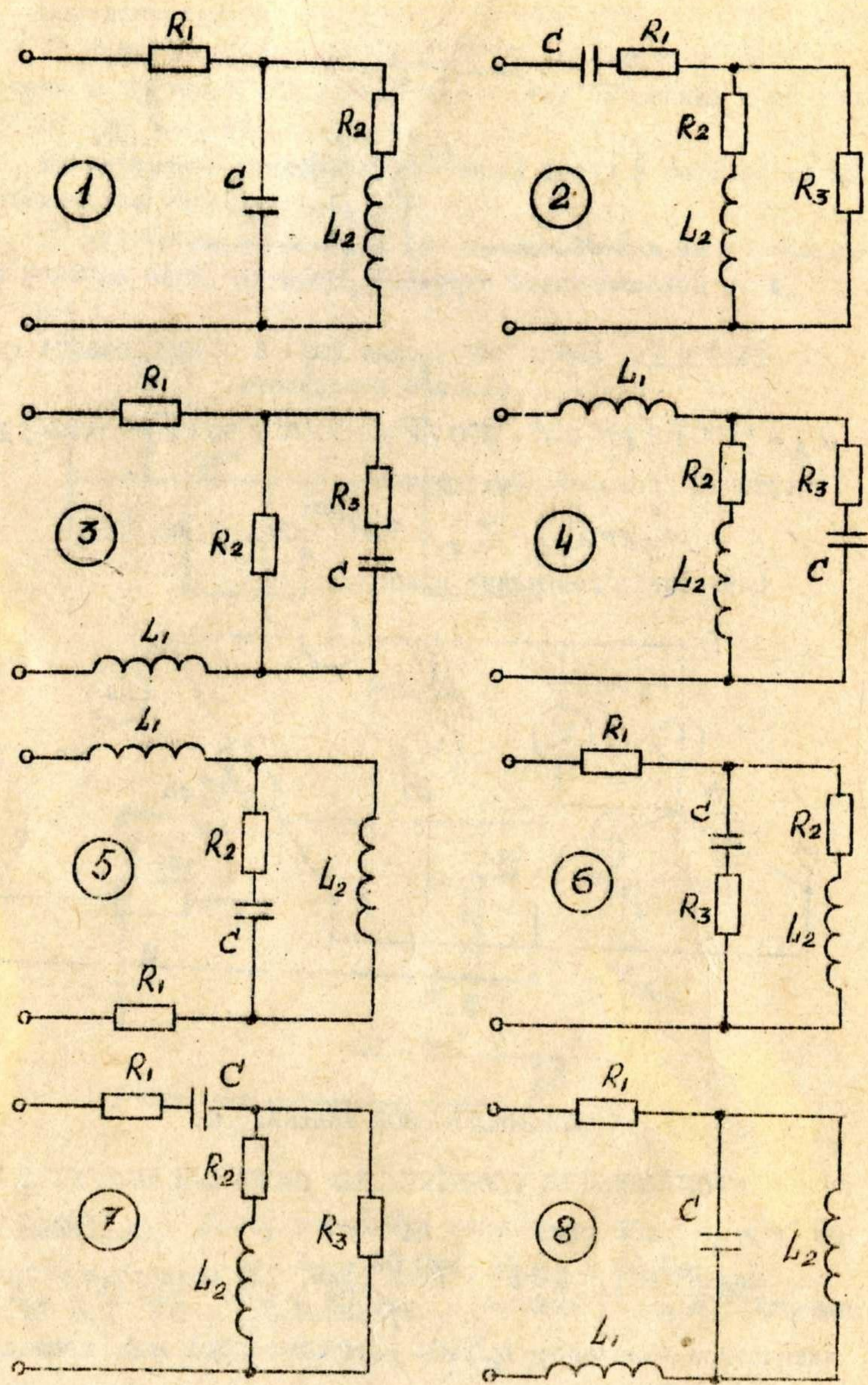


Рис. 12.

Таблица I

Разложение несинусоидальных кривых напряжений в ряд Фурье

№ кривой	График $u(\omega t)$	Разложение в ряд $u(\omega t)$
1		$u(\omega t) = U_m \sin \omega t$
2		$u(\omega t) = \frac{4 U_{\max}}{\pi} (\sin \alpha \cdot \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \dots + \frac{1}{K^2} \sin K\alpha \sin K\omega t)$
3		$u(\omega t) = \frac{8 U_{\max}}{\pi^2} (\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots + \frac{(-1)^{K-1}}{K^2} \sin K\omega t)$

№ кривой	График $u(\omega t)$	Разложение в ряд $u(\omega t)$
4		$u(\omega t) = \frac{4U_{\max}}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots + \frac{1}{k} \sin k\omega t + \dots \right)$
5		$u(\omega t) = \frac{U_m}{\pi} + \frac{U_m}{2} \sin \omega t - \frac{2U_m}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{2U_m}{15\pi} \cos 4\omega t + \frac{2U_m}{35\pi} \cos 6\omega t - \dots$
6		$u(\omega t) = \frac{2U_m}{\pi} - \frac{4U_m}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{4U_m}{15\pi} \cos 4\omega t + \frac{4U_m}{35\pi} \cos 6\omega t - \dots$
7		$u(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}U_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 4} \cos 3\omega t - \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \frac{1}{8 \cdot 10} \cos 9\omega t - \dots \right)$

