

Задание 1.

Вычислить значение  $Z$  и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$e^{\sqrt{3.18}} / (0.21^2 + 0.893)$	2	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$
3	$\frac{2.2}{0.84} - \ln(1.354)$	4	$3.1^3 - 0.50^2 + 1.418$
5	$e^{0.22+1.22} / \sqrt{0.429}$	6	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$
7	$-2.02^3 + \sqrt{2.02^3 + 5.05 \cdot 4.04}$	8	$1.0^4 - 0.45^3 - 1.7$
9	$\sin(\ln(1.11^2 + 5.55^2 + 0.44^2))$	10	$23.8 \operatorname{arctg}(51.45/5.5)$
11	$2^{0.5} - 0.88^2 + 2.88 = 0$	12	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$
13	$\frac{1}{2.15} - e^{2.40} + 1.808$	14	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$
15	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$	16	$\ln(33.18 + 18.33^2) \cdot 8.3^2$
17	$\cos 1.57 - \sqrt{3.007 - 1.4}$	18	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$
19	$\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$	20	$2^{1.1} - 3^{1.2} + 1.3$
21	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$	22	$1.06e^{2.252} - 1.3e^{1.06}$
23	$(e^{-0.248} + e^{-0.343}) / (-0.248 + 0.343)$	24	$3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$
25	$\ln(3.18 - 1.0) - 2^{1.55}$	26	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$
27	$\sqrt{8^3 + 15.1^3 + 50.5}$	28	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538}) / 2.21$
29	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$	30	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$

Задание 2.

До скольких значащих цифр следует округлить число  $x_0 = \sqrt{8}$ , чтобы погрешность вычисления величины  $f(x_0)$  не превосходила 0.01%?

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\sqrt{x+1} - x + 2$	2	$\ln(x+1) + x^2 - 3$	3	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$
4	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	5	$e^x - x^2 + 3x$	6	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$
7	$\ln x + x - 3$	8	$x^4 - 2x^3 - 1$	9	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$
10	$e^x - (x-3)^2 - 1$	11	$2^x - x^2 + 2x$	12	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$
13	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$	14	$3^x + (x-2)^3$	15	$e^x - x^2 + 6x$
16	$\cos x - \ln(x+1)$	17	$3 \cos x - \sqrt{3x-1}$	18	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$
19	$\cos x + 2 - x^3$	20	$2^{x+1} - 3^x$	21	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$
22	$e^x + x + 1$	23	$\ln(x+1) + x - 2$	24	$\ln(x-1) - \frac{1}{x}$
25	$\ln(x-1) - 2^{1-x}$	26	$\sqrt{x-1} - x + 4$	27	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$
28	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	29	$\ln x - \sqrt{x-2}$	30	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$

## Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения  $f(x) = 0$  и найти его методом бисекции с точностью  $\varepsilon_1 = 0.01$ . Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью  $\varepsilon_2 = 0.0001$ . Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности  $\varepsilon_2$  число итераций.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\sqrt{x+1} - x + 2$	2	$\ln(x+1) + x^2 - 3$	3	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$
4	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	5	$e^x - x^2 + 3x$	6	$\sqrt{x} - 2\cos x + 1$
7	$\ln x + x - 3$	8	$x^4 - 2x^3 - 1$	9	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$
10	$e^x - (x-3)^2 - 1$	11	$2^x - x^2 + 2x$	12	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$
13	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$	14	$3^x + (x-2)^3$	15	$e^x - x^2 + 6x$
16	$\cos x - \ln(x+1)$	17	$3\cos x - \sqrt{3x-1}$	18	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$
19	$\cos x + 2 - x^3$	20	$2^{x+1} - 3^x$	21	$\sqrt[3]{3x-1} - \cos x$
22	$e^x + x + 1$	23	$\ln(x+1) + x - 2$	24	$\ln(x-1) - \frac{1}{x}$
25	$\ln(x-1) - 2^{1-x}$	26	$\sqrt{x-1} - x + 4$	27	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$
28	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	29	$\ln x - \sqrt{x-2}$	30	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$

## Задание 4.

Дан многочлен третьей степени  $P(x) = x^3 + bx^2 + c$ . Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале  $(-3, 0)$ , с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c
1	-21	10	2	-19	12	3	-3	28	4	-22	9	5	-25	6
6	-29	2	7	-6	25	8	-28	3	9	-9	22	10	-13	18
11	-8	23	12	-27	4	13	-12	19	14	-24	7	15	-2	29
16	-5	26	17	-20	11	18	-7	24	19	-23	8	20	-11	20
21	-10	21	22	-18	13	23	-17	14	24	-30	1	25	-16	15
26	-26	5	27	-4	27	28	-15	16	29	-14	17	30	-1	30

## Задание 5.

Вычислить нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_E$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  матрицы  $A$  и нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  вектора  $b$ .

