

МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

Ивановский институт Государственной противопожарной службы

Кафедра физики и теплотехники

Т.В. Фролова, Е.С. Титова

ФИЗИКА
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

*Учебно-методическое пособие по дисциплине «Физика»
для слушателей факультета заочного обучения
по специальности 280104.65 «Пожарная безопасность»*

Иваново 2010

Фролова Т.В., Титова Е.С. Физика. Методические указания и задания к контрольной работе № 2: учебно-методическое пособие. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2010. – 87 с.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с Государственным стандартом высшего профессионального образования.

Основной материал программы курса в пособии распределен на 4 раздела: электродинамика, оптика, элементы физики атома и квантовой механики, строение атомного ядра. В каждом из них даны основные формулы, примеры решения задач и контрольные задания. Кроме того, в пособии даны общие методические указания, сведения о приближенных вычислениях и некоторые справочные таблицы.

Пособие предназначено для слушателей факультета заочного обучения специальности 280104.65 «Пожарная безопасность», выполняющих контрольные работы по дисциплине «Физика».

Учебно-методическое пособие рассмотрено
и рекомендовано к публикации
кафедрой физики и теплотехники
Протокол № 9 от 12.01.10.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета института.

Рецензенты:

начальник кафедры пожарной техники Ивановского института ГПС МЧС России, подполковник внутренней службы, к.т.н. М.В. Богомолов
доцент Ивановского государственного университета, к.ф.-м.н. М. Л. Рутенберг

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ.....	4
Рабочая программа курса физики за второй год обучения.....	5
Литература.....	7
Учебные материалы по разделам курса физики за второй год обучения	8
Раздел III. Электродинамика.....	8
Электростатика в вакууме и веществе.....	8
Постоянный электрический ток.....	19
Электромагнетизм.....	27
Раздел IV. Оптика.....	38
Геометрическая оптика.....	38
Фотометрия.....	41
Интерференция и дифракция света.....	43
Дисперсия и поляризация света.....	46
Законы теплового излучения и явление фотоэлектрического эффекта.....	48
Раздел V. Элементы физики атома и квантовой механики.....	51
Теория водородоподобного атома.....	51
Волновые свойства частиц.....	53
Раздел VI. Строение атомного ядра.....	57
Строение ядра.....	57
Энергия связи ядра и дефект масс.....	58
Радиоактивность.....	58
Ядерные реакции.....	59
Контрольная работа № 2.....	62
Приложения.....	83

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса физики слушатель-заочник должен представить в учебное заведение две контрольные работы.
2. На титульном листе необходимо указать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы слушателя, шифр зачетной книжки и домашний адрес.
3. Номера задач, которые слушатель должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов.
4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляют поля.
5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием слушатель пользовался при изучении курса физики. Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует слушателю изучить для завершения контрольной работы.
6. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, слушатель обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.
7. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж.
8. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи.
9. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
10. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.
11. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 6750 надо записать $6,75 \cdot 10^3$, вместо 0,00333 записать $3,33 \cdot 10^{-3}$ и т.п.
12. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ ЗА ВТОРОЙ ГОД ОБУЧЕНИЯ

Электростатика

Микроскопические носители электрических зарядов. Закон сохранения электрического заряда. Взаимодействие электрических зарядов. Закон Кулона. Поле неподвижных зарядов. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Потенциальная энергия. Понятие потенциала электрического поля. Нормировка потенциала. Теорема Остроградского–Гаусса для электростатического поля в вакууме. Применение теоремы Остроградского – Гаусса к расчету поля. Диэлектрическая проницаемость среды.

Проводники в электрическом поле. Поле внутри проводника и у его поверхности. Распределение зарядов в проводнике. Емкость уединенного проводника. Взаимная емкость двух проводников. Конденсаторы.

Постоянный электрический ток

Постоянный электрический ток, его характеристики и условия существования. Источники тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка цепи и полной цепи. Правила Кирхгофа. Закон Джоуля-Ленца.

Электромагнетизм

Поле движущихся электрических зарядов. Формула Лоренца. Релятивистский характер магнитного поля. Магнитное поле. Магнитная индукция. Закон Ампера. Магнитное поле тока. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля. Магнитное поле прямолинейного проводника с током. Магнитное поле кругового тока. Магнитный момент витка с током. Вихревой характер магнитного поля. Циркуляция вектора магнитной индукции по контуру. Законы электростатики и магнитостатики Максвелла в дифференциальной и интегральной формах. Токи смещения. Полевые и материальные уравнения классического электромагнетизма. Принцип относительности в электродинамике. Вектор Умова-Пойнтинга. Поток вектора Умова-Пойнтинга сквозь замкнутую поверхность.

Электромагнитные колебания и волны

Гармонические электромагнитные колебания и их характеристики. Колебательный контур. Энергия колебательного контура. Свободные и затухающие электромагнитные колебания. Квазистационарные переменные токи. Цепи переменного тока. Электромагнитная волна. Дифференциальное уравнение электромагнитной волны. Монохроматическая волна. Энергия электромагнитных волн. Эффект Доплера в акустике.

Волновая оптика

Кинетика волновых процессов. Законы геометрической оптики. Физический смысл спектрального разложения. Аберрации оптических систем. Элементы электронной оптики. Интерференция света и ее практическое применение. Дифракция света. Дифракционная решетка и ее характеристики. Метод зон Френеля. Элементы Фурье-оптики. Интерференция света в тонких пленках.

Понятие о голографии. Методы наблюдения интерференции света. Разрешающая способность оптических приборов.

Квантовая природа излучения

Тепловое излучение. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана. Закон смещения Вина. Квантовая гипотеза Планка. Внешний фотоэффект и его законы. Фотоны. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Масса и импульс фотона. Эффект Комптона и его теория.

Элементы атомной физики и квантовой механики

Опытное обоснование корпускулярно-волнового дуализма свойств вещества. Формула де Бройля. Соотношение неопределенностей как проявление корпускулярно-волнового дуализма свойств материи. Волновая функция и ее статистический смысл. Ограниченность механического детерминизма. Квантовые уравнения движения. Общее уравнение Шредингера. Принцип причинности в квантовой механике. Стационарные состояния. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Свободная частица. Туннельный эффект. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме». Квантование энергии и импульса частицы. Принцип соответствия Бора. Влияние формы «потенциальной ямы» на квантование энергии частицы: линейный гармонический осциллятор, атом водорода. Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа. Опыт Штерна и Герлаха. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Принцип неразличимости тождественных частиц. Распределение электронов в атоме по состояниям. Энергетический спектр атомов и молекул. Природа химической связи. Комбинационное рассеяние света. Понятие о парамагнитном резонансе. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения. Принцип детального равновесия и формула Планка. Лазер.

Элементы квантовой статистики

Понятие о квантовой статистике Бозе-Эйнштейна. Фотонный и фононный газы. Распределение фононов по энергиям. Понятие о квантовой статистике Ферми-Дирака. Энергия Ферми.

Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц

Основные характеристики ядра. Протонно-нейтронная структура ядра. Состав ядра. Работы Иваненко и Гейзенберга. Нуклоны. Взаимодействие нуклонов и понятие о свойствах и природе ядерных сил. Дефект массы и энергия связи ядра. Закономерности и происхождение альфа-, бета- и гамма-излучения атомных ядер. Общая характеристика радиоактивности. Прохождение тяжелых частиц, бета – и гамма – излучения через вещество. Ядерные реакции и законы сохранения. Реакция деления ядра. Цепная реакция деления. Понятие о ядерной энергетике. Реакция синтеза атомных ядер. Термоядерные реакции. Элементарные частицы. Классы элементарных частиц.

Виды взаимодействия. Понятие об основных проблемах современной физики и астрофизики.

Элементы физики твердого тела

Энергетические зоны в кристаллах. Распределение электронов по энергетическим зонам. Валентная зона и зона проводимости. Металлы, диэлектрики и полупроводники. Собственная проводимость полупроводников. Квазичастицы-электроны проводимости и дырки. Эффективная масса электрона в кристалле. Примесная проводимость полупроводников. Электронный и дырочный полупроводники. Контактные явления. Контакт электронного и дырочного полупроводников ($p-h$ – переход) и его вольтамперная характеристика. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. Люминесценция твердых тел.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Высш. Шк., 2001. – 542с.
2. Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учеб. Пособие для вузов. – М. : Высш. Шк., 2003. – 591с.
3. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 640 с.

Дополнительная

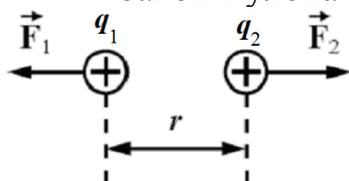
1. Бондарев Б. В. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 2. Электромагнетизм. Волновая оптика. Квантовая физика: Учеб. Пособие / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г. Г. Спирин. – М.: Высш. Шк., 2003. – 438 с.
2. Дмитриева В. Ф., Прокофьев В.Л. основы физики: Учеб. Пособие для студентов вузов. – М.: Высш. Шк., 2003. – 527 с.
3. Кингсепп А. С., Локшин Г. Р., Ольхов О. А. Основы физики. Курс общей физики: Учеб. Пособие в 2 т. /Под ред. А. С. Кингсеппа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учеб. Пособие: Для вузов. В 5 т. Т. IV. Оптика. 3-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2002. – 792 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учеб. Пособие: Для вузов. В 5 т. Т. V. Атомная и ядерная Физика. 2-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2002. – 784 с.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ ЗА ВТОРОЙ ГОД ОБУЧЕНИЯ

Раздел III. Электродинамика

Электростатика в вакууме и веществе

- Закон Кулона

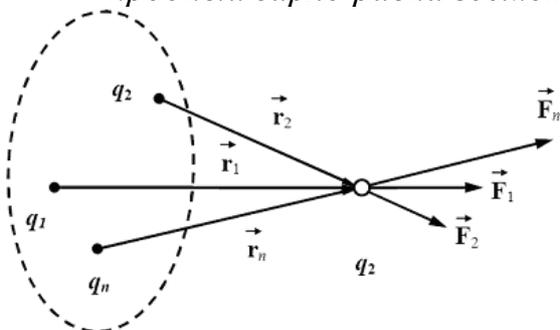


$$|\vec{F}_{12}| = \frac{|q_1 q_2|}{4 \pi \epsilon \epsilon_0 r^2},$$

где \vec{F}_{12} – сила, действующая на точечный заряд q_1 со стороны точечного заряда q_2 , Кл (рис.1); $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая постоянная среды.

Рис.1. Взаимодействие зарядов

- Принцип суперпозиции: *резльтирующая сила \vec{F} , действующая на пробный заряд равна геометрической сумме сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$* (рис.2).



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Рис. 2. Система точечных зарядов

- Напряженность электрического поля в точке

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Единица измерения напряженности вольт на метр (В/м).

- Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

В случае наложения двух электрических полей с напряженностями \vec{E}_1 и \vec{E}_2 модуль вектора напряженности определяется по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 .

- Графическое изображение электростатического поля: *в наглядной форме электростатическое поле принято изображать графически с помощью линий напряженности электростатического поля* (рис. 3).

На рис. 3 представлены линии напряженности поля:

- линия напряженности (силовая линия) – линия, проведенная в электростатическом поле так, что вектор напряженности в каждой ее точке направлен по касательной к этой линии;
- положительного точечного заряда;

- в) отрицательного точечного заряда;
 г) двух разноименных зарядов (диполя).