Максимальное значение напряжения u_{\max} (или U_m) и параметры цепи заданы в табл. 2. Основная частота приложенного напряжения равна 50 Гц. Требуется:

1. Записать уравнение для мгновенного значения напряжения в виде ряда Фурье до шестой гармонической включительно.
2. Рассчитать цепь, определить действующие значения токов и напряжений всех ветвей цепи.
3. Определить мгновенное значение тока в виде ряда Фурье в неразветвленной части цепи.
4. Определить активную мощность цепи.
5. Построить кривые приложенного напряжения и тока в неразветвленной части цепи как суммы гармонических составляющих.

Исходные данные к задаче 8.1

Первая цифра шифра	u_{\max} или U_m	Δ_1	Вторая цифра шифра	№ кривой (табл. I)	№ схемы (рис. 12)	R_2	L_2	Третья цифра шифра	R_3	C	R_1
						Ом	мГн		Ом	мкФ	Ом
1	100	31,8	1	5	1	20	63,6	1	40	159	2
2	120	28,7	2	2	2	25	57,4	2	30	177	4
3	140	25,5	3	3	3	30	51	3	20	199	6
4	160	22,3	4	4	4	35	44,6	4	18	212	8
5	180	19,1	5	5	5	40	38,2				
6	200	38,2	6	6	6	45	31,8				
7	220	44,6	7	7	7	50	28,7				
8	240	19,1	8	6	8	55	25,5				

Таблица 2

Задача 8.2. Дано: К электрической цепи (рис. 13) приложено несинусоидальное напряжение (рис. 14). Параметры цепи и значение угла α_0 приведены в табл. 3.

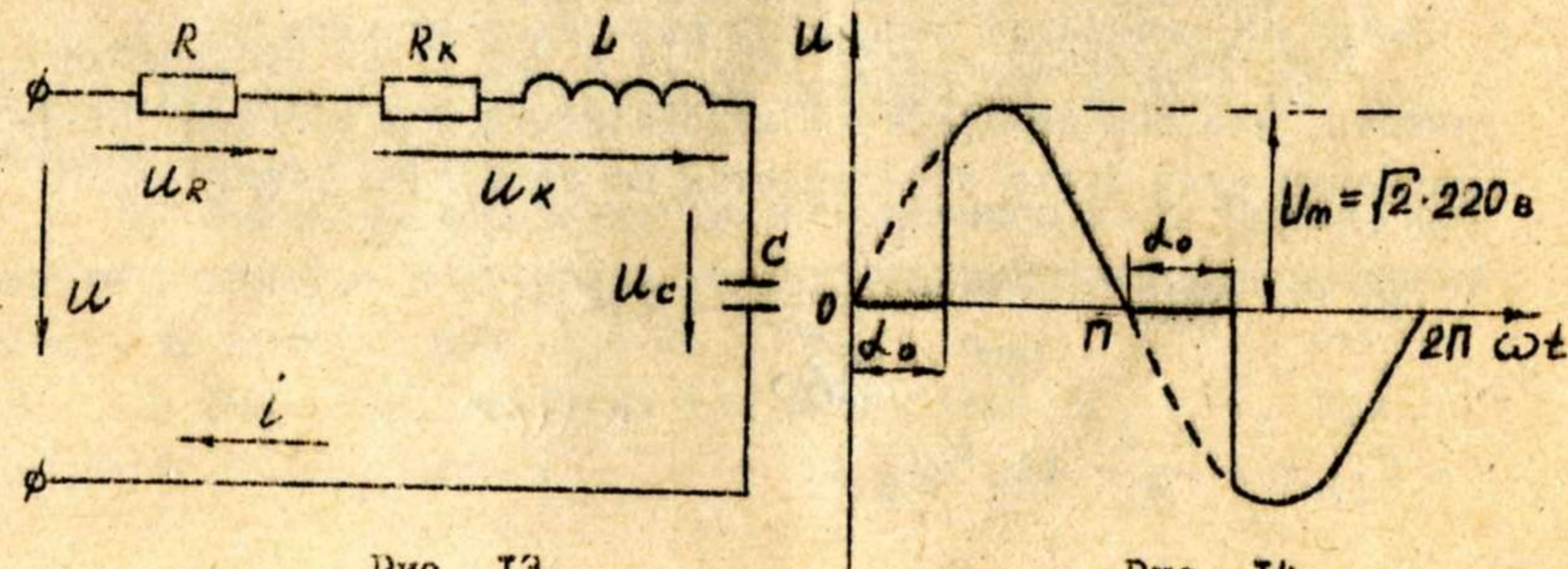


Рис. 13.