N	A			b	N	A			b
1	1,444	-2,742	-0,664	-2,3	2	2,496	-1,2	-1,532	-5
	-1,013	0,203	-0,158	4,94		1,859	1,114	1,574	-1
	-0,93	0,102	-0,081	1		-2,176	1,374	-1,031	-5,472
3	0,749	2,312	-0,65	5	4	2,604	-0,17	-2,744	-6,706
	-1,736	-0,918	0,021	3,545		0,958	0,292	-1,574	7,64
	-1,458	-2,419	-2,948	-1,563		-1,42	-0,958	2,77	-5
5	0,252	1,683	-2,83	7,13	6	0,023	-1,595	-2,948	1,27
	1,726	0,867	1,578	-2,5		-1,931	-1,89	0,826	-6,6
	-0,25	-0,846	1,682	7,877		-0,94	-2,43	-1,43	-0,6

N	A			b	N	A			b
7	1,017	-2,168	-2,045	-7,1	8	-1,72	-0,098	0,557	-7,113
	0,342	2,364	2,532	0,8		1,082	2,09	1,173	1
	-2,802	2,924	1,403	0		2,907	-2,765	-1,005	-2,486
9	2,613	2,379	1,092	-3,488	10	0,997	-1,665	-1,858	3,2
	1,883	-1,452	-0,134	-4,3		2,025	1,432	2,712	-5,7
	-1,83	-1,57	1,787	4,8		1,281	-2,869	-0,276	4,584
11	1,001	-2,883	2,07	-7,201	12	0,611	-0,256	2,118	-5
	1,223	-2,93	0,877	5,367		2,193	0,444	2,769	-7,78
	1,14	-0,129	0,534	4,65		-0,326	-0,224	-2,445	6,375
13	2,027	0,954	1,238	3,09	14	-1,267	-2,273	-2,305	-8
	-1,247	-0,47	0,549	-1,3		2,43	-0,502	-0,041	6,235
	2,471	-0,53	-0,795	-7,503		-1,842	-2,48	2,137	2,177
15	1,983	-1,193	-2,182	7,63	16	-0,022	-0,283	1,591	4,79
	2,492	-2,771	-2,336	-7,446		1,174	-2,663	2,671	-3,264
	0,532	2,692	1,857	-4,6		1,876	-0,222	0,264	4,212
17	2,307	1,479	0,344	-0,6	18	-1,132	0,507	2,193	-6,983
	1,904	2,564	0,946	-6,4		-0,277	0,518	2,101	-4,9
	-2,221	-0,503	2,146	-5		0,824	-0,094	-0,718	-0,1
19	-1,301	-1,8	1,55	3,59	20	0,451	1,033	-1,343	3,3
	2,378	2,812	1,408	5,16		-2,941	-2,374	-1,548	0,507
	-1,188	0,988	0,182	-2,7		-1,958	2,31	-2,176	3
21	-1,49	1,417	1,909	1,6	22	2,484	-0,273	0,38	4,1
	0,884	1,556	1,555	0		-1,478	-1,452	-0,551	-1,379
	-1,557	1,359	-2,174	-6,455		2,175	-1,716	-0,36	4,28
23	0,463	0,49	2,163	-3	24	-1,979	-0,379	-0,109	6,437
	-2,602	-2,581	1,615	7,6		-0,783	2,435	-1,528	-5,123
	2,917	-0,219	-2,786	2		-1,095	-1,608	-1,641	-3,097
25	0,884	-0,185	0,792	3,83	26	0	-0,718	-0,323	-3,22
	-2,378	2,675	1,784	6		0,398	1,231	-1,42	1,095
	0,744	1,059	-2,133	6		0,054	2,458	0,159	1,009
27	-0,099	-0,329	2,586	-7,7	28	2,064	0,689	0,623	-6,91
	2,471	0,812	2,445	-4,3		-1,026	0,873	2,237	2
	0,508	-2,841	-2,293	-3,795		-0,352	1,405	-2,079	0,39
29	-2,853	0,452	1,378	-2,3	30	2,366	0,127	-1,631	7,7
	-0,026	0,096	2,408	-7		0,179	0,676	2,193	7
	-1,969	-2,25	0,265	-7,46		-0,548	-1,81	-2,139	-2,063

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ  $Ax = b$ , если элементы матрицы  $A$  заданы точно, а элементы вектора правых частей  $b$  получены в результате округления. Матрица  $A$  и вектор  $b$  даны в задании 5.