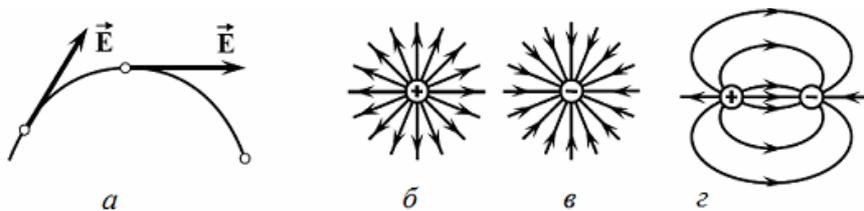


Рис. 3. Линии напряженности

- Поток вектора напряженности электрического поля

а) через произвольную поверхность S , помещенную в неоднородное поле

$$\Phi_E = ES_0 = ES \cos(\vec{n}, \vec{E}) = ES \cos \alpha = E_n S$$

где α – угол между вектором напряженности и нормалью n к элементу поверхности; S_0 – проекция площадки S на плоскость перпендикулярную силовым линиям; E_n – проекция вектора напряженности на нормаль (рис. 4).

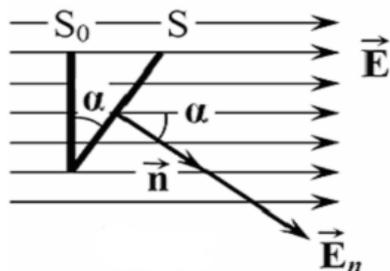


Рис. 4. Поток вектора напряженности через поверхность S

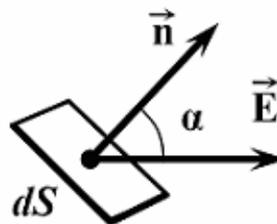


Рис. 5. Поток вектора напряженности через плоскую поверхность dS

б) через плоскую поверхность (рис. 5), помещенную в однородное электрическое поле

$$\Phi_E = ES \cos \alpha .$$

Поток вектора напряженности через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint E_n dS ,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

- Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} .$$

- Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R , несущей заряд q , на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы ($r < R$)

$$E = 0 ;$$

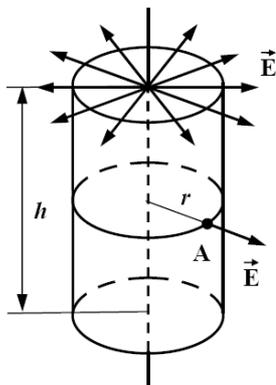
б) на поверхности сферы ($r = R$)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} ;$$

в) вне сферы ($r > R$)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

- Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром, рис. 6) на расстоянии r от ее оси



$$E = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

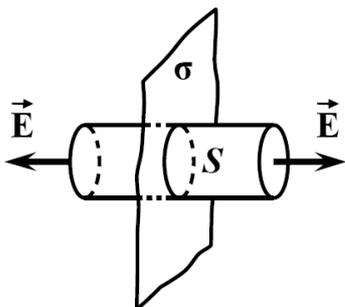
где τ – линейная плотность заряда, Кл/м.

Рис. 6. Бесконечно длинная равномерно заряженная нить

- Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити:

$$\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}.$$

- Напряженность поля, создаваемой бесконечной равномерно заряженной плоскостью (рис. 7)



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

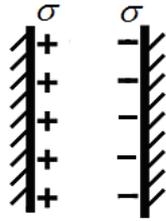
где σ – поверхностная плотность заряда, Кл/м².

Рис. 7. Равномерно заряженная плоскость

- Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

- Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями с одинаковой по модулю поверхностной плотностью заряда σ (рис. 8)



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Рис. 8. Поле, образованное двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями

- Потенциал электростатического поля

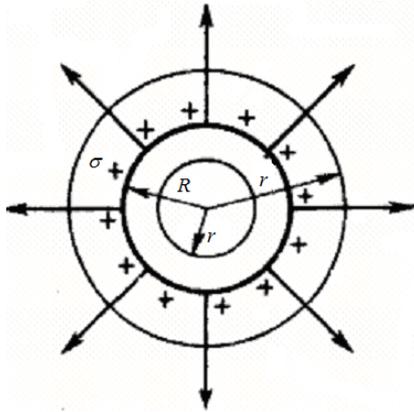
$$\phi = \frac{T}{q},$$

где T – потенциальная энергия точечного заряда, помещенного в данную точку поля, при условии, что его потенциальная энергия в бесконечности принята равной нулю. Единица измерения потенциала вольт (В).

- Связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля: проекция вектора напряженности электростатического поля E_l на любое направление l в пространстве равна убыли потенциала на единице длины вдоль этого направления

$$E_l = -\frac{\partial\phi}{\partial l}.$$

- Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом q на расстоянии r от заряда
- Потенциал электрического поля, создаваемого металлической, несущей заряд q сферой радиусом R , на расстоянии r от центра сферы (рис. 9):



а) внутри сферы ($r < R$)

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

б) на поверхности сферы ($r = R$)

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

в) вне сферы ($r > R$)

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Рис. 9. Равномерно заряженная металлическая сфера

- Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда из одной точки поля, имеющей потенциал ϕ_1 , в другую, имеющую потенциал ϕ_2
- Электрическая емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\phi}.$$

Единица измерения емкости фарад (Ф).

- Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2},$$

где $\phi_1 - \phi_2$ – разность потенциалов на обкладках конденсатора.

- Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом R , находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

- Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь пластин; d – расстояние между ними; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электрическая емкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

- Электрическая емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

- Электрическая емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

- Электрическая емкость последовательно соединенных конденсаторов

в общем случае
$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

где n – число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

- Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов

в общем случае
$$C = \sum_{i=1}^n C_i;$$

в случае двух конденсаторов
$$C = C_1 + C_2.$$

- Энергия заряженного проводника

$$W = \frac{C\Phi^2}{2}; \quad W = \frac{q^2}{2C}; \quad W = \frac{q\Phi}{2}.$$

- Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{q^2}{2C}; \quad W = \frac{qU}{2}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. В трех вершинах квадрата со стороной $a = 40$ см находятся одинаковые положительные заряды по $q_1 = q_2 = q_3 = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряженность E поля в четвертой вершине.

Решение: По принципу суперпозиции электрических полей (рис. 10) для точки A находим:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3, \quad (1)$$

где $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ – напряженности полей, созданных зарядами q_1, q_2, q_3 соответственно в точке A . Запишем уравнение (1) в проекциях на выбранные направления:

$$\begin{aligned} E_x &= E_1 \sin \alpha + E_2 + E_3 \cos \alpha \\ E_y &= -E_1 \cos \alpha + E_3 \sin \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} E_1 &= E_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}; \quad E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \\ r^2 &= 2a^2, \quad \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \end{aligned}$$

и подставляя эти выражения в уравнения (2), найдем:

$$E_y = 0; \quad E_x = E = \frac{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2} + \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 2a^2} + \frac{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2} = 1.9 \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}.$$

Подставив числовые данные, получим

$$E = 1.9 \frac{5 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3.14 \cdot 1.8 \cdot 85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.4^2} \approx 5.35 \cdot 10^2 \text{ В/м.}$$

Пример 2. Два шарика с зарядами $q_1 = 0,67 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 1,33 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см?

Решение: В задачах такого типа удобно считать один из шариков неподвижным, образующим электрическое поле, а другой шарик – движущимся в поле первого шарика.

Пусть шарик с зарядом q_1 образует поле, а шарик с зарядом q_2 движется в этом поле из точки, находящейся на расстоянии r_1 от шарика с зарядом q_1 , в точку, находящуюся на расстоянии r_2 от первого шарика. Тогда работа, которую при этом совершает внешняя сила:

$$A_{\text{вн}} = -A = q_2(\phi_2 - \phi_1),$$

(1)

где ϕ_1 и ϕ_2 – потенциалы начальной и конечной точек поля. Поскольку поле образовано точечным зарядом, то

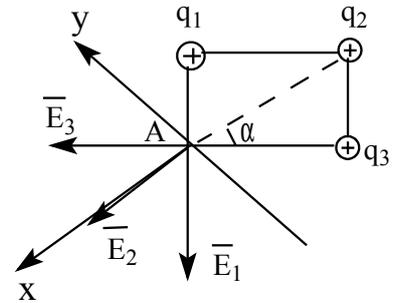


Рис. 10. Графическое изображение системы зарядов

$$\phi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} \quad \text{и} \quad \phi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} .$$

Подставляя эти выражения в формулу (1), получим

$$A_{\text{вн}} = q_2 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} \right) = \frac{q_1 q_2 (r_1 - r_2)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 r_2} ,$$

$$A_{\text{вн}} = \frac{0,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1,33 \cdot 10^{-8} (0,4 - 0,25)}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4 \cdot 0,25} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Пример 3. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0,5$ нКл. Найти напряженность E поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см.

Решение: Точки, в которых требуется найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях (рис. 11): области I ($r_1 < R_1$), области II ($R_1 < r_2 < R_2$), области III ($r_3 > R_2$).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1 и воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\oint_{S_1} E_n dS = 0$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю).

Из соображений симметрии $E_n = E_1 = \text{const}$. Следовательно, $E_1 \oint_{S_1} dS = 0$ и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1 < R_1$, будет равна нулю: $E_1 = 0$.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2 . В этом случае

$$\int_{S_2} E_n dS = \frac{q_1}{\epsilon_0} ,$$

(так как внутри гауссовой поверхности находится только заряд q_1).

Так как $E_n = E = \text{const}$, то E можно вынести за знак интеграла:

$$E \int_{S_2} dS = \frac{q_1}{\epsilon_0} , \quad \text{или} \quad ES_2 = \frac{q_1}{\epsilon_0} .$$

Обозначив напряженность E для области II через E_2 , получим

$$E_2 = \frac{q_1}{\epsilon_0 S_2} ,$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ – площадь гауссовой поверхности.

Тогда

$$E_2 = \frac{q_1}{\epsilon_0 4\pi r_2^2} .$$

Подставляя данные, получим

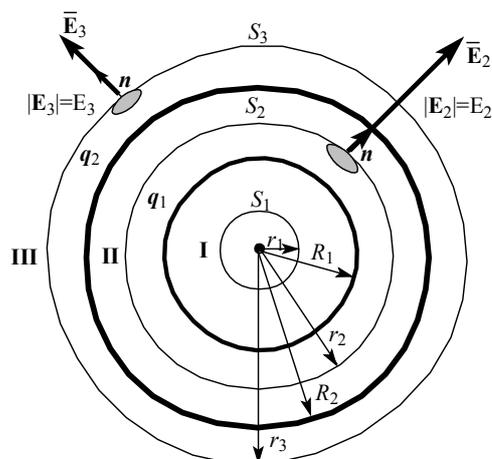


Рис. 11

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{0.09^2} = 1.11 \text{ кВ/м.}$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3 . Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что в этом случае гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен $q_1 + q_2$.

Тогда

$$E_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}.$$

Заметив, что $q_2 < 0$, это выражение можно переписать в виде

$$E_3 = \frac{q_1 - |q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}.$$

Подставляя данные, получим

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0.5)10^{-9}}{0.15^2} = 200 \text{ В/м.}$$

Пример 4. С поверхности бесконечного равномерно заряженного ($\tau = 50 \text{ нКл/м}$) цилиндра вылетает α -частица ($v_0 = 0$). Определите кинетическую энергию $E_{к2}$ α -частицы в точке 2 на расстоянии $8R$ от поверхности цилиндра (рис. 12).