Рис. 14

Требуется:

1. Разложить аналитическим методом заданную кривую напряжения, приложенного к цепи рис. 13, в ряд Фурье до 7 гармонической составляющей включительно.

2. Определить значение емкости C , при которой в цепи наступит резонанс напряжений для заданной в табл. 3 гармоники.

3. Рассчитать электрическую цепь рис. 13 для вычисленного значения емкости, определив действительные значения тока I и напряжений U , U_R , U_K , U_C , а также активную мощность цепи P .

4. Записать выражения для мгновенных тока i и напряжений u_R , u_K , u_C .

5. Построить временные диаграммы $i(\omega t)$, $u_K(\omega t)$, как сумм гармонических составляющих.

Таблица 3

Исходные данные к задаче 8.2

Первая цифра шифра	α_0	R	Вторая цифра шифра	R_K	Δ	Третья цифра шифра	номер гармоники; для которой определяется резонансная емкость
	град	Ом		Ом	Гн		
1	90	55	1	20,5	0,286	1	1
2	100	65	2	14,5	0,418	2	3
3	110	70	3	13,5	0,277	3	5
4	70	60	4	14	0,315	4	7
5	45	50	5	13	0,264		
6	90	80	6	9	0,146		
7	110	75	7	12	0,258		
8	45	85	8	10,5	0,208		

Методические указания к задаче 8.2

При разложении кривой рис. 14 в ряд Фурье необходимо учесть, что она симметрична относительно оси абсцисс. Коэффициенты ряда Фурье определяются по следующим формулам:

$$B_{1m} = U_m \left(1 - \frac{\alpha_0}{180^\circ} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha_0 \right);$$

$$C_{1m} = -\frac{U_m}{\pi} \sin^2 \alpha_0;$$

$$B_{Km} = \frac{U_m}{\pi} \left\{ \frac{\sin [(K+1)\alpha_0]}{K+1} - \frac{\sin [(K-1)\alpha_0]}{K-1} \right\};$$

$$C_{Km} = \frac{U_m}{\pi} \left\{ \frac{\cos [(K+1)\alpha_0]}{K+1} - \frac{\cos [(K-1)\alpha_0]}{K-1} \right\}.$$

Амплитудное значение напряжения K -той гармонической составляющей

$$U_{Km} = \sqrt{B_{Km}^2 + C_{Km}^2};$$

начальная фаза при $B_{Km} > 0$

$$\psi_K = \arctg \frac{C_{Km}}{B_{Km}};$$

начальная фаза при $B_{Km} < 0$

$$\psi_K = \arctg \frac{C_{Km}}{B_{Km}} \pm 180^\circ.$$

Задача 8.3. Дано: Выражение несинусоидальной э.д.с. фазы А симметричного трехфазного генератора, обмотки которого соединены звездой,

$$e_A = E_{1m} \sin \omega t + E_{2m} \sin 2\omega t + E_{3m} \sin 3\omega t + E_{4m} \sin 4\omega t + E_{5m} \sin 5\omega t + E_{6m} \sin 6\omega t.$$
 К этому генератору подключен трехфазный симметричный приемник $Z_A(I) = Z_B(I) = Z_C(I) = Z(I) = Z(I) e^{j\varphi(I)}$ (рис. 15). Параметры электрических цепей и значения э.д.с. генератора приведены в табл. 4.

Требуется:

1. Определить показания приборов, указанных на схеме (рис. 15) при наличии нулевого провода ($Z_N = 0$) и при его обрыве ($Z_N = \infty$).

2. Записать выражения для мгновенного тока токовой обмотки ваттметра и мгновенного напряжения обмотки напряжения этого же прибора при $Z_N = 0$.

3. Записать выражения для мгновенных u_n и i_N при $Z_N = 0$ и $Z_N = \infty$.

141
 Абрамчик. СВ шифр

Таблица 4

Исходные данные к задаче 8.3

Первая цифра шифра	$E_{I,m}$	$\frac{E_{2,m}}{E_{I,m}}$	Вторая цифра шифра	# схемы (рис. 15)	$\frac{E_{2,m}}{E_{I,m}}$	$\frac{E_{5,m}}{E_{I,m}}$	$Z(I)$	Третья цифра шифра	$\frac{E_{4,m}}{E_{I,m}}$	$\frac{E_{6,m}}{E_{I,m}}$	$\varphi(I)$
1	B	-	1	1	0,5	0,1	100 Ом	1	0,3	-	град.
2	$100\sqrt{2}$	0,3	2	2	0,4	0,2	50	2	0,4	0,2	30
3	$200\sqrt{2}$	0,5	3	3	0,3	0,3	20	3	0,2	0,3	60
4	$300\sqrt{2}$	0,2	4	4	0,2	0,4	20	4	0,2	0,4	-30
5	$400\sqrt{2}$	0,4	5	5	0,1	0,5	50		0,5	0,5	0
6	$500\sqrt{2}$	0,1	6	6	0,2	0,4	100				
7	$600\sqrt{2}$	0,2	7	7	0,3	0,3	200				
8	$700\sqrt{2}$	0,3	8	8	0,4	0,2	10				
9	$800\sqrt{2}$	0,4									