## Задание 7.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	-1	0	4	-5	-53	2	-3	3	4	-7	-63	3	4	0	9	-4	89
	-7	9	30	-44	-373		6	-11	-12	22	187		-16	-10	-27	22	-275
	-4	-63	-6	33	-270		-6	-9	-2	7	45		-20	100	-129	-49	-1111
	5	45	14	6	439		21	-61	-80	152	1103		20	10	24	-10	96
4	8	-9	-5	8	20	5	-10	-8	0	7	55	6	-10	-10	-6	0	148
	0	3	-7	7	79		0	2	3	-10	-4		10	6	1	-3	-136
	8	-39	62	-53	-698		-60	-68	-28	138	366		-20	-4	1	21	252
	-80	69	102	-144	-867		0	-6	-11	41	37		-60	-40	31	-45	792
7	-1	0	-8	-10	68	8	8	-3	4	0	-107	9	-7	7	-4	5	-102
	-9	-9	-73	-84	679		-72	19	-43	-4	1010		63	-60	39	-55	926
	6	-54	35	93	49		64	32	73	33	-1143		-49	52	-21	15	-678
	-9	45	-67	-130	297		56	-85	-28	-42	-313		0	3	-25	67	-202
10	-8	-3	-8	2	-89	11	-6	-2	-2	0	-26	12	-9	5	7	0	-3
	24	17	14	-11	274		18	-3	12	5	135		-36	16	28	2	-34
	16	-74	124	50	160		-42	67	-65	-43	-671		90	-78	-62	8	-22
	48	58	-2	-32	554		-36	51	-60	-45	-603		-36	60	44	-26	382
13	2	7	4	7	-62	14	-9	3	6	9	45	15	-4	5	3	-3	44
	18	53	26	66	-532		-54	16	43	53	263		24	-25	-28	19	-259
	16	106	86	43	-678		-36	4	46	31	162		32	-85	72	11	-363
	2	47	24	-13	78		45	-3	-54	-40	-197		-16	-5	80	-21	173
16	3	-7	7	-1	17	17	-7	3	-6	-7	12	18	-9	1	-3	2	36
	-24	63	-49	14	-243		-42	12	-32	-48	4		-27	9	-2	7	149
	15	-7	54	19	-307		-35	-33	6	-88	-510		54	6	33	-5	-91
	-27	77	-130	17	-23		56	-72	56	37	-490		81	15	60	16	95
19	-1	2	-9	-8	54	20	-8	3	-2	-3	58	21	-1	-4	1	2	0
	-3	7	-27	-31	168		-56	17	-12	-31	338		4	19	2	1	-81
	7	-20	64	107	-429		24	-33	20	-56	-619		9	27	-24	-55	268
	-9	23	-82	-110	525		32	-20	6	14	-208		7	4	-40	-145	809
22	-5	2	-2	-5	77	23	7	-2	-4	-6	76	24	-4	2	-3	7	24
	10	-14	0	2	-114		-49	4	30	44	-490		-28	20	-26	47	181
	40	74	48	109	-971		49	-104	-20	-16	1000		20	20	-20	-39	-79
	-25	20	-26	-38	412		28	62	-70	2	370		40	10	15	-92	-157
25	-3	7	-8	1	10	26	7	-1	2	6	2	27	-5	-6	2	6	63
	27	-61	63	-4	-48		-7	-1	-3	-8	-1		-10	-22	3	12	91
	-15	45	-76	23	206		-14	22	0	4	-84		-30	-96	1	43	185
	21	-61	128	-46	-385		35	-13	42	37	398		-10	-52	-10	20	-16

N	A	b	N	A	b	N	A	b
28	-10 -10 -2 6	-22	29	-9 0 0 7	49	30	-9 3 -8 -5	88
	-50 -46 -2 39	-107		54 -6 1 -36	-291		-63 29 -59 -45	733
	90 126 80 29	319		9 60 -5 -63	-66		-45 -17 -29 16	-44
	-90 -62 28 123	-55		-72 -30 35 117	534		18 -14 10 20	-356

Задание 9.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	5 -3 0 0 0	-8	2	2 1 0 0 0	-2	3	2 -1 0 0 0	-18
	-2 6 1 0 0	-2		5 12 -1 0 0	67		3 6 -1 0 0	-19
	0 -4 15 -4 0	-142		0 -4 14 -4 0	12		0 -5 13 -2 0	-104
	0 0 -5 22 -6	20		0 0 5 12 1	55		0 0 -3 16 -5	64
	0 0 0 5 10	-75		0 0 0 2 4	2		0 0 0 -3 5	-40
4	8 -4 0 0 0	8	5	6 3 0 0 0	-15	6	2 1 0 0 0	-1
	0 2 2 0 0	12		0 2 -2 0 0	14		-1 8 4 0 0	65
	0 1 11 -5 0	41		0 3 14 5 0	-13		0 0 10 5 0	-40
	0 0 -6 22 -5	-58		0 0 4 16 -4	4		0 0 3 10 2	-43
	0 0 0 -5 8	-17		0 0 0 4 7	-21		0 0 0 3 5	-41
7	12 -6 0 0 0	-60	8	4 -2 0 0 0	-20	9	8 -4 0 0 0	-28
	-6 20 4 0 0	-2		-5 13 -2 0 0	80		-3 14 -5 0 0	-82
	0 0 6 3 0	81		0 2 7 -2 0	42		0 -4 20 -6 0	164
	0 0 -4 12 3	87		0 0 -4 10 -1	-24		0 0 -6 14 -1	-82
	0 0 0 2 4	38		0 0 0 -3 5	-7		0 0 0 5 9	-110
10	6 -3 0 0 0	51	11	4 -2 0 0 0	18	12	6 -3 0 0 0	-51
	-1 8 -3 0 0	-19		-6 12 1 0 0	-27		-3 8 -1 0 0	39
	0 4 17 5 0	-198		0 1 3 1 0	21		0 1 3 -1 0	-14
	0 0 -6 21 -5	-76		0 0 -1 6 2	-21		0 0 -2 5 -1	-13
	0 0 0 5 9	20		0 0 0 5 10	65		0 0 0 4 8	-48
13	8 -4 0 0 0	20	14	10 -6 0 0 0	-52	15	9 -5 0 0 0	75
	0 4 3 0 0	30		-3 18 -6 0 0	-15		2 7 -2 0 0	-48
	0 -6 20 4 0	130		0 -2 4 1 0	-15		0 1 3 1 0	15
	0 0 4 15 -4	137		0 0 -4 10 2	-70		0 0 2 5 -1	4
	0 0 0 -1 2	-11		0 0 0 -3 5	47		0 0 0 -4 7	-9
16	4 -2 0 0 0	28	17	2 1 0 0 0	-16	18	10 -6 0 0 0	-10
	5 20 -6 0 0	56		5 20 -6 0 0	-16		-3 9 -2 0 0	45
	0 -4 16 -5 0	81		0 -2 6 -2 0	-26		0 -3 9 2 0	-50
	0 0 4 19 -6	-115		0 0 -5 12 -1	29		0 0 5 16 4	-87
	0 0 0 2 4	14		0 0 0 -1 2	5		0 0 0 -1 2	0