Решение: Так как силы электростатического поля являются консервативными, то для определения кинетической энергии α -частицы в точке 2 воспользуемся законом сохранения энергии, записанном в виде $E_1 = E_2$, где E_1 и E_2 – полные энергии α -частицы в точках 1 и 2.

Так как $E_1 = E_{к1} + E_{п1}$ и $E_2 = E_{к2} + E_{п2}$ ($E_{к}$ – кинетическая энергия частицы; $E_{п}$ – потенциальная энергия частицы), то, учитывая, что $E_{к1} = 0$ ($v_0 = 0$), можно записать

$E_{п1} = E_{к2} + E_{п2}$, откуда $E_{к2} = E_{п1} - E_{п2} = q(\phi_1 - \phi_2)$, где q – заряд α -частицы; ϕ_1 и ϕ_2 – потенциалы точек 1 и 2.

Потенциал $d\phi$, создаваемый этой заряженной частицей, можно определить

по формуле

$$d\phi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\tau \cdot dR}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным цилиндром (стержнем) в точке 2 найдем интегрированием этого выражения

$$\phi = \int_R^{8R} \frac{\tau \cdot dR}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_R^{8R} \frac{dR}{R}.$$

Выполним интегрирование

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{8R}{R} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 8.$$

Тогда

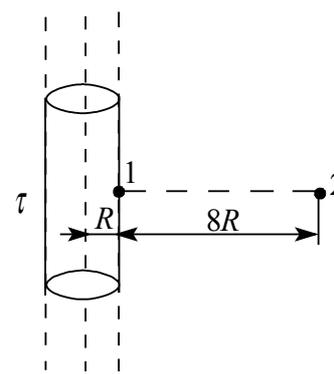


Рис. 12

$$E_{\kappa_2} = \frac{q\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 8 .$$

Подставляя данные, получим

$$E_{\kappa_2} = \frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \cdot 2.07 = 2.98 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}$$

или

$$E_{\kappa_2} = \frac{2.98 \cdot 10^{-16}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 1.9 \cdot 10^3 \text{ эВ} = 1.9 \text{ кэВ}.$$

Пример 5. Как изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если между его обкладками поместить диэлектрическую пластинку ($\epsilon = 6$), толщина которой равна половине расстояния между обкладками?

Решение: После того как между обкладками конденсатора поместили диэлектрическую пластинку, его можно рассматривать как батарею последовательно соединенных конденсаторов: первый – заполненный диэлектриком с емкостью $C_1 = \frac{2\epsilon\epsilon_0 S}{d}$, второй – воздушный с емкостью $C_2 = \frac{2\epsilon_0 S}{d}$, расстояния между обкладками в каждом $d/2$ (d – расстояние между обкладками конденсатора).

Общая емкость батареи определится правилом последовательного соединения конденсаторов: $\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

Емкости C_1 и C_2 можно выразить через первоначальную емкость плоского воздушного конденсатора $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$; $C_1 = 2\epsilon_0 C_0$; $C_2 = 2C_0$.

Отсюда общая емкость батареи будет равна: $C_{\text{общ}} = \frac{2\epsilon_0 C_0}{(\epsilon + 1)}$.

Подставляя значение $\epsilon = 6$, получаем ответ

$$\frac{C_{\text{общ}}}{C_0} = \frac{2\epsilon C_0}{(\epsilon + 1)C_0} = \frac{2 \cdot 6}{6 + 1} = 1,7 .$$

Пример 6. Медный шар массой $m = 1$ кг содержит $N = 1 \cdot 10^{10}$ нескомпенсированных элементарных зарядов. Определить емкость шара и его потенциал. Плотность меди $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

Решение: Емкость шара определим по формуле $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$.

Радиус шара можно определить из формулы его объема $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Теперь воспользуемся формулой плотности и подставим в нее значение для объема:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi R^3}, \quad \text{откуда} \quad R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} .$$

Подставим это выражение в формулу для емкости, тем самым ответив на вопрос задачи:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = 4 \cdot 3.14 \cdot 1.8,85 \cdot 10^{-12} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 3.14 \cdot 8,9 \cdot 10^3}} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Потенциал определим из формулы емкости проводника:

$$C = \frac{q}{\phi}, \text{ откуда } \phi = \frac{q}{C} = \frac{Ne}{C} = \frac{10^{10} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^{-12}} = 533 \text{ В.}$$

Пример 7. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 300$ В. Расстояние между пластинами $d = 2$ см, длина конденсатора $l = 10$ см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетал из конденсатора?

Решение: Электрон в плоском конденсаторе будет двигаться по параболе (рис. 13), подобно горизонтально брошенному телу в поле силы тяжести. Траекторию электрона можно спроецировать на оси X и Y по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Ось X – горизонтально, ось Y – вертикально вниз. На электрон в конденсаторе действует постоянная сила $F = eE$, направленная вдоль

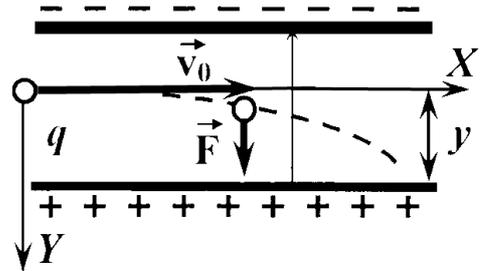


Рис. 13. Движение электрона в плоском конденсаторе

оси Y , под действием которой он получит ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$, где $E = \frac{U}{d}$ – напряженность поля конденсатора. Следовательно, вдоль оси Y движение электрона равноускоренное с нулевой начальной скоростью, т. к. проекция v_0 на ось X равна нулю. Вдоль оси X на электрон не действуют никакие силы, следовательно, вдоль оси X движение происходит с постоянной скоростью v_0 . Пролетая длину l конденсатора за время $t = \frac{l}{v_0}$, электрон отклонится на расстояние $y = \frac{at^2}{2} = \frac{eEl^2}{2mv_0^2} = \frac{eUl^2}{2md^2}$.

Чтобы электрон не вылетел из конденсатора, надо, чтобы $y \geq \frac{d}{2}$,

где d – расстояние между пластинами конденсатора.

Отсюда
$$v_0 \leq \frac{l}{d} \cdot \sqrt{\frac{eU}{m}}.$$

Подставляя данные, получим предельную начальную скорость для электрона

$$v_0 = \frac{0.1}{0.02} \cdot \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 300}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 3.6 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Пример 8. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической по отношению к ней цилиндрической оболочки, между которыми находится изоляция $\epsilon = 3,2$. Найти ёмкость C_1 единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $R_1 = 1,3$ см, радиус оболочки $R_2 = 3,0$ см (рис.14).

Решение: Кабель можно рассматривать как цилиндрический конденсатор.

Ёмкость конденсатора:
$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2},$$

где q – заряд на жиле, $(\phi_1 - \phi_2)$ – разность потенциалов между жилой и оболочкой.

Ёмкость единицы длины кабеля:

$$C_1 = \frac{C}{L} = \frac{q}{L(\phi_1 - \phi_2)} = \frac{\tau}{\phi_1 - \phi_2},$$

где τ - линейная плотность заряда.

Разность потенциалов связана с напряженностью E электрического поля, направленного вдоль радиальных прямых от жилы к оболочке:

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_r E d\vec{r} = \int_r E_r dr = \int_{R_1}^{R_2} E dr .$$

Напряженность поля заряженной жилы (нити):

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} .$$

Тогда

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} .$$

Следовательно,

$$C_1 = \frac{\tau}{\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}} .$$

Подставив данные, получим

$$C_1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,8,85 \cdot 10^{-12}}{\ln \frac{0,03}{0,13}} = 2,14 \cdot 10^{-10} \text{ Ф/м или } 214 \text{ пФ/м.}$$

Пример 9. Два кубика емкостями C_1 и C_2 заряжены до потенциалов ϕ_1 и ϕ_2 соответственно. Чему равна общая емкость $C_{общ}$ прямоугольной призмы (рис. 15), составленной из этих кубиков? Потерями энергии пренебречь.

Решение: Для нахождения общей емкости сложенных вместе кубиков никакие формулы последовательного и параллельного соединения конденсаторов неприемлемы. Для решения данной задачи следует воспользоваться законами сохранения зарядов и энергии.

Допустим, нам известна энергия заряженной призмы:

$$W_{общ} = \frac{q_{общ}^2}{2C_{общ}}, \tag{1}$$

где $q_{общ}$ – общий заряд призмы, он равен $q_{общ} = q_1 + q_2$.

Заряд кубика легко найти, зная его емкость и потенциал:

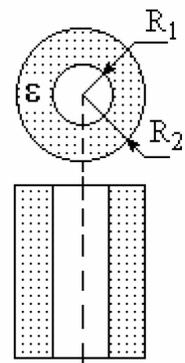


Рис. 14. Схематическое изображение кабеля

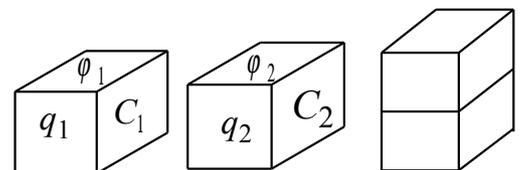


Рис. 15

$$C_1 = \frac{q_1}{\Phi_1} \text{ и } C_2 = \frac{q_2}{\Phi_2},$$

$$q_1 = C_1 \Phi_1 \text{ и } q_2 = C_2 \Phi_2,$$

откуда
поэтому
(2)

$$q_{\text{общ}} = C_1 \Phi_1 + C_2 \Phi_2.$$

Общая энергия заряженной призмы по закону сохранения энергии равна:

$$W_{\text{общ}} = W_1 + W_2.$$

Энергию каждого кубика найдем как: $W_1 = \frac{C_1 \Phi_1^2}{2}$ и $W_2 = \frac{C_2 \Phi_2^2}{2}$,

тогда

$$W_{\text{общ}} = \frac{C_1 \Phi_1^2}{2} + \frac{C_2 \Phi_2^2}{2}.$$

(3)

Подставив (2) и (3) в (1) получим уравнение, из которого найдем общую

емкость призмы

$$\frac{C_1 \Phi_1^2 + C_2 \Phi_2^2}{2} = \frac{(C_1 \Phi_1 + C_2 \Phi_2)^2}{2C_{\text{общ}}},$$

отсюда

$$C_{\text{общ}} = \frac{(C_1 \Phi_1 + C_2 \Phi_2)^2}{C_1 \Phi_1^2 + C_2 \Phi_2^2}.$$

Постоянный электрический ток

- Сила постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q – количество электричества (заряд), прошедшее через поперечное сечение проводника за время t .

Единица измерения силы тока ампер (А).

- Плотность электрического тока

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \vec{k},$$

где \vec{k} – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда. Единица измерения плотности тока ампер на метр в квадрате (А/м²).

- Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника, Ом·м; l – его длина, м. Единица измерения сопротивления Ом (Ом).

- Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и 0 °С; t – температура; α – температурный коэффициент сопротивления.

- Сопротивление последовательного соединения проводников

$$R = \sum_{i=1}^n R_i,$$

где R_i – сопротивление i -го проводника; n – число проводников.