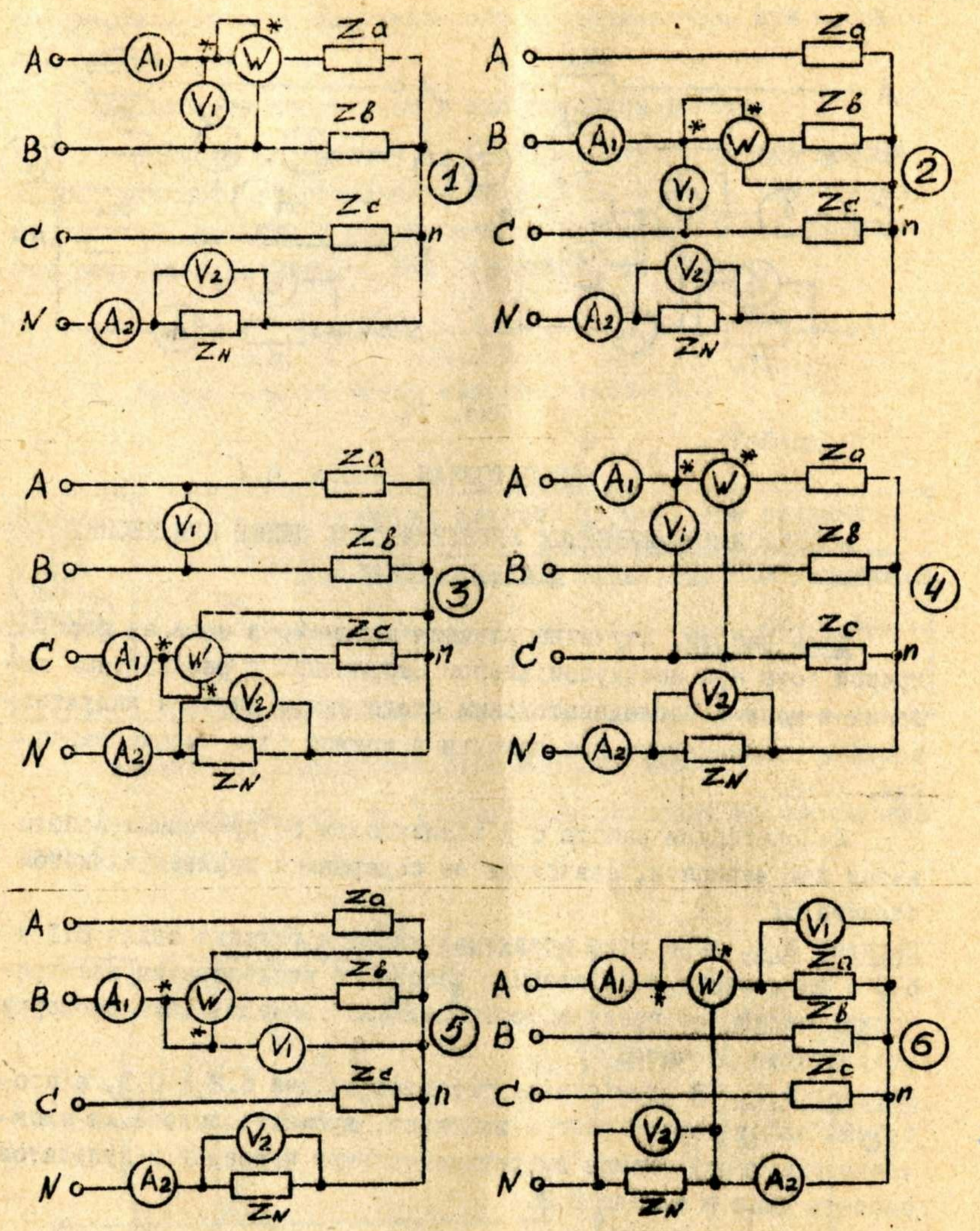


Рис. 15.