N	A	b	N	A	b	N	A	b
19	2 1 0 0 0	11	20	4 2 0 0 0	-16	21	10 -6 0 0 0	-54
	1 8 3 0 0	31		-1 12 -5 0 0	94		-6 16 -3 0 0	-42
	0 2 4 1 0	1		0 1 4 -1 0	17		0 5 20 -5 0	-35
	0 0 1 5 2	-48		0 0 -2 12 4	-40		0 0 4 13 -3	19
	0 0 0 4 8	-52		0 0 0 -4 8	-44		0 0 0 -4 8	-20
22	2 -1 0 0 0	-6	23	2 1 0 0 0	-8	24	7 -4 0 0 0	33
	2 12 5 0 0	14		-2 16 -6 0 0	140		-1 8 -4 0 0	45
	0 -4 12 3 0	27		0 -1 10 -4 0	-24		0 -3 14 5 0	-127
	0 0 -2 10 4	-66		0 0 1 7 3	-46		0 0 5 18 4	-159
	0 0 0 -4 7	49		0 0 0 -3 6	54		0 0 0 -3 5	62
25	6 3 0 0 0	57	26	2 1 0 0 0	-11	27	12 -6 0 0 0	-156
	1 7 3 0 0	37		-5 14 -3 0 0	-82		3 13 4 0 0	72
	0 1 10 -5 0	-73		0 0 6 3 0	48		0 1 4 -1 0	27
	0 0 -5 16 -3	121		0 0 -6 15 2	-74		0 0 -5 18 5	49
	0 0 0 2 4	-28		0 0 0 3 6	24		0 0 0 -6 11	37
28	4 -2 0 0 0	-20	29	9 5 0 0 0	-62	30	12 -6 0 0 0	156
	1 6 3 0 0	-84		0 9 -5 0 0	33		-4 16 -4 0 0	-196
	0 -1 10 4 0	-118		0 -6 15 2 0	-49		0 5 20 5 0	-40
	0 0 -1 6 3	-60		0 0 0 6 -4	56		0 0 1 5 -2	-27
	0 0 0 5 10	-95		0 0 0 -3 6	-60		0 0 0 -2 4	40

Задание 10.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-1 79 -1 -7	-68	2	-6 110 -6 5	-16	3	116 8 -6 4	-778
	71 0 -6 6	332		-5 -2 -8 85	757		-4 4 -7 117	196
	1 2 -5 70	629		-7 -10 116 -4	-1189		2 121 -8 -8	-313
	-9 -1 129 7	156		83 -5 8 3	32		9 7 180 -10	-1714
4	-6 9 -4 101	-868	5	129 -9 -4 -6	-658	6	7 1 93 -6	281
	-1 5 100 -9	954		-7 0 -10 120	-388		6 119 4 8	145
	73 2 2 -10	-56		-2 62 2 0	-494		4 -3 0 42	43
	-10 135 -9 -4	-569		2 2 110 9	-614		63 2 4 -4	73
7	-5 6 73 -3	-596	8	-7 -10 -7 160	743	9	135 -9 6 -6	-1149
	1 -9 5 81	-773		-8 107 -5 -8	-412		-8 -5 127 8	105
	-9 134 -9 2	1		-7 3 101 -2	-821		4 -10 -2 118	764
	116 1 9 -6	-956		79 3 -3 -6	-91		-4 50 2 4	210
10	-7 68 2 -4	187	11	89 -6 2 -1	125	12	-4 67 -3 4	430
	80 -4 5 2	-251		9 4 81 -2	40		9 -8 8 168	-1001
	4 2 -7 83	679		-10 -9 2 145	633		64 -6 4 -3	-613
	-7 -10 113 -5	-388		-7 125 -3 -5	961		-10 8 137 3	-425