- Сопротивление параллельного соединения проводников

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} .$$

- Закон Ома

а) для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\phi_1 - \phi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R} = \frac{U}{R} ,$$

б) для однородного участка цепи

$$I = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R} = \frac{U}{R} ,$$

в) для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R} ,$$

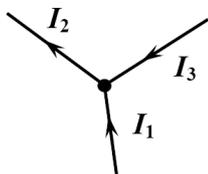
где $(\phi_1 - \phi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; U – напряжение на участке цепи, В; R – сопротивление цепи; ε – ЭДС всех источников тока цепи, В.

- Закон Ома в дифференциальной форме: *плотность тока в любой точке проводника пропорциональна напряженности электрического поля в этой точке*

$$j = \frac{E}{\rho} = \sigma \cdot E .$$

- Правила Кирхгофа

Первое правило (рис. 16): *алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю*



$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 ,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

Рис. 16. Токи, сходящиеся в узле

Второе правило (рис. 17): *в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил*

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i ,$$

где I_i – сила тока на i -том участке; R_i – активное сопротивление на i -том участке; ε_i – ЭДС источников тока на i -том участке; n – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число участков, содержащих источники тока.

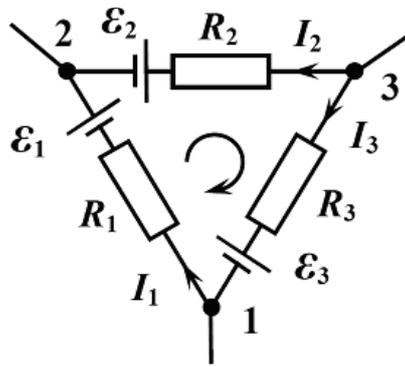


Рис. 17. Замкнутый контур

- Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t

$$A = q(\phi_1 - \phi_2) = qU = IU \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t = I^2 R \Delta t .$$

- Мощность тока

$$P = IU .$$

- Закон Джоуля-Ленца

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt ,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи (Дж) за время t .

- Параллельное и последовательное соединение проводников. Сопротивление внешней цепи зависит от того, каким образом соединены ее элементы.

а) последовательное соединение проводников (рис. 18)

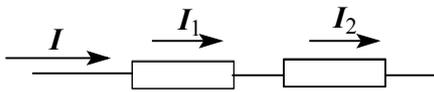


Рис. 18. Последовательное соединение проводников

$$I = I_1 = I_2 = const ,$$

$$U = U_1 + U_2 ,$$

$$R = R_1 + R_2$$

б) параллельное соединение проводников (рис. 19)

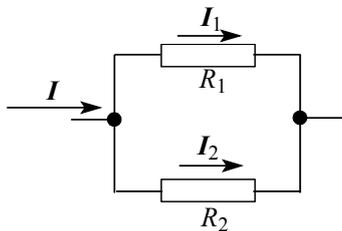


Рис. 19. Параллельное соединение проводников

$$U_1 = U_2 = U = const$$

$$I = I_1 + I_2 ,$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} .$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. В данной схеме (рис. 20) батарея с ЭДС равной $\varepsilon = 100$ В, $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом, $R_4 = 34$ Ом. Найти силу тока, текущего через сопротивление R_2 и падение напряжения на этом сопротивлении. Сопротивлением батареи пренебречь.

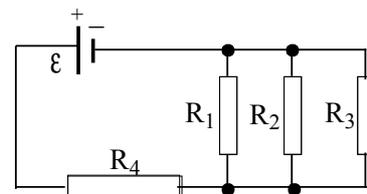


Рис. 20. Схема батареи

Решение: По закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = I_4 = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{R},$$

где: R – полное сопротивление цепи.

Резисторы R_1, R_2, R_3 соединены параллельно и все вместе последовательно с R_4 . При параллельном соединении падение потенциала на каждом резисторе одинаковое, т.е. $U_1 = U_2 = U_3$; а сопротивление:

$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{40}} = 16 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи:

$$R = R_{123} + R_4 = 16 + 34 = 50 \text{ Ом.}$$

$$\text{По закону Ома } I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ А.}$$

ЭДС батареи $\varepsilon = I \cdot R = I(R_{123} + R_4) = I \cdot R_{123} + I \cdot R_4 = U_2 + I \cdot R_4$, откуда $U_2 = \varepsilon - I \cdot R_4 = 100 - 2 \cdot 34 = 32$ В.

Сила тока, текущего через сопротивление R_2 :

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{32}{80} = 0,4 \text{ А.}$$

Пример 2. Сколько ватт потребляет нагреватель электрического чайника, если $V = 1$ л воды закипает через $\tau = 3$ мин? Каково сопротивление нагревателя, если напряжение в сети $U = 220$ В. Начальная температура воды $t_1 = 5^\circ\text{C}$. Коэффициент полезного действия нагревателя $\eta = 80\%$.

Решение: Мощность нагревателя: $P = \frac{A}{t}$, где A – работа электрического тока.

Полезная работа численно равна теплоте, необходимой для нагревания воды:

$$A_{\text{пол}} = cm(T_2 - T_1) = c \cdot \rho V \cdot \Delta T,$$

где c – удельная теплоемкость воды, ρ – плотность воды.

Коэффициент полезного действия нагревателя $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A}$,

следовательно: $A = \frac{A_{\text{пол}}}{\eta} = \frac{c \rho V \Delta T}{\eta}$.

Тогда мощность нагревателя:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{c \rho V \Delta T}{\eta t} = \frac{4,19 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 95}{180 \cdot 0,8} = 2,76 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Мощность электрического тока $P = \frac{U^2}{R}$. Выразим отсюда сопротивление нагревателя:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{2,76 \cdot 10^3} = 17,5 \text{ Ом.}$$

Пример 3. Определить напряженность электрического поля в серебряном проводнике с радиусом поперечного сечения $R = 0,5$ мм при силе тока $I = 2$ А. Удельное сопротивление серебра $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение: Разность потенциалов $\phi_1 - \phi_2 = U$, напряженность поля $E = \frac{U}{l}$.

По закону Ома $I = \frac{U}{R}$, откуда $U = IR$.

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad S = \pi r^2, \quad \text{тогда} \quad R = \rho \frac{l}{\pi r^2}, \quad \text{следовательно} \quad U = I \rho \frac{l}{\pi r^2},$$

откуда
$$E = \frac{I \rho l}{\pi r^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 2}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-8}} = 0,04 \text{ В/м.}$$

Пример 4. Чему равно напряжение U на катушке, содержащей $N = 1500$ витков стального провода с диаметром витка $D = 8$ см, если плотность тока в ней $j = 10$ А/мм²? Удельное сопротивление стали $\rho = 1,2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

Решение: Напряжение на катушке определим из закона Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}, \quad \text{откуда} \quad U = IR.$$

Силу тока в катушке определим через плотность тока j и площадь поперечного сечения проводника, из которого намотана катушка:

$$j = \frac{I}{S}, \quad \text{откуда} \quad I = jS.$$

Площадь поперечного сечения нам не дана, но она входит в формулу сопротивления $R = \rho \frac{l}{S}$.

Длину проводника l , из которого изготовлена катушка, можно найти, умножив число витков N на длину окружности одного витка. Поскольку диаметр окружности D , то $l = N\pi D$. Тогда $R = \rho \frac{N\pi D}{S}$.

$$\text{Тогда напряжение получится} \quad U = jS \rho \frac{N\pi D}{S} = j\rho N\pi D.$$

Переведем все единицы в СИ: $10 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2} = \frac{10 \text{ А}}{10^{-6} \text{ м}^2} = 10^7 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$; $D = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Произведя вычисления, получим:

$$U = 10^7 \cdot 1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 1500 \cdot 3,14 \cdot 0,08 = 452 \text{ В.}$$

Пример 5. Резистор из медной проволоки и амперметр включены последовательно. При температуре $t_0 = 0$ °С сопротивление резистора $R_0 = 20$ Ом. Сопротивление амперметра $R_A = 10$ Ом. Какую силу тока I_2 будет показывать амперметр, когда резистор нагреется до температуры $t = 100$ °С, если при температуре $t_0 = 0$ °С он показывает ток $I_1 = 4$ А? Температурный коэффициент меди $\alpha = 4,310^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Решение:

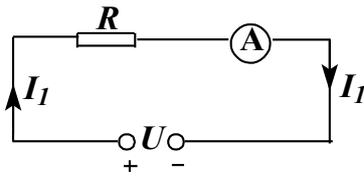


Рис. 21. Электрическая схема

Судя по условию задачи, общее напряжение U на резисторе с амперметром не изменялось (рис. 21), а с повышением температуры резистора изменилась сила тока в этом участке цепи вследствие увеличения сопротивления резистора от R_0 при температуре 0°C до R при температуре t .

Запишем закон Ома применительно к этим условиям:

$$I_1 = \frac{U}{R_0 + R_A} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U}{R + R_A},$$

откуда $U = I_1(R_0 + R_A)$ и $U = I_2(R + R_A)$,

поэтому

$$I_1(R_0 + R_A) = I_2(R + R_A),$$

откуда

$$I_2 = I_1 \frac{R_0 + R_A}{R + R_A} \quad (1).$$

Согласно зависимости сопротивления от температуры $R = R_0(1 + \alpha t)$.

Подставив это выражение в (1), получим:

$$I_2 = I_1 \frac{R_0 + R_A}{R_0(1 + \alpha t) + R_A} = 4 \frac{20 + 10}{20(1 + 4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 100) + 10} = 0.77 \text{ А}.$$

Пример 6. Источник тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$ и $\varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$ и $r_2 = 0,1 \text{ Ом}$, соединены следующим образом (рис. 22) и питают лампочку, сопротивление которой в нагретом состоянии $R = 20 \text{ Ом}$. Какова мощность P тока в лампе?

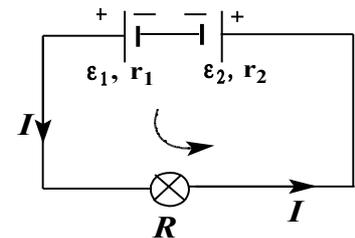


Рис. 22. Электрическая схема

Решение: Для определения мощности тока в лампе нам надо знать силу тока в цепи, поскольку сопротивление лампочки нам известно. Когда мы найдем силу тока, то мощность определим по формуле

$$P = I^2 R.$$

(1)

Силу тока в цепи найдем, воспользовавшись вторым правилом Кирхгофа. Нам достаточно составить одно уравнение второго правила Кирхгофа, поскольку мы имеем всего один контур. Будем обходить его против часовой стрелки. Тогда перед первой ЭДС поставим знак «+», а перед ε_2 – «-», поскольку в этом источнике мы будем переходить от «плюса» к «минусу» в сторону понижения потенциала.

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = IR + Ir$$

Запишем

$$1$$

$$I r_1 + I r_2$$

откуда
$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} . \quad (2)$$

Подставив (2) в (1) мы решим задачу:

$$P = R \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \right)^2 = 20 \left(\frac{4 - 2}{20 + 0.2 + 0.1} \right)^2 = 0.19 \text{ Вт.}$$

Пример 7. Сила тока в проводнике с сопротивлением $R = 100$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I = 10$ А за время $\tau = 30$ с. Определите заряд q , прошедший по проводнику, и выделившееся за это время в проводнике количество теплоты Q .