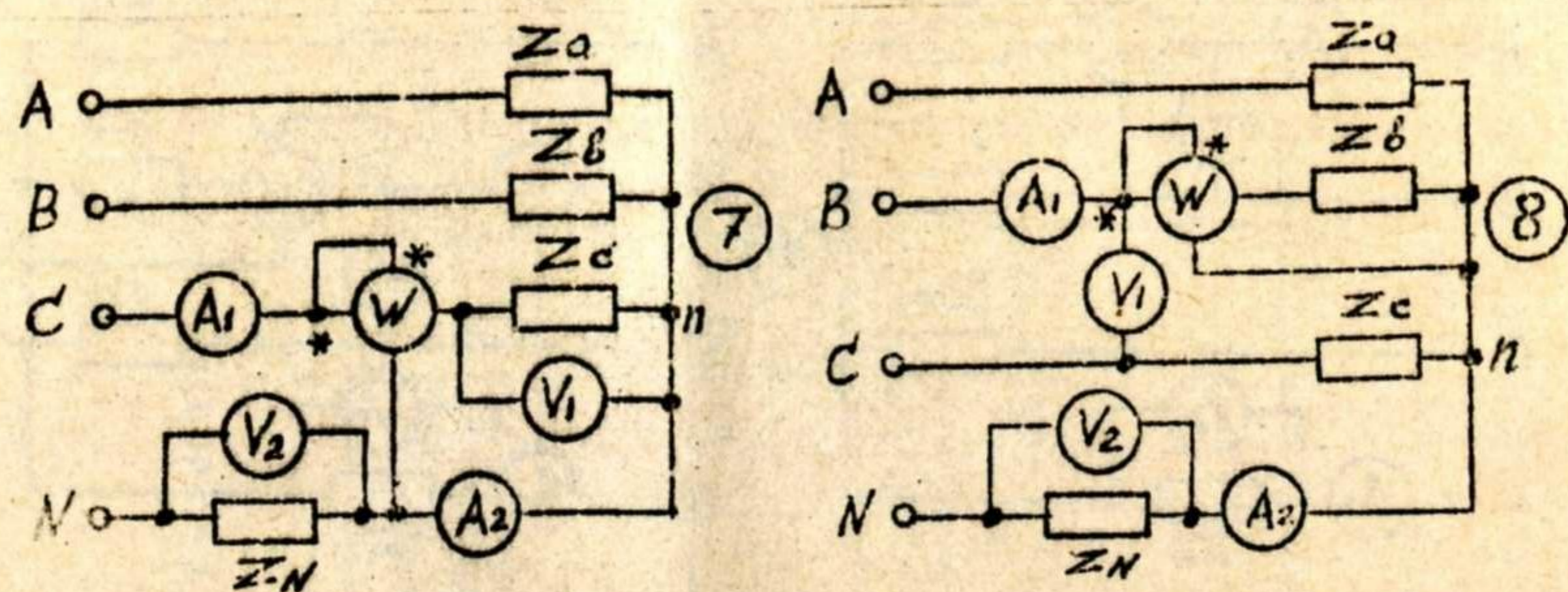


Рис. 15.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ

Цель работы. Изучение влияния параметров цепи на форму кривой тока при несинусоидальном напряжении и резонансных явлений в цепи с последовательным соединением катушки индуктивности и конденсатора при наличии в кривой тока высших гармоник.

Лабораторная работа 8 в зависимости от программы работы имеет два варианта, зависящих от содержания индивидуального задания 8:

Вариант 8.1. При этом предусматривается решение задач 8.1 и 8.3 и выполнение лабораторной работы по исследованию электрических цепей, не предусматривающей экспериментальную проверку результатов расчета;

Вариант 8.2. В этом случае решаются задачи 8.2 и 8.3, а программа лабораторной работы включает, кроме исследования электрических цепей, также экспериментальную проверку результатов расчета цепи в задаче 8.2.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8.1

Программа работы:

1. Определить влияние параметров электрической цепи на форму кривой тока при несинусоидальном напряжении.
2. Исследовать резонансные явления в цепи с последовательным

соединением катушки индуктивности и конденсатора при несинусоидальном токе.

Указания по подготовке к лабораторной работе.

1. Записав из табл. 3, в соответствии со второй цифрой шифра, значение индуктивности катушки $L = L_3$, рассчитывают значения емкости C конденсатора, необходимой для достижения резонанса напряжений K -й гармоники, из условия

$$k \omega L = \frac{1}{k \omega C}$$

2. Результаты расчетов сводят в табл. 5.

Таблица 5

Вторая цифра шифра (номер стенда)	$L = L_3$, Гн	Значение емкости C (мкФ) при резонансе напряжений		
		1-й гармоники	3-й гармоники	5-й гармоники

Указания по выполнению лабораторной работы.

1. Для выполнения п. 1 программы собирают электрическую цепь (рис. 16).