## Задание 12.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-2	-1	0	1	2	2	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	-1,8	0,3	2,8	0,4	-1		y	1	-2,1	-4	-4	-1,4
3	x	-5	-2,5	0	2,5	5	4	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	1,6	-0,8	-4,4	-7,2	-8,3		y	0,1	0,4	1	3,9	6,7
5	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	6	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	-0,9	1,2	1,2	-0,2	-3,6		y	1,2	-1,9	-2,8	-6,3	-10,1
7	x	-2	-1	0	1	2	8	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	0,4	-1,7	-5,4	-6,5	-7,2		y	3,1	6,5	8,1	6,9	3,8
9	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	10	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	-3,3	-4,4	-7,8	-8,5	-11,4		y	-1,6	-0,6	-2,4	-4,3	-4,8
11	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	12	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	3,2	0,1	-3,2	-5,1	-8,1		y	-1,8	-3	-3	-4,2	-5,4
13	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	14	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	3,3	4,9	6,5	6,5	8		y	-1,6	-1,3	0,6	4,4	5
15	x	-5	-2,5	0	2,5	5	16	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2
	y	3,1	5,4	8,2	8,6	12		y	2,9	5,8	5,8	7,5	9,1
17	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	18	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	-1	-3,7	-6	-7,7	-9,1		y	-3,3	-0,9	2,4	5,2	7,6
19	x	-5	-2,5	0	2,5	5	20	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	2,1	4,5	6,3	9,7	11,4		y	0,9	4,3	7,9	11,4	12,8
21	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6	22	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2
	y	0	1,3	3,9	5,4	9,3		y	-2,4	-0,9	-0,4	-4	-5,9
23	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	24	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2
	y	2,4	4,1	4,2	7,2	10,7		y	3,5	2,6	0,5	-2,8	-5,9
25	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	26	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4
	y	0,8	-2,8	-4,3	-7,6	-11,1		y	-3,6	-4	-6,1	-8,7	-11,1
27	x	-1	-0,5	0	0,5	1	28	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	-2,3	0,6	-2	-5,7	-7,4		y	3	6,2	8,4	11,2	11,6
29	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8	30	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	0,5	-1,2	-4,2	-3,9	-1,2		y	0,7	-2,4	0,8	3,3	5,4

## Задание 14.

Для функции  $y = y(x)$ , заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке  $\tilde{x}$ .

N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$
1	x	-5	-4	-3	-2	-4,45	2	x	0	1	2	3	0,83	3	x	-1	0	1	2	0,8
	y	2	0	1	-3			y	1	-3	0	2			y	-3	-5	0	-3	

N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$
4	x	-1	0	1	2	-0,65	5	x	2	3	4	5	3,65	6	x	1	2	3	4	2,36
	y	0	1	-4	-4			y	4	-1	0	-4			y	-5	3	0	2	
7	x	4	5	6	7	5,56	8	x	-2	-1	0	1	-0,86	9	x	-1	0	1	2	0,34
	y	0	-3	-2	3			y	4	0	-3	3			y	-5	0	2	1	
10	x	3	4	5	6	3,36	11	x	-4	-3	-2	-1	-3,45	12	x	1	2	3	4	1,15
	y	-3	-2	0	1			y	-3	1	0	-3			y	0	-2	-4	3	
13	x	-5	-4	-3	-2	-3,51	14	x	4	5	6	7	5,52	15	x	-2	-1	0	1	-0,34
	y	-2	0	-5	1			y	1	-2	0	-4			y	-1	1	0	3	
16	x	1	2	3	4	2,23	17	x	2	3	4	5	2,32	18	x	-2	-1	0	1	-0,36
	y	-4	1	0	2			y	2	-2	0	-3			y	-3	0	3	-3	
19	x	3	4	5	6	4,15	20	x	2	3	4	5	3,88	21	x	-2	-1	0	1	-1,61
	y	1	0	3	4			y	1	0	-1	-3			y	0	2	2	-4	
22	x	-4	-3	-2	-1	-3,48	23	x	3	4	5	6	3,34	24	x	-2	-1	0	1	-0,88
	y	0	1	1	-5			y	2	0	-1	-4			y	3	0	1	2	
25	x	4	5	6	7	4,88	26	x	-4	-3	-2	-1	-3,89	27	x	-2	-1	0	1	-0,63
	y	0	2	-3	2			y	0	-4	4	3			y	-4	0	1	2	
28	x	-3	-2	-1	0	-1,21	29	x	-1	0	1	2	0,17	30	x	-4	-3	-2	-1	-3,85
	y	2	0	4	3			y	0	4	-3	3			y	1	0	1	3	