Решение: Так как сила тока в проводнике возрастает равномерно от $I_0 = 0$ до $I = 10$ А, то можно считать, что I является некоторой функцией от времени t , причем эта зависимость линейна: $I = k \cdot t$. Коэффициент пропорциональности

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I - I_0}{\tau} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ А/с.} \quad (1)$$

Заряд dq , прошедший за время dt , определяется как:

$$dq = I \cdot dt = k \cdot t \cdot dt , \quad (2)$$

Для определения всего заряд q , прошедший за время τ , нужно проинтегрировать (2) в пределах от 0 до τ :

$$q = \int_0^{\tau} k \cdot t \cdot dt = \frac{k\tau^2}{2} . \quad (3)$$

Подставляя численные значения в уравнение (3), получим:

$$q = \frac{30^2}{2 \cdot 3} = 150 \text{ Кл.}$$

Количество теплоты dQ , выделившееся за время dt в проводнике, определится как:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot dt = k \cdot R \cdot t^2 \cdot dt. \quad (4)$$

Полное количество теплоты Q , выделившееся за время τ , определится интегрированием:

$$Q = \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \tau^3 .$$

Подставляя численные значения в последнюю формулу, получим:

$$Q = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot 100 \cdot 30^3 = 10^5 \text{ Дж.}$$

Пример 8. Источники тока с электродвижущими силами ε_1 и ε_2 включены в цепь, как показано на рис. 23. Определить силы токов, текущих в сопротивлениях R_2 и R_3 , если $\varepsilon_1 = 10$ В и $\varepsilon_2 = 4$ В, а $R_1 = R_4 = 2$ Ом и $R_2 = R_3 = 4$ Ом. Сопротивления источников тока следует пренебречь.

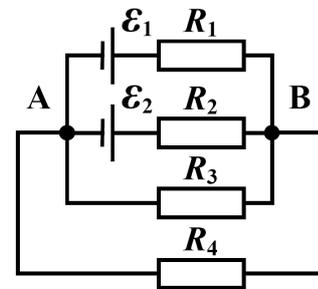


Рис. 23. Электрическая схема

Решение: Силы токов в разветвленной цепи определяют с помощью законов Кирхгофа. Чтобы найти четыре значения силы токов, следует составить четыре уравнения.

Перед составлением уравнений по закону Кирхгофа необходимо, во-первых, выбрать произвольно направления токов, текущих через сопротивления, указав их стрелками на чертеже, и, во-вторых, выбрать направление обхода контуров (для составления уравнений по второму закону Кирхгофа).

Выберем направления токов, как они показаны на рисунке, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

Рассматриваемая в задаче схема имеет два узла: A и B . Но составлять уравнение по первому закону Кирхгофа следует только для одного узла, так как уравнение, составленное для второго узла, будет следствием первого уравнения.

При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа необходимо соблюдать правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком плюс; ток, отходящий от узла, – со знаком минус.

По первому закону Кирхгофа для узла B имеем:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0 .$$

Недостающие три уравнения получим по второму закону Кирхгофа. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо соблюдать следующие правила знаков:

1) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение $I \cdot R$ входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае произведение $I \cdot R$ входит в уравнение со знаком минус;

2) если ЭДС повышает потенциал в направлении обхода контура, т. е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

По второму закону Кирхгофа имеем соответственно для контуров:

$$AR_1BR_2A: \quad I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \quad (1)$$

$$AR_1BR_3A: \quad I_1 R_1 - I_3 R_3 = \varepsilon_1, \quad (2)$$

$$AR_3BR_4A: \quad I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0. \quad (3)$$

Подставив в равенства (1) – (3) значения сопротивлений и ЭДС, получим систему уравнений:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0;$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6;$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10;$$

$$4I_3 + 2I_4 = 0.$$

Решая систему уравнений, находим искомые значения токов: $I_2 = 0$, $I_3 = -1A$.

Знак минус у значения силы тока I_3 соответствует тому, что выбранное вначале направление тока противоположно истинному.

Электродинамика

- Механический момент, действующий на контур с током (рис. 24), помещенный в однородное магнитное поле

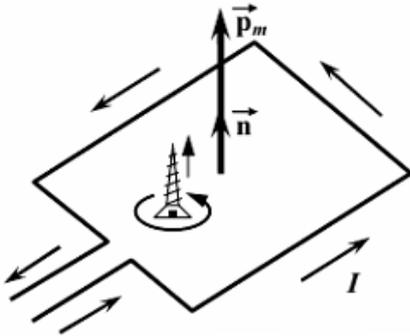


Рис. 24. Рамка с током

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}],$$

где \vec{p}_m - вектор магнитного момента рамки с током; \vec{B} - вектор магнитной индукции (количественная характеристика магнитного поля). Единица измерения магнитной индукции тесла (Тл).

- Закон Био-Савара-Лапласа: каждый элемент $d\vec{l}$ проводника с током создает в некоторой точке A индукцию поля $d\vec{B}$ (рис. 25)

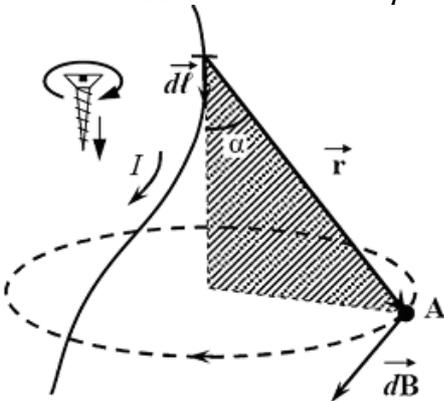


Рис. 25. Магнитное поле, созданное проводником с током

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [d\vec{l} \times \vec{r}] \frac{I}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ - магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током, Тл; μ - магнитная проницаемость; μ_0 - магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); $d\vec{l}$ - вектор, равный по модулю длине dl проводника и совпадающий по направлению с током; I - сила тока; \vec{r} - радиус вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, магнитная индукция в которой определяется.

- Модуль вектора $d\vec{B}$ выражается формулой

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

- Магнитная индукция \vec{B} связана с напряженностью \vec{H} магнитного поля соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$.
- Магнитная индукция в центре кругового проводника с током (рис. 26)

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{I}{r},$$

где r - радиус витка.

- Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током (рис. 27)

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R},$$

где R - расстояние от оси проводника.

- Магнитная индукция поля, создаваемая соленоидом в средней его части (рис. 28)

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; I – сила тока в одном витке.

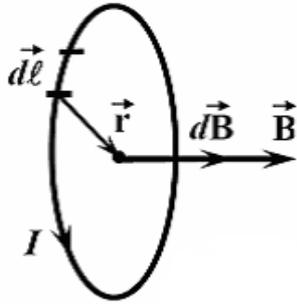


Рис. 26. Магнитное поле, созданное круговым проводником с током

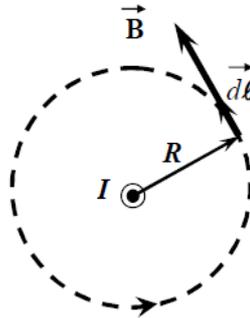


Рис. 27. Магнитное поле, созданное длинным прямым проводником с током

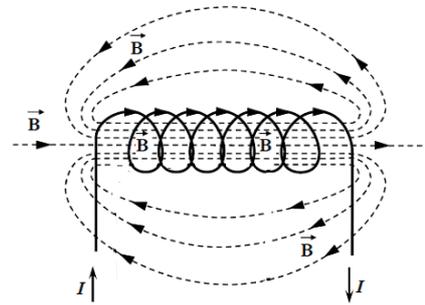


Рис. 28. Магнитное поле, созданное соленоидом

- Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

В частном случае наложения двух полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

а модуль магнитной индукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 .

- Магнитная индукция поля, создаваемого движущимся точечным зарядом в вакууме

$$B = \frac{\mu_0 Q}{4\pi r^3} [\vec{v} \times \vec{r}], \quad \text{или} \quad B = \frac{\mu_0 Qv}{4\pi r} \sin \alpha,$$

где \vec{v} – скорость движущегося заряда; \vec{r} – радиус-вектор, направленный от заряда к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между векторами \vec{v} и \vec{r} .

- Закон Ампера

$$\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}],$$

где $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током; \vec{B} – вектор магнитной индукции.

Модуль силы Ампера вычисляется по формуле

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

В случае однородного магнитного поля и прямолинейного отрезка проводника

$$\vec{F} = I [\vec{l} \times \vec{B}], \quad \text{или} \quad F = IBl \sin \alpha.$$



Рис. 29. Правило левой руки

Направление вектора может быть найдено, согласно последней формуле, по общим правилам векторного произведения. Этим правилам соответствует *правило левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток (рис. 29).

- Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = \vec{n} IS,$$

где $\vec{n}S$ - вектор, равный по модулю площади, охватываемой контуром, и совпадающий по направлению с нормалью \vec{n} к его плоскости.

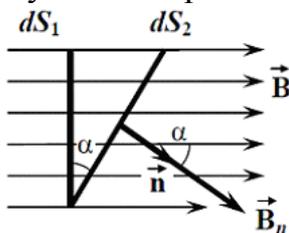
- Сила Лоренца – сила действующая на одну заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле.

$$\vec{F} = Q[\vec{v} \times \vec{B}], \text{ или } F = |Q|vB \sin \alpha,$$

где α – угол, образованный вектором скорости движущейся частицы и вектором магнитной индукции (рис. 29).

- Магнитный поток Φ через плоский контур площадью S (рис. 30)

а) в случае однородного поля



$$\Phi = BS \cos \alpha, \text{ или } \Phi = B_n S$$

где α – угол между вектором нормали \vec{n} к плоскости контура и вектором магнитной индукции \vec{B} , B_n – проекция вектора \vec{B} на нормаль \vec{n} .

Рис. 30. Магнитный поток через плоский контур

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности S .

- Работа сил магнитного поля, совершаемая при перемещении контура с током в магнитном поле

$$A_{1,2} = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где I – сила тока в контуре, которая поддерживается неизменной; Φ_2 и Φ_1 – магнитные потоки, пронизывающие контур, в конечном и начальном его положениях.

- Закон Фарадея-Максвелла (основной закон электромагнитной индукции)

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

где ε_i – электродвижущая сила индукции; N – число витков контура; ψ – потокосцепление.

- Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

где I – сила тока в контуре.

- Формула Томсона. Период собственных колебаний в контуре без активного сопротивления

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура, Гн; C – его емкость, Ф.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. По длинному прямому тонкому проводу течет ток силой $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого проводником в точке, удаленной от него на расстояние $r = 4$ см.

Решение: В задаче рассматривается явление создания магнитного поля проводником с током. Проведем силовую линию магнитного поля через точку A (рис. 31), в которой определяется магнитная индукция \vec{B} . Магнитное поле, создаваемое проводником бесконечной длины, обладает осевой симметрией. Поэтому в плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярной проводу, проведем окружность радиуса $OA = r$ (рис. 31).

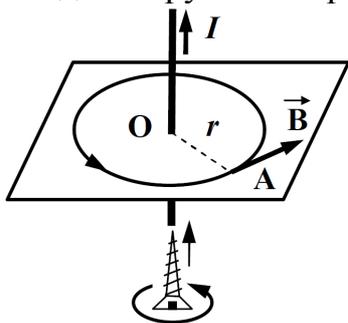


Рис. 31. Правило буравчика

Направление силовой линии и направление тока связаны правилом правого винта (буравчика): если поступательное движение винта направить по току, то вращательное движение головки винта укажет направление силовой линии (рис. 31). Определение направления силовой линии следует из закона Био-Савара-Лапласа, записанного в векторной форме:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [d\vec{l} \times \vec{r}] \frac{I}{r^3}.$$

Вектор \vec{B} совпадает с касательной в точке A и направлен так же, как силовая линия. Запишем выражение для магнитной индукции поля бесконечно длинного проводника с током на расстоянии r от него из уравнения $B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R}$.