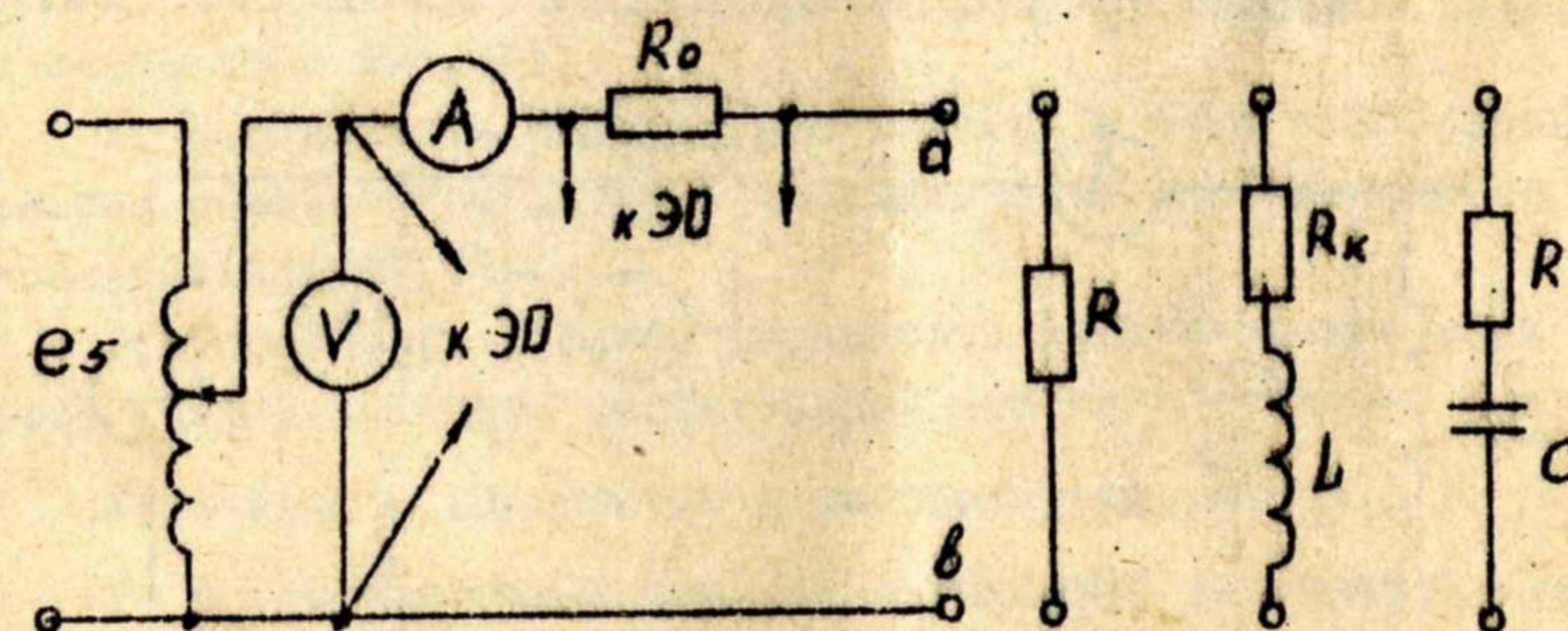


Рис. 16.

2. Подключив к зажимам ab цепи резистор $R = 50$ Ом, автотрансформатором устанавливает входное напряжение $U = 40$ В. Записывает показания приборов в табл. 6 и снимает осциллограммы входного напряжения и тока в цепи. При осциллографиро-

вании тока осциллограф подключается параллельно резистору $R_0 = 10 \text{ Ом}$. При этом снимается осциллограмма напряжения на активном сопротивлении R_0 , которая по форме совпадает с осциллограммой тока в неразветвленной части цепи.

3. Вместо резистора R к зажимам ab цепи включается катушка индуктивности L_3 и при указанном в п. 2 напряжении снимается осциллограмма тока и показания приборов.

4. Вместо L_3 включается к зажимам ab цепи последовательно $R = 50 \text{ Ом}$ и $C = 24 \text{ мкФ}$ и выполняются измерения, указанные в п. 3.

Таблица 6

Наименование параметров цепи	U	I	Наименование осциллограмм
	В	А	
R			$u(t), i_R(t)$
L, R_K			$i_K(t)$
C, R			$i_C(t)$

5. Для выполнения п. 2 программы собирают электрическую цепь (рис. 17), используя катушку L_3 и включив $R_0 = 10 \text{ Ом}$.

6. Установив значение емкости конденсатора на 15...20 % больше резонансного значения для I -й гармоники, записывают показания приборов при входном напряжении $U = 40 \text{ В}$ в табл. 7.