## Задание 15.

Для функции  $y = y(x)$ , заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке  $\tilde{x}$  и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$			
1	x	-2	0	1	2	3	-1,48	2	x	-3	-1	0	2	4	0,79	3	x	-5	-4	-3	-1	0	-3,61
	y	-1	-1	4	3	-4			y	-1	-3	-2	0	-3			y	4	-1	1	4	3	
4	x	-5	-3	-1	0	1	-0,16	5	x	-6	-4	-3	-1	1	-5,4	6	x	-6	-4	-3	-1	0	-2,55
	y	4	-3	-4	2	4			y	-2	-2	-4	-1	1			y	2	-3	0	0	-1	
7	x	-4	-2	0	1	2	-1,42	8	x	-4	-2	0	2	4	0,26	9	x	-9	-8	-6	-4	-3	-7,66
	y	3	-3	-4	1	3			y	-1	4	-3	0	-4			y	-2	0	-4	-3	3	
10	x	-2	0	2	4	5	0,6	11	x	-3	-2	0	2	4	-1,81	12	x	-1	0	2	4	5	-0,42
	y	-3	-2	0	-5	-4			y	-2	-5	-3	-1	1			y	3	4	-4	-2	2	
13	x	-8	-6	-5	-4	-3	-4,45	14	x	-1	0	2	4	6	0,43	15	x	-2	-1	1	2	4	1,23
	y	1	-2	-5	3	0			y	2	-2	4	-5	-5			y	-2	-3	4	-5	0	
16	x	-6	-4	-2	-1	1	-3,75	17	x	-4	-3	-2	0	1	-3,64	18	x	-1	1	2	3	4	1,51
	y	-5	-4	4	0	-1			y	-1	4	2	-1	-4			y	0	-5	-1	-4	-3	
19	x	-5	-3	-2	0	1	-4,67	20	x	-3	-1	1	3	5	-0,78	21	x	-5	-3	-1	1	2	-2,67
	y	4	4	-4	2	-5			y	1	-1	2	3	-4			y	1	2	-3	0	1	
22	x	-6	-5	-4	-2	-1	-4,59	23	x	-3	-2	-1	0	1	-2,53	24	x	-9	-7	-6	-5	-4	-5,65
	y	0	-3	-2	-5	-4			y	-5	3	4	-1	-2			y	3	4	1	-4	-1	

N	таблица						$\tilde{x}$	N	таблица						$\tilde{x}$	N	таблица						$\tilde{x}$
25	x	-1	1	3	4	5	-0,32	26	x	-9	-8	-6	-4	-3	-8,67	27	x	-5	-4	-3	-2	0	-2,71
	y	1	-5	-1	-4	-3			y	-4	-5	2	-2	2			y	-1	2	2	-1	0	
28	x	-1	1	3	5	7	3,39	29	x	0	2	3	4	5	2,8	30	x	-3	-1	1	2	4	1,3
	y	-3	-5	1	-4	3			y	-2	-1	3	2	3			y	-4	-3	0	-4	2	

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла  $\int_a^b f(x) dx$ , используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом  $h = 0.4$ ; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами  $h = 0.4$  и  $h = 0.2$ ; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом  $h = 0.4$ .

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	$a$	$b$	N	$f(x)$	$a$	$b$	N	$f(x)$	$a$	$b$
1	$\sin(1/x)$	4,5	6,1	2	$e^{\cos(1/x)}$	4,2	5,8	3	$\frac{\sin x}{x}$	2,1	3,7
4	$\cos \frac{1}{\sqrt{x}}$	3,3	4,9	5	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	2,9	4,5	6	$\ln(4 - \sin x)$	3,4	5
7	$e^{0.6/(x\sqrt{x})}$	0,9	2,5	8	$\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$	3	4,6	9	$e^{0.5x\sqrt{x}}$	1,6	3,2
10	$e^{0.3/x^2}$	3,7	5,3	11	$\frac{x \ln x}{\sqrt{1+x}}$	1	2,6	12	$x \operatorname{arctg} x$	2,9	4,5
13	$\sqrt{1+x^2}$	3,2	4,8	14	$\frac{x^2+1}{x}$	1,1	2,7	15	$e^{-1/x^2}$	2,9	4,5
16	$\cos(x\sqrt{x})$	0,5	2,1	17	$e^{1/\ln x}$	4,4	6	18	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	4,5	6,1
19	$\ln(1+e^x)$	4,4	6	20	$\frac{x^2-1}{x^3}$	3,7	5,3	21	$\sin(1+\sqrt{x})$	1,8	3,4
22	$\sin(0.5x^2)$	0,5	2,1	23	$e^{0.3x^2}$	3,1	4,7	24	$e^{-\sin(1/x)}$	3,7	5,3
25	$\frac{x\sqrt{x}}{\ln x}$	2,9	4,5	26	$e^{\sin x}$	3,5	5,1	27	$e^{\sin^2 x}$	3,2	4,8
28	$e^{\cos^2 x}$	2,4	4	29	$\sin(0.5x\sqrt{x})$	1,7	3,3	30	$\sin(e^x)$	2,8	4,4

Задание 18.