Считая, что проводник находится в вакууме ($\mu = 1$), вычисляем, подставляя все величины в единицах системы СИ:

$$B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0.04} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C , по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I_1 = I_2 = 60 \text{ А}$, расположены на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого проводником с током в точке A , отстоящей от оси одного проводника на расстояние $r_1 = 5 \text{ см}$, от другого – $r_2 = 12 \text{ см}$.

Решение: В задаче рассматривается явление создания магнитного поля системой проводников. Проведем через точку A (рис. 32) часть силовой линии магнитного поля, создаваемого током I_1 , а затем часть силовой линии магнитного поля, которое создается током I_2 (пунктирные дуги).

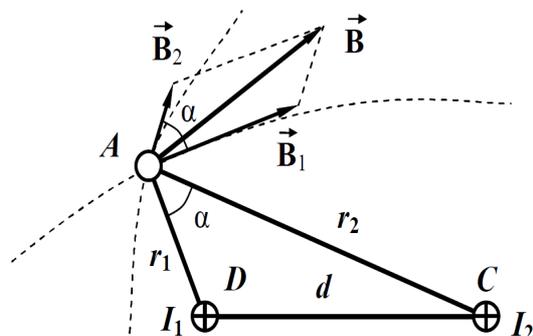


Рис. 32. Магнитное поле, созданное двумя бесконечно длинными проводниками

Построим \vec{B}_1 и \vec{B}_2 как касательные к этим дугам в точке A . Так как магнитные индукции определяются по формулам:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2}, \quad (1)$$

токи $I_1 = I_2 = I$, а $r_1 < r_2$, то $B_1 > B_2$.

Для нахождения в точке A магнитной индукции B , создаваемой системой проводников с токами, воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого сложим \vec{B}_1 и \vec{B}_2 геометрически, по правилу параллелограмма: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль вектора \vec{B} найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1 B_2 \cos(180^\circ - \alpha)} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1 B_2 (-\cos \alpha)}, \quad (2)$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \alpha}$$

где α – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 . Подставляя B_1 и B_2 (1) в формулу (2), и вынося $\frac{\mu\mu_0}{2\pi}$ за знак корня, получаем

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (3)$$

Найдем $\cos \alpha$ из треугольника DAC . Заметим, что $\alpha = \angle DAC$, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами ($AD \perp \vec{B}_1$, $AC \perp \vec{B}_2$; AD и AC – радиусы; \vec{B}_1 и \vec{B}_2 – касательные в точке A). По теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha$, где $d = DC$ – расстояние между проводами.

$$\text{Отсюда } \cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40} = 0,575.$$

Теперь можно все данные подставить в формулу (3) и найти индукцию поля:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{0,05^2} + \frac{1}{0,12^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12}} \cdot 0,575 = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{ Тл или } 308 \text{ мкТл.}$$

Пример 3. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток силой $I = 100$ А. Найти магнитную индукцию B в точке O пересечения диагоналей квадрата.

Решение: В задаче рассматривается явление создания магнитного поля проводником с током сложной формы. Условно разобьем проводник сложной формы (рис. 33) на проводники простой формы (отрезки длиной a), и используем принцип суперпозиции полей, созданных отрезками в точке O . В данной задаче система состоит из четырех одинаковых отрезков длиной a .

В точке O отрезки с током создают магнитные индукции $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$. По принципу суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \quad (1)$$

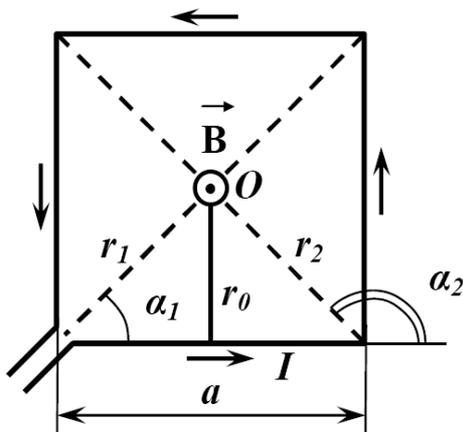


Рис. 33. Проводник с током в виде квадрата

Направления всех векторов индукции, определенные по правилу буравчика, одинаковы (перпендикулярны плоскости квадрата и направлены «к нам», что обозначено символом \odot). Кроме того, все отрезки имеют одну и ту же длину, по ним протекает один и тот же ток, и расположены они на одном расстоянии от точки O . Поэтому $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$. Это позволяет заменить векторное равенство скалярным:

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4.$$

Тогда

$$B = 4B_1.$$

(2)

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком прямого провода с током выражается формулой

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

(3)

где α_1 – угол между проводом в направлении тока и радиус-вектором r_1 , α_2 – угол между продолжением провода в направлении тока и радиус-вектором r_2 . Учитывая, что $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$, $\cos\alpha_2 = \cos(\pi - \alpha_1) = -\cos\alpha_1$ (см. рис.), формулу (3) можно переписать в виде

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} [\cos\alpha_1 - (-\cos\alpha_1)] = \frac{\mu\mu_0}{2\pi r_0} \cos\alpha_1. \quad (4)$$

Подставив уравнение (4) в формулу (2), найдем

$$B = \frac{2\mu\mu_0 I}{\pi r_0} \cos\alpha_1.$$

Учитывая, что $r_0 = \frac{a}{2}$ и $\cos\alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (т.к. $\alpha_1 = \pi/4$), получим

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu\mu_0 I}{\pi a}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$B = \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{\pi \cdot 0,1} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ Тл или } 1,13 \text{ мТл.}$$

Пример 4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400 \text{ В}$, попал в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1 \text{ кА/м}$. Определить радиус R кривизны траектории и частоту ν обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля ($\vec{v} \perp \vec{B}$).

Решение: В задаче рассматривается явление силового действия магнитного поля на движущийся заряд (рис. 34). На движущийся в магнитном поле заряд действует сила Лоренца \vec{F}_L (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение.

По второму закону Ньютона $\vec{F}_L = m\vec{a}_n$, где a_n – нормальное ускорение

или
$$|q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}, \quad (1)$$

где $|q|$ – модуль заряда электрона; v – скорость электрона; B – магнитная индукция; m – масса электрона; R – радиус кривизны траектории; α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} (в данном случае $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{mv}{|q| \cdot B}. \quad (2)$$

Входящий в это равенство импульс $p = mv$ может быть выражен через кинетическую энергию E_k электрона:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad \text{откуда} \quad p = \sqrt{2mE_k}. \quad (3)$$

Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U , определяется работой электрического поля по ускорению электрона и по закону сохранения энергии $E_k = A = |q| \cdot U$. Подставляя это выражение в формулу (3), получим $p = mv = \sqrt{2m|q|U}$.

Магнитная индукция B может быть выражена через напряженность H магнитного поля в вакууме: $B = \mu_0 H$.

Подставив выражения для B и mv в формулу (2), получим

$$R = \frac{\sqrt{2m|q|U}}{\mu_0 |q| H} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 19^{-19} \cdot 1000} = 0,0537 \text{ м или } 5,37 \text{ см.}$$

Учитывая, что частота обратно пропорциональна периоду $\nu = \frac{1}{T}$, а период

можно определить как $T = \frac{2\pi R}{v}$, получим формулу, связывающую частоту со

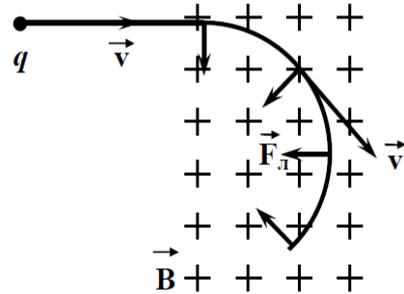


Рис. 34. Движение электрона в однородном магнитном поле

скоростью и радиусом: $v = \frac{v}{2\pi R}$. Подставив в последнюю формулу выражение (2), получим

$$v = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad \text{или} \quad v = \frac{\mu_0 |q|H}{2\pi m}.$$

$$v = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Пример 5. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение: В задаче рассматривается явление силового действия магнитного поля на проводник (контур) с током и совершения работы при повороте рамки с током в магнитном поле (рис. 35). Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент силы $M = p_m B \sin \varphi$, где $p_m = IS = Ia^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен 0 ($M = 0$), а значит, $\varphi = 0$, т. е. векторы \vec{p}_m и \vec{B} сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться вернуть контур в исходное положение.

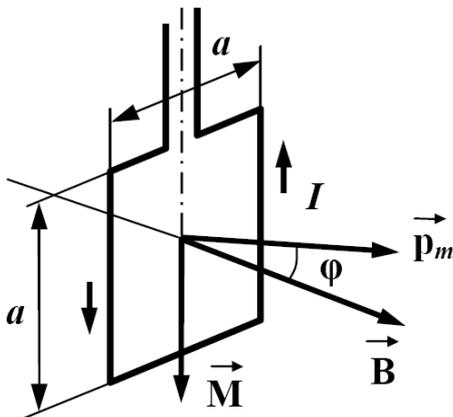


Рис. 35. Плоский квадратный контур с током

Против этого момента и будет совершаться работа внешних сил. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета применим формулу работы в дифференциальной форме $dA = M(\varphi) d\varphi$. Учитывая формулу (1), получаем

$$dA = p_m B \sin \varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi.$$

(2)

Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$:

$$A = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 [(-\cos \varphi)]_0^{\pi/2} = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot 0,1^2 = 1 \text{ Дж}.$$

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3^\circ$:

$$A = I B a^2 \int_0^{\varphi_2} \sin \phi d\phi = \frac{1}{2} I B a^2 \phi^2 = 0,5 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 0,1^2 \cdot \left(\frac{3\pi}{180} \right)^2 = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Задачу можно решить и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур:

$$A = -I \Delta \Phi = I (\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения, когда векторы \vec{p}_m и \vec{B} совпадают по направлению ($\varphi = 0$); Φ_2 – то же после перемещения на угол φ .

Если $\varphi_1 = 90^\circ$, то $\Phi_1 = BS \cos 0^\circ = BS$, $\Phi_2 = BS \cos 90^\circ = 0$.

Тогда $A_1 = IBS = I B a^2 = 1$ (Дж), что совпадает с ранее полученным выражением.

Если $\varphi = \varphi_2 = 3^\circ$, то $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = BS \cos 3^\circ$.

Тогда $A_2 = IBS (1 - \cos 3^\circ) = I B a^2 (1 - \cos 3^\circ) = 1,37$ (мДж), что совпадает с ранее полученной величиной.

Пример 6. Длинный соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида, объемную плотность энергии магнитного поля w , если длина соленоида $l = 1$ м.

Решение: В задаче рассматривается явление создания магнитного поля соленоидом с током (рис. 3б). Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением

$$\psi = L \cdot I . \quad (1)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\psi = N\Phi . \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I} .$$

(3)

Энергия магнитного поля соленоида: $W = \frac{1}{2} LI^2$.

Выразив L согласно уравнению (3), получим энергию магнитного поля:

$$W = \frac{1}{2} NI\Phi .$$

(4)

Подставим значения физических величин в единицах СИ в формулы (3) и (4) и вычислим значения L и W :

$$L = \frac{1200 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 0,0018 \text{ Гн или } 1,8 \text{ мГн.}$$

$$W = \frac{1200 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4}{2} = 0,0144 \text{ Дж или } 14,4 \text{ мДж.}$$

Энергию магнитного поля можно найти и другим способом.