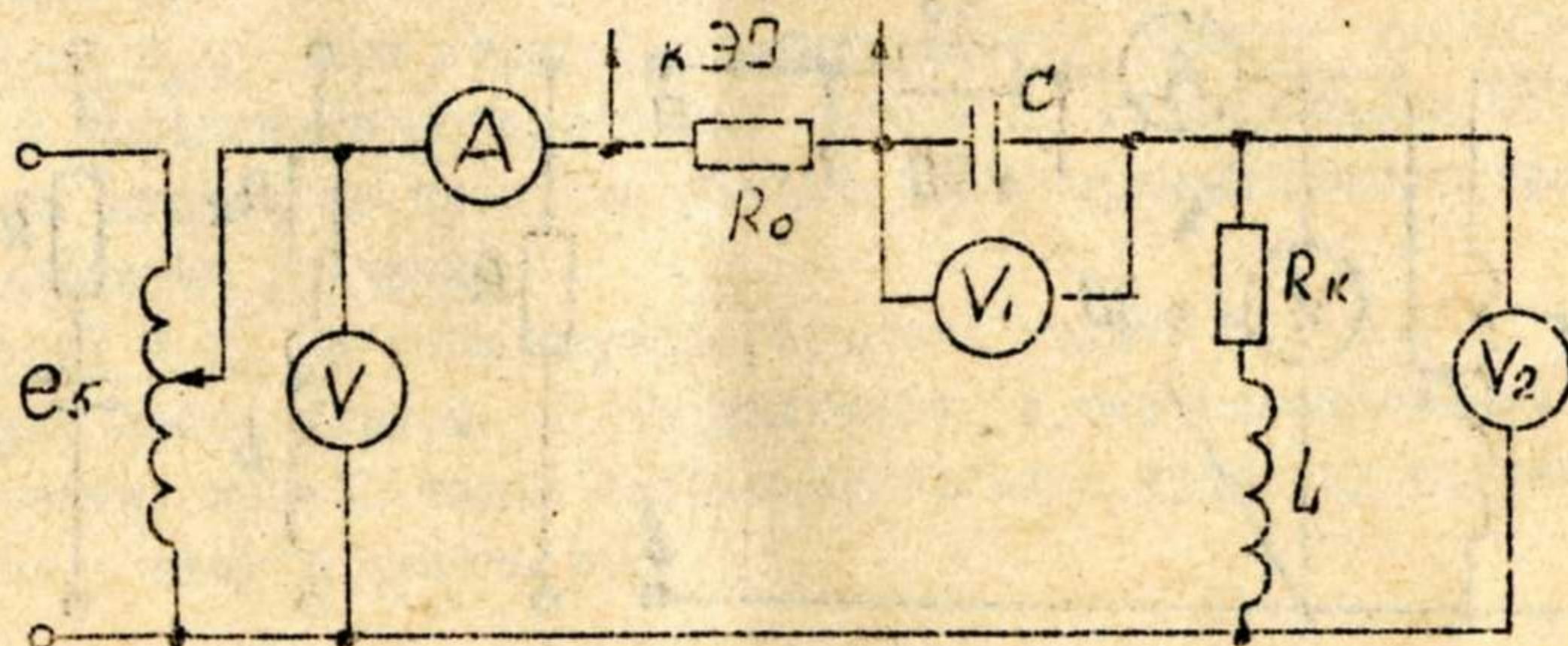


Рис. 17.

Таблица 7

U	I	U_K	U_C	C	# осциллограмм коэф. тока при резонансе K -й гармоники
В	А	В	В	мкФ	

7. Устанавливают резонансное значение емкости для I -й гармоники. При неизменном входном напряжении записывают показания приборов и снимают осциллограмму тока.

8. Уменьшают емкость конденсатора таким образом, чтобы записать показания приборов не менее, чем в 2...3 точках между максимальными и минимальными значениями тока I в цепи, обязательно производя измерения для всех резонансных значений емкости. Для всех резонансных режимов снимают осциллограммы тока.

9. По результатам эксперимента п. 2 программы строят зависимость $I = F(C)$.

Содержание отчета

1. Схемы электрических цепей с измерительными приборами.
2. Таблицы 5, 6, 7 расчетных и опытных данных.
3. Осциллограммы напряжений и токов.
4. График зависимости $I = F(C)$.
5. Технические данные используемых приборов.
6. Выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8.2

Программа работы:

1. Экспериментально проверить результаты расчета электрической цепи рис. 13.
2. Исследовать резонансные явления в цепи с последовательным соединением катушки индуктивности и конденсатора при несинусоидальном токе.
3. Определить влияние параметров электрической цепи на форму кривой тока при несинусоидальном напряжении.

Указания по подготовке к лабораторной работе.

1. К лабораторному занятию необходимо рассчитать электрическую цепь рис. 13. Результаты расчета занести в табл. 8 на бланке отчета по лабораторной работе.
2. При подготовке к лабораторной работе в бланк отчета занести также таблицы 5, 6, 7 и схему электрической цепи рис. 16.
3. На бланке отчета начертить схему электрической цепи рис. 17, включив в нее ваттметр для измерения активной мощности цепи.

Таблица 8

Способ определения	U	U_R	U_K	U_C	I	P	Емкость C при резонансе для гармоники $K =$, мкФ
	В	В	В	В	А	Вт	
Расчет							
Опыт							

4. Выполнить указание I по подготовке к лабораторной работе 8.1.

Указания по выполнению лабораторной работы.

1. Для выполнения п. I программы собирают электрическую цепь рис. 17 с включенным в нее ваттметром для измерения активной мощности цепи.

2. Устанавливают сопротивление $R_0 = R$ и емкость конденсатора C в соответствии с заданием 8.2 одного из членов бригады. С помощью ЛАТРа устанавливается входное напряжение U , равное расчетному значению, и записываются показания приборов в табл. 8.

3. Подключив вход осциллографа параллельно сопротивлению R_0 , снимается осциллограмма напряжения U_R . Сравнивается экспериментальная и расчетная кривые U_R .

4. Устанавливается значение емкости другого члена бригады и в указанной выше последовательности производятся измерения.

5. Устанавливается сопротивление $R_0 = 10 \text{ Ом}$ и выполняется п. 2 программы в соответствии с указаниями 5...9 лабораторной работы 8.1.

6. Для выполнения п. 3 программы собирают электрическую цепь рис. 16 и далее руководствуются указаниями 2...4 лабораторной работы 8.1.