Дан интеграл вида  $\int_a^b (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4) dx$ . Используя априорную оценку погрешности формулы центральных прямоугольников, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности  $\varepsilon = 0.01$ , и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

N	$a$	$b$	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	N	$a$	$b$	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
1	-1,8	-1,3	0	1	3	-3	-2	2	1,4	1,9	-5	-3	1	0	-1
3	-1,5	-1	0	-1	-3	4	2	4	1,1	1,6	3	3	-5	2	1
5	1,4	1,9	0	-3	-4	-3	3	6	-1,6	-1,1	-5	-1	3	-2	0
7	-1,3	-0,8	-2	-2	-2	0	3	8	-0,5	0	4	-2	-1	-3	1
9	1,4	1,9	-2	3	-4	-4	-1	10	0,3	0,8	4	-4	-4	0	-1
11	0,2	0,7	3	-4	1	0	-5	12	-1,5	-1	-4	2	1	3	1
13	-1,2	-0,7	2	-4	3	4	3	14	1	1,5	1	-1	0	-3	-5
15	0,7	1,2	0	-4	4	-3	1	16	-1,5	-1	1	-4	2	-2	0
17	0,3	0,8	-4	-3	3	3	1	18	0,6	1,1	-4	-5	-2	-2	-5
19	-2	-1,5	-2	-4	-4	-2	2	20	0,6	1,1	-3	3	0	4	-4
21	-1,3	-0,8	2	-1	-2	2	2	22	-1,9	-1,4	-1	0	0	0	-4

N	a	b	c <sub>0</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	N	a	b	c <sub>0</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>
23	-0,4	0,1	-5	3	-4	4	-5	24	-0,5	0	-2	2	-4	2	-4
25	-1,8	-1,3	-5	2	-4	2	-3	26	-0,7	-0,2	-5	-5	0	1	3
27	-1,9	-1,4	1	1	-5	-3	3	28	-1,7	-1,2	-2	4	-4	0	-1
29	0,5	1	-4	-4	-4	2	0	30	-2	-1,5	-5	4	0	4	-1

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции  $f(x)$  с шагом  $h = 0.1$  в точке  $x_0 = \frac{a+b}{2}$ . (Функция и величины  $a$  и  $b$  даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.

Задание 21.

Определить порядок аппроксимации формулы численного дифференцирования

$$f'(x) \approx \frac{a_0 f(x+h) + a_1 f(x) + a_2 f(x-h)}{h}$$

N	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	N	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	N	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	N	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>
1	4,2	8,9	5,2	2	8,1	-8,9	0,8	3	7,4	-13,8	6,4	4	6,2	8,2	6,2
5	2,8	0,8	2,5	6	0	1	-1	7	6	-8,4	2,4	8	0,8	-0,6	-0,2
9	1,4	-2,1	0,7	10	7,6	-7,7	0,1	11	8,6	-16,2	7,6	12	1,3	-1,6	0,3
13	4,4	-8	3,6	14	7,8	-14,6	6,8	15	3,5	-6	2,5	16	4,7	-5,5	0,8
17	2	-4,6	2,6	18	5,7	-11,2	5,5	19	5,2	-6,2	1	20	3,9	-12	8,1
21	1,2	-1,4	0,2	22	1	8,2	3,8	23	1,6	0,1	7,1	24	3,9	-6,8	2,9
25	8,8	-16,6	7,8	26	4,1	-7,2	3,1	27	8,6	-17,5	8,9	28	3,7	8,9	4
29	6,7	8,7	7,8	30	1,7	-7,2	5,5								

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке  $[t_0, T]$  с шагом  $h = 0.2$ : а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>	N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>
1	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0	2	$-\frac{3t-1}{t}y + 6t$	1	2	3
3	$\frac{y}{t-4} + \frac{t-4}{t}$	1	2	0	4	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t - \cos t$	0	1	1
5	$\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$4/\pi$	6	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$\pi^2$
7	$\frac{3t+1}{t}y + 3t$	1	2	0	8	$-y \operatorname{tg} t + \cos^2 t e^{\sin t}$	0	1	0
9	$-y \sin t + 4 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2	10	$\frac{y}{t} + t \sin t + t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$\pi^2/4$
11	$y \operatorname{ctg} t + \sin 2t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2	12	$\frac{y}{t+3} - \frac{t+3}{t^2}$	1	2	4
13	$\frac{y}{t+2} + t + 2$	0	1	4	14	$-y \operatorname{tg} t + \sin 2t e^{-\cos t}$	0	1	2
15	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$1 - \pi/2$	$-\pi^2/2$	16	$-2yt + 2te^{-t^2}$	0	1	0
17	$y \sin t + e^{-\cos t}$	0	1	0	18	$-\frac{4t-1}{t}y + 2t$	1	2	1