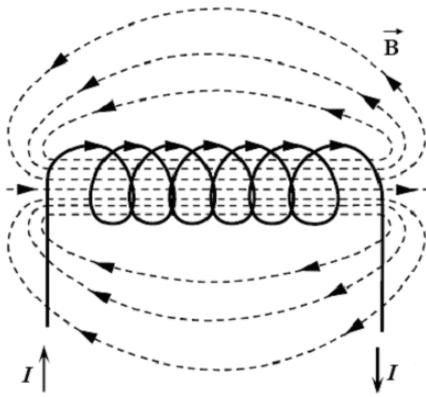


Рис. 36. Соленоид

Запишем энергию магнитного поля как:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 V = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 S l, \quad (5)$$

где V , l – объем и длина соленоида, S – площадь витка.

Напряженность магнитного поля длинного соленоида ($d \ll l$)

$$H = nI .$$

(6)

Магнитный поток внутри соленоида равен $\Phi = BS \cos \alpha$. В длинном соленоиде $\alpha = 0$, поэтому $\cos \alpha = 1$.

Тогда

$$\Phi = BS \cos 0^0 = BS = \mu \mu_0 HS = \mu_0 nIS ,$$

где $\mu = 1$ для немагнитного материала.

Из этой формулы выразим площадь S :

$$S = \frac{\Phi}{\mu_0 nI} .$$

(7)

Подставим формулы (6) и (7) в формулу (5):

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 \frac{\Phi}{\mu_0 nI} l = \frac{1}{2} nI \Phi l .$$

Учитывая, что $n = \frac{N}{l}$, получим формулу для вычисления энергии поля соленоида:

$$W = \frac{1}{2} \frac{N}{l} l I \Phi = \frac{NI \Phi}{2} .$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля равна

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \mu_0 n^2 I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l^2} I^2 .$$

Подставляя данные, получим, $w = \frac{1}{2} 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1200^2}{1^2} 4^2 = 14,5 \text{ Дж/м}^3$.

Пример 7. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и движется по винтовой траектории. Индукция магнитного поля $B = 13 \text{ мТл}$. Найти радиус R , шаг h винтовой траектории, период T обращения электрона, его кинетическую энергию.

Решение: В задаче рассматривается явление действия магнитного поля на движущийся в нем заряд. Разложим скорость электрона, влетающего в магнитное поле, по двум направлениям: вдоль линий поля – v_{\parallel} и перпендикулярно ему – v_{\perp} .

На основании закона сохранения энергии работа электрического поля $A = |q|U$ переходит в кинетическую энергию электрона $E_{\kappa} = \frac{mv^2}{2}$, поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = |q|U . \quad (1)$$

Из этой формулы определим скорость

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} ,$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6000}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 45,9 \cdot 10^6 \text{ м/с} .$$

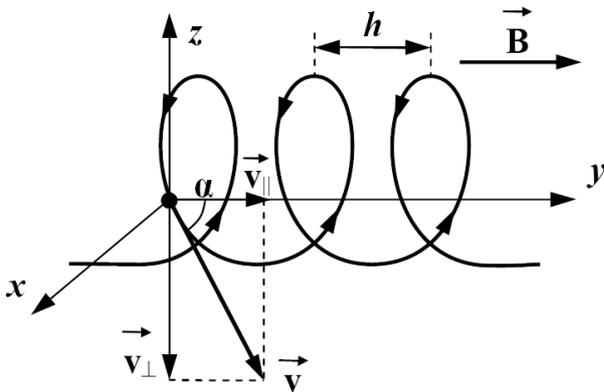


Рис. 37. Движение электрона в однородном магнитном поле

Из рис. 37 видно, что $v_{\parallel} = v \cos \alpha$, $v_{\perp} = v \sin \alpha$. Движение со скоростью, перпендикулярной \vec{B} , было рассмотрено в примере № 4. Формула для радиуса R , полученная в этой задаче (пример 4), справедлива и в данном случае, если в ней заменить v на v_{\perp} :

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} .$$

Тогда $R = \frac{mv \sin \alpha}{|q|B} = \frac{\sin \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|q|}}$.

Проведя вычисления, получим

$$R = \frac{0,5}{0,013} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6000}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 10^{-2} \text{ м} .$$

Шаг спирали найдем из соотношений: $2\pi R = v_{\perp} T$ и $h = v_{\parallel} T$,

откуда $h = 2\pi R \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} = 2\pi R \frac{v \cos \alpha}{v \sin \alpha} = 2\pi R \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

Проведя вычисления, получим $h = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \operatorname{ctg} 30^{\circ} = 0,109 \text{ м}$.

Тогда период обращения электрона найдем как: $T = \frac{h}{v_{\parallel}} = \frac{0,109}{45,9 \cdot 10^6} = 2,37 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Раздел VI. Оптика

Геометрическая оптика

- Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n} ,$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

- Фокусное расстояние сферического зеркала

$$f = \frac{R}{2},$$

где R – радиус кривизны зеркала.

- Оптическая сила сферического зеркала

$$D = \frac{1}{f}.$$

Единица измерения оптической силы диоптрия (Дпт).

- Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a и b - расстояния от полюса зеркала до предмета и изображения соответственно.

Если изображение предмета мнимое, то величина b берется со знаком минус.

Если фокус сферического зеркала мнимый (зеркала выпуклое), то величина f берется со знаком минус.

- Закон преломления света

$$\frac{\sin \phi}{\sin \psi} = n_{21},$$

где ϕ – угол падения; ψ – угол преломления; n_{21} – относительный коэффициент преломления или коэффициент преломления второй среды относительно первой (рис. 38).

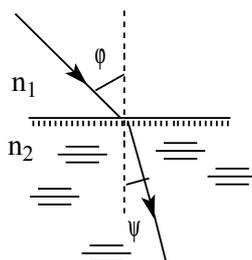


Рис. 38. Закон преломления света

- Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_{cp}} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где f – фокусное расстояние линзы; n_l – абсолютный показатель преломления вещества линзы; n_{cp} – абсолютный показатель преломления окружающей среды. Радиусы R_1 и R_2 выпуклых поверхностей берутся со знаком плюс, вогнутых – со знаком минус.

- Оптическая сила двух тонких сложенных вплотную линз

$$D = D_1 + D_2.$$

- Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a – расстояние от оптического центра линзы до предмета; b – расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Если фокус мнимый (линза рассеивающая, рис. 39), то величина f отрицательна.

Если изображение мнимое, то величина b отрицательна.

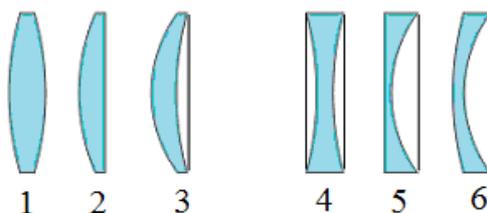


Рис. 39. Виды линз. Собирающие: 1 – двояковыпуклая, 2 – плоско-выпуклая, 3 – вогнуто-выпуклая; рассеивающие: 4 – двояковогнутая, 5 – плоско-вогнутая, 6 – выпукло-вогнутая

- Угловое увеличение лупы

$$\Gamma = \frac{D}{f},$$

где D – расстояние наилучшего зрения ($D = 25$ см).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол α . На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Найти, на какой угол повернется отраженный луч после отражения от обоих зеркал.

Решение: Угол поворота отраженного луча относительно падающего обозначим φ (рис. 40). Из законов отражения $i_1 = i'_1$; $i_2 = i'_2$. Из геометрических соображений видно, что $\alpha = i_1 + i_2$.

Угол φ – внешний угол треугольника, причем $\varphi = 2i_1 + 2i_2 = 2 \cdot (i_1 + i_2)$. Следовательно, $\varphi = 2\alpha$ и не зависит от угла падения луча.

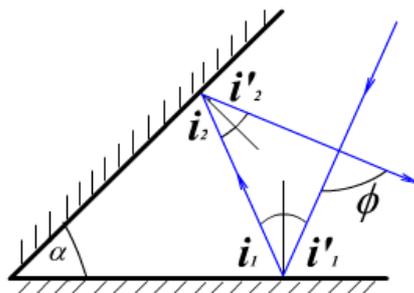


Рис. 40. Образование двугранного угла с помощью двух зеркал

Пример 2. На рисунке приведена схема перископа, который содержит два зеркала S_1 и S_2 , установленные под углом 45° к трубе перископа (рис. 41). Лучи света от предмета AB через верхнее отверстие трубы перископа CD попадают на зеркало S_1 , отражаются от него и, пройдя по трубе, попадают на зеркало S_2 . Отразившись от зеркала S_2 , свет через нижнее отверстие трубы EF попадает в глаз наблюдателя (точка O). Определить наименьшую ширину h верхнего отверстия перископа, позволяющего наблюдать во весь рост человека высотой H , стоящего от перископа на расстоянии L , если расстояние между зеркалами по вертикали равно L_1 .

Решение: Выберем два крайних луча AC и BD , лежащие в плоскости чертежа. Поскольку плоскости зеркал перпендикулярны к плоскости чертежа, то после отражения лучи AC и BD также останутся в плоскости чертежа (рис. 42). Заметим, что после второго отражения луч возвращается к своему первоначальному направлению. Поэтому лучи AC и BD можно изобразить в виде прямых, сходящихся в точке O . Отрезок AB – высота H рассматриваемого человека, CD и EF – размеры соответственно верхнего и нижнего отверстий перископа.

В треугольнике OAB проведем высоту OM . Из подобия треугольников OAB и OCD следует, что

$$OM / OK = AB / CD \quad (1)$$

Согласно условию задачи, $AB = H$, $CD = h$, $KM = L$. Так как расстоянием от нижнего отверстия до глаза можно пренебречь, то $OK \approx L_1$, $OK \approx L_1$. Тогда из соотношения (1) получим

$$\begin{aligned} (L_1 + L_2) / L_1 &\approx H / h, \\ h &\approx HL_1 / (L_1 + L_2). \end{aligned}$$

откуда

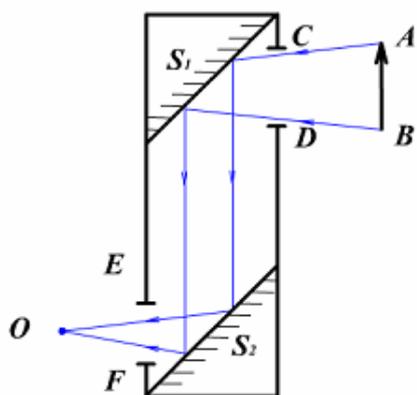


Рис. 41. Схема перископа

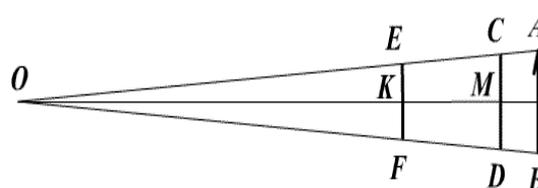


Рис. 42. Ход лучей

Пример 3. Светящуюся точку, находящуюся в среде (рис. 43) с показателем преломления n_1 , рассматривают невооруженным глазом из среды с показателем преломления n_2 . Каково будет кажущееся расстояние точки от границы раздела сред, если точка находится от этой границы на расстоянии h_1 , а глаз расположен так, что в него попадают лучи, падающие на границу раздела под небольшими углами? Наблюдатель находится в оптически менее плотной среде ($n_1 > n_2$).