Содержание отчета

1. Расчет электрической цепи рис. 13.
2. Схемы электрических цепей с измерительными приборами.
3. Таблицы 5, 6, 7, 8 расчетных и опытных данных.
4. Осциллограммы напряжений и токов.
5. График зависимости $I = f(C)$.
6. Технические данные используемых приборов.
7. Выводы по работе.

ТЕМЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ (УИРС, НИРС)

1. Исследование кривых напряжения и тока в электрических цепях с полупроводниковыми выпрямителями:

I.1. однополупериодное выпрямление;

I.2. двухполупериодное выпрямление;

I.3. трехфазная мостовая схема выпрямления.

2. Исследование формы кривой напряжения при изменении угла отпирания тиристором.

3. Исследование формы кривой тока в цепях с люминесцентными лампами.

4. Исследование формы кривых тока и напряжения в цепях с катушкой индуктивности с ферромагнитным сердечником.

5. Мощность искажения.

6. Исследование частотных электрических фильтров.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какова форма кривой тока в цепи, если его мгновенное значение определяется как сумма трех гармонических составляющих одинаковой частоты?

2. Способы разложения несинусоидальных напряжений и токов в ряд Фурье.

3. Что называется коэффициентами формы, амплитуды и искажения несинусоидального напряжения?

4. Какие гармонические составляющие содержит кривая напряжения, симметричная относительно оси абсцисс; математическое условие симметрии кривой?

5. Какие гармонические составляющие содержит кривая напряжения, симметричная относительно оси ординат; математическое условие симметрии кривой?

6. Какие гармонические составляющие содержит кривая напряжения, симметричная относительно начала координат; математическое условие симметрии кривой?

7. Чему равно действующее значение несинусоидального напряжения или тока?

8. Как определить активную мощность однофазной цепи при несинусоидальных напряжении и токе?

9. Сущность метода расчета однофазной цепи при несинусоидальном напряжении.

10. Какова форма кривой тока в однофазной цепи с резис-

тором при несинусоидальном напряжении?

11. Каковы формы кривой тока и напряжения в цепи с индуктивностью при несинусоидальном напряжении?

12. Каковы формы кривой тока и напряжения в цепи с емкостью при несинусоидальном напряжении?

13. Резонансные явления в однофазной цепи при несинусоидальном напряжении.

14. Условие резонанса напряжений для K -ой гармоники.

15. Изобразите схему частотного фильтра, основанного на резонансе напряжений.

16. Изобразите схему частотного фильтра, основанного на резонансе токов.

17. Какие гармоники в трехфазной цепи создают системы прямой последовательности?

18. Какие гармоники в трехфазной цепи создают системы обратной последовательности?

19. Какие гармоники в трехфазной цепи создают системы нулевой последовательности?

20. В каких случаях в трехфазной цепи отношение линейного напряжения к фазному меньше $\sqrt{3}$?

21. Почему линейные напряжения трехфазной системы не содержат гармоники, кратные 3?

22. Чему равен ток в обмотках трехфазного генератора (трансформатора), соединенного в треугольник, при отключенной нагрузке, если в системе его фазных напряжений содержатся 3, 6 и 9 гармоники?

23. Симметричные трехфазные генератор и электроприемник соединены в звезду с нулевым проводом. Система фазных напряжений генератора содержит 1, 3, 5, 6, 7 гармоники. Какие гармоники будет содержать ток в нулевом проводе?

24. Условие то же, что и в вопросе 23, только оборван нулевой провод. Какие гармоники будет содержать напряжение между нейтральными точками генератора и приемника?

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАЧАМ

Задача 4. $u = \frac{400}{\pi} (\sin 314t + \frac{1}{3} \sin 3 \cdot 314t + \frac{1}{5} \sin 5 \cdot 314t + \dots)$ В.

Задача 5. 1. $C_1 \approx 17,78 \text{ мкФ}$; $C_2 \approx 2,22 \text{ мкФ}$.

2. $i_1 = 0,4 \sin 5000t$ А;
 $i_2 = (-0,05 \sin 5000t + 0,333 \cos 15000t)$ А;
 $i_3 = (0,45 \sin 5000t - 0,333 \cos 15000t)$ А;
 $u_{AB} = (4,5 \cos 5000t + 10 \sin 15000t)$ В.

3. $I_1 = 0,283$ А; $I_2 = 0,236$ А; $I_3 = 0,396$ А;
 $U_{AB} = 7,75$ В; $P = 4$ Вт.

Задача 6. $i_1 = [2,5 + 0,983 \sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 31,6^\circ)]$ А;
 $i_2 = 0,232 \sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 166,6^\circ)$ А.

Задача 7. $U_2 = U_A = 229,13$ В; $U_1 = U_{CA} = 357,1$ В;
 $I_1 = I_A = 12,37$ А; $I_2 = I_{AB} = 7,14$ А.

УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ

1. Г.В.Зевеке и др. Теоретические основы электротехники.
2. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники.
3. Конспект лекций.

Типография ЛСХИ. Подписано к печати 25.07.90

Тираж 400 экз. Заказ 499 рп

Бесплатно.