N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>	N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>
19	$2y + 2e^{4t}$	0	1	3	20	$y \operatorname{ctg} t - \frac{1}{\sin t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0
21	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	e + 1	1	22	$\frac{y}{t+1} + 2(t+1)e^{2t}$	0	1	2
23	$y \cos t + 3 \cos t$	0	1	-2	24	$\frac{2t+1}{t}y + t$	1	2	0.5
25	$-y + e^{-t}$	0	1	1	26	$\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$	-1	0	$-2e^{-3}$
27	$-\frac{y}{t} + \frac{\cos t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	28	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
29	$3yt^2 + 6t^2$	0	1	1	30	$\frac{y}{t} + 2t^2e^{t^2}$	1	2	e

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи  $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$  с шагами  $h_1 = 1/3$ ,

$h_2 = 1/6$  и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	q(x)	f(x)	y <sub>0</sub>	y <sub>1</sub>
1	$1/(1+x)$	$x/(1+x)$	0	1
2	6	$2e^{2x-1}$	$1/e$	e
3	1	$1 + 6x - x^3$	1	0
4	$e^x$	$xe^{2x} - 2e^x$	0	$1 + e$
5	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x-1)/3)$	$1/2$	$1/2$
6	$1/\sqrt{1+x}$	$1 + 1/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
7	$2+x$	$(x+1)e^{x+1}$	e	$e^2$
8	$4/(1+x)^2$	$2/(x+1)^3$	1	$1/2$
9	$2x+1$	$2xe^{2x-1}$	$1/e$	e
10	1	$(\pi^2 + 1) \cos(\pi(2x-1)/2)$	0	0
11	$1/4$	$(x^2 + 2x + 2)/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
12	x	$2 + x - 2x^2$	1	0
13	$2 + 5x^2$	$x^2e^{x^2}$	1	e
14	$3/(2-x)^2$	$1/(2-x)^3$	$1/2$	1
15	$1/4$	$((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x+1)/2)$	1	0
16	$\pi^2/16$	$(\sqrt{2}\pi^2/8) \sin(\pi x/4)$	0	2
17	4	$4e^{-2x}$	0	$1/e^2$
18	$e^2$	$e^{2x}$	2	$1 + e$
19	$2e^x$	$xe^x(e^x - 1)$	1	$1 + e$
20	$1/(1+x)$	$(5 + 4x)/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
21	1	$2 + x - x^2$	1	e
22	$1/(1+x)$	$x - 1$	1	4
23	$e^{x+1} + 1$	$e^2$	e	1
24	$2 - x$	$(1-x)e^{1-x}$	e	1
25	$2/(1+x)^2$	$2x/(x+1)^2$	1	$3/2$
26	$1/(1+x)$	$-1/(1+x) + \ln(1+x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$
27	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \cos(\pi x/2)$	1	0

N	$q(x)$	$f(x)$	$y_0$	$y_1$
28	5	$e^{2x}$	1	$e^2$
29	1/2	$e^{x/2}/4$	1	$\sqrt{e}$
30	$\pi^2$	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять  $h = (b-a)/10$ , шаг  $\tau$  выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от  $x$  при  $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$ .

N	$a$	$b$	$k$	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	2	1	0	0	0	$x$
2	0	2	1	$x$	0	2	$x$
3	0	1	0.25	0	$e^t - 1$	0	0
4	0	1	0.2	$(1-x)^2$	1	0	$xe^{-t}$
5	0	2	2	0	0	$10t$	1
6	0	1	0.4	$x^3$	0	0	$x^2$
7	0	1	0.4	$1-x$	1	0	2
8	0	1	1	1	1	1	1
9	0	1	0.5	0	0	$e^{10t} - 1$	1
10	0	1	1	1	$e^t$	$e^{10t}$	0
11	0	1	0.25	$x^3$	0	1	$x$
12	0	1	1	$x - x^2$	$\sin 2t$	0	0
13	0	1	1	0	$\sin t$	0	0
14	0	1	0.4	1	1	1	$\cos t$
15	0	2	0.5	1	$e^{-t}$	$e^{-5t}$	2
16	0	2	1	1	$e^{10t}$	$e^t$	0
17	0	1	0.4	$(1-x)^3$	1	$\sin t$	$(1-x) \sin t$
18	0	1	0.25	$x^3$	0	1	5
19	0	1	1	$(1-x)^2$	$1/(1+t)$	0	$1-x^2$
20	0	1	0.5	$x^3$	$1 - e^{-t}$	$e^{-t}$	0
21	0	1	0.2	$1-x^2$	1	0	$1-x$
22	-1	1	0.5	$ x $	1	1	0
23	-1	1	0.2	$1 -  x $	0	0	1
24	0	2	1	$x$	0	2	$x$
25	0	1	0.5	1	$1+t$	$e^{-2t}$	0
26	0	1	0.1	$x$	$2 \sin t$	$\cos t$	0
27	0	1	0.2	$\sin x$	0	$\sin(1+2t)$	$1-x$
28	0	1	0.5	0	0	$10t$	$t$

N	$a$	$b$	$k$	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
29	0	2	1	1	$e^{-5t}$	$\cos t$	1
30	0	1	0.25	$x - x^2$	$t$	0	$e^{-t}$