Решение: Выберем из пучка лучей, попадающих в глаз наблюдателя, два луча A_0C и A_0D . Первый луч падает перпендикулярно границе раздела сред и идет во вторую среду не преломляясь. Второй луч, переходя во вторую оптически менее плотную среду, отклоняется от своего начального направления. Лучи, вышедшие из точки A_0 , кажутся наблюдателю выходящими из точки A_1 , являющейся мнимым изображением точки A_0 .

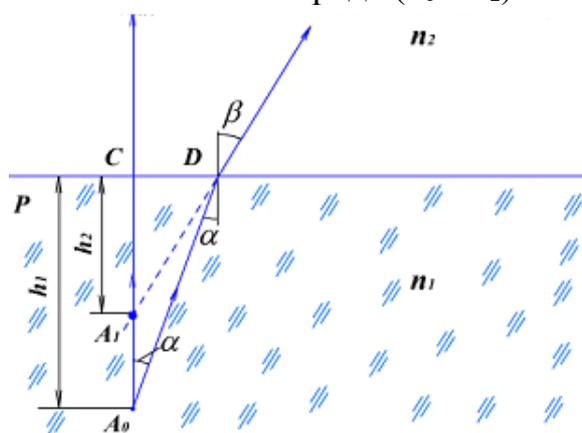


Рис. 43. Граница раздела двух сред

Пример 4. Радиус кривизны вогнутого зеркала $R = 20$ см. На расстоянии $a_1 = 30$ см от зеркала поставлен предмет высотой $y_1 = 1$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

Решение: Фокусное расстояние зеркала

$$F = \frac{R}{2} = 10 \text{ см.}$$

Подставим значения a_1 и F в формулу вогнутого зеркала: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}$;

отсюда $a_2 = \frac{Fa_1}{a_1 - F} = 15$ см.

Т. к. стержень расположен за центром зеркала (рис. 44), то его изображение действительное ($f > 0$), обратное, уменьшенное.

Увеличение $k = \frac{a_2}{a_1} = 0,5$.

Следовательно, высота изображения $y_2 = ky_1 = 0,5$ см.

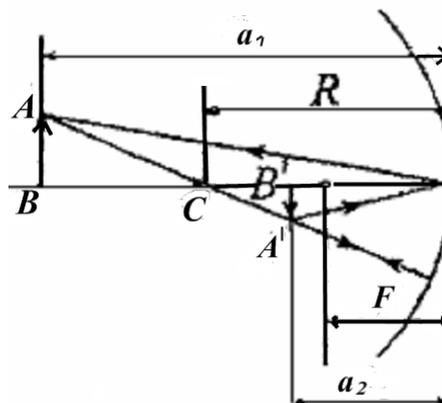


Рис. 44. Построение предмета

Фотометрия

1) Энергетические величины

- Поток излучения

$$\Phi_e = \frac{W}{t},$$

где W – энергия излучения; t – время излучения.

- Энергетическая светимость

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S},$$

где S – площадь сечения, сквозь которое проходит поток излучения.

- Энергетическая сила света (сила излучения)

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega},$$

где ω – телесный угол.

- Энергетическая яркость

$$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S}.$$

2) Световые величины

- Светимость

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

- Яркость

$$B_\phi = \frac{I}{S \cos \phi},$$

где ϕ – направление светящейся поверхности.

- Освещенность

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Лист бумаги площадью $S = 10 \times 30 \text{ см}^2$ освещается лампой с силой света $I = 100 \text{ кд}$, причем на него падает 0,5% всего посылаемого лампой света. Найти освещенность E листа бумаги.

Решение: Полный световой поток, испускаемый лампой, $\Phi_0 = 4\pi I$.

На лист падает световой поток $\Phi = 5 \cdot 10^{-3} \Phi_0$.

Освещенность листа $E = \frac{\Phi}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi I}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 100}{0,03} = 210 \text{ лк}$.

Подставляя числовые данные, получим $E = 210 \text{ лк}$.

Пример 2. Свет от электрической лампочки с силой света $I = 200 \text{ кд}$ падает под углом $\alpha = 45^\circ$ на рабочее место (рис. 45), создавая освещенность $E = 141 \text{ лк}$. На каком расстоянии r от рабочего места находится лампочка? Над какой высотой h от рабочего места она висит?

Решение: Освещенность, создаваемая лампочкой,

равна $E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$, отсюда $r = \sqrt{\frac{I \cos \alpha}{E}}$,

подставив данные, получим $r = \sqrt{\frac{200 \cdot \cos 45^\circ}{141}} = 1 \text{ м}$.

Высоту h найдем как $h = r \cos \alpha = 1 \cdot \cos 45^\circ = 0,7 \text{ м}$.

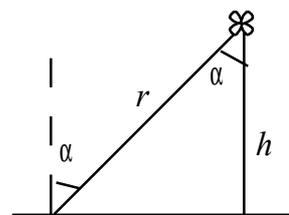


Рис. 45. Свет от электрической лампочки

Пример 3. Найти освещенность на поверхности Земли вызываемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца $B = 1,2 \cdot 10^9 \text{ кд/м}^2$. Диаметр Солнца $1,4 \cdot 10^9 \text{ м}$.

Решение: Яркость Солнца можно определить по формуле

$$B_\phi = \frac{I}{S \cos \phi},$$

(1)

где S – площадь видимого диска Солнца.

По условию $\phi = 90^\circ$, следовательно, $\cos 90^\circ = 1$; $S = \frac{\pi D^2}{4}$.

Освещенность поверхности Земли

$$E = \frac{I}{R_2}, \tag{2}$$

где $R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ – расстояние от поверхности Земли до Солнца.

Из (1) найдем

$$I = \frac{B \pi D^2}{4}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$E = \frac{B\pi D^2}{4R^2} = \frac{1.2 \cdot 10^9 \cdot 3.14 \cdot (1.4 \cdot 10^9)^2}{4(1.5 \cdot 10^{11})^2} = 82 \cdot 10^3 \text{ лк.}$$

Интерференция и дифракция света

- Оптическая длина пути световой волны

$$L = n \cdot l,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

- Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

- Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\phi = 2\pi \left(\frac{\Delta}{\lambda} \right),$$

где λ – длина световой волны.

- Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3 \dots),$$

где k – номер максимума.

- Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где k – номер минимума.

- Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} \pm \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\Delta = 2dn \cos \psi \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; ϕ – угол падения; ψ – угол преломления света в пленке.

- Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{(2k - 1) R \frac{\lambda}{2}}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны.

- Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$

- Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей.

1) Условие минимумов интенсивности света

$$a \sin \phi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3 \dots),$$

где a – ширина щели; ϕ – угол дифракции; k – номер минимума; λ – длина волны.

2) Условие максимумов интенсивности света

$$a \sin \phi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots).$$

- Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.

Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \phi = \pm k \lambda, \quad (k=0,1,2,3\dots),$$

где d – период решетки; k – номер главного максимума; ϕ – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – число штрихов решетки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

- Формула Вульфа-Брэггов

$$2d \sin \theta = k \lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения, определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение лучей.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. На щель шириной $a = 20$ мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм (рис. 46). Найти ширину A изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние $l = 1$ м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

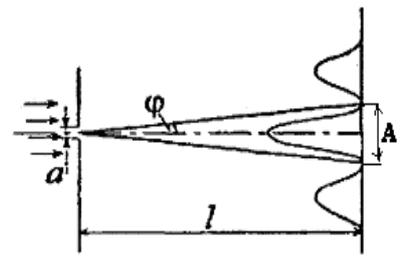


Рис. 46. Дифракция от щели

Решение: Из рисунка видно, что $\frac{A}{2} = l \operatorname{tg} \phi$.

Поскольку угол ϕ мал, то можно принять $\operatorname{tg} \phi = \sin \phi$.

Тогда $A = 2 \cdot l \cdot \sin \phi$. (1)

Условие минимумов интенсивности света

$$a \sin \phi = k \lambda,$$

откуда при $k = 1$,

$$\sin \phi = \frac{\lambda}{a}.$$

(2)

Подставляя (2) в (1) получим $A = \frac{2l\lambda}{a} = 0.05$ м.

Пример 2. В прозрачном экране делается углубление (рис. 47 а) по площади равной 1,5 первым зон Френеля. При каких b получим максимальную, минимальную и интенсивность падающей волны? Считается, что отражением от экрана можно пренебречь. Длина волны и показатель известны.

Решение: На втором рисунке (47 б) приведена эквивалентная по получаемому результату постановка задачи. На третьем (47 в) и четвертом (47 г) рисунках показаны амплитуды волн в точке наблюдения от первых полутора зон Френеля и оставшейся части бесконечного экрана при его нулевой толщине (или, другими словами, при его отсутствии) соответственно.

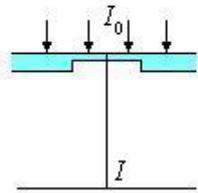


Рис. 47 а

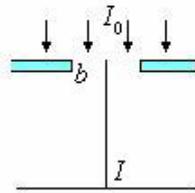


Рис. 47 б

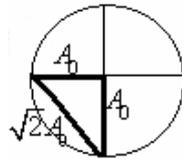


Рис. 47 в

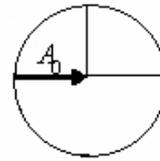


Рис. 47 г

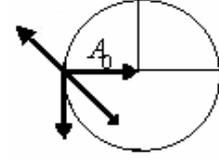


Рис. 47 д

Сумма этих векторов конечно равна A_0 , как и должно быть при отсутствии экрана. Если начать увеличивать толщину оставшегося от отверстия экрана, то вектор амплитуды на четвертом рисунке (47 г) начнет поворачиваться. На последнем рисунке (47 д) показаны три его положения в пространстве относительно вектора амплитуды от отверстия (который при этой манипуляции остается неподвижным).

Из рисунков ясно, что, если на последнем рисунке вектор направлен слева направо и сверху вниз, то мы получим минимум интенсивности, равный $I = (\sqrt{2} A_0 - A_0)^2 = (3 - 2\sqrt{2}) I_0$.

Максимальная же интенсивность получится, когда этот вектор будет повернут в противоположную сторону:

$$I = (\sqrt{2} A_0 + A_0)^2 = (3 + 2\sqrt{2}) I_0 .$$

Интенсивность будет равна интенсивности падающей волны в двух случаях, Когда вектор направлен горизонтально, тогда останется волна, идущая по оси, то есть вертикальный вектор A_0 , и тогда, когда вектор направлен вертикально вниз, тогда останется горизонтально расположенный на рисунке 47 в вектор A_0 . Осталось разобраться в каком направлении будет поворачиваться вектор A_0 на рисунке 47 г, если мы будем увеличивать b . Если мы приняли условие поворачивать суммарный вектор от открытого отверстия против часовой стрелки, то при увеличении оптической длины пути для волны от оставшегося экрана, мы должны поворачивать ее вектор амплитуды также против часовой стрелки. Удобнее работать не с углами, а с эквивалентными длинами волн.

Поворот на угол π соответствует увеличению оптической разности хода $\frac{\lambda}{2}$.

Теперь совсем просто вычислить величину b . Оптическая разность хода равна $\Delta = (n-1)b$.

Максимальной интенсивности соответствует b :

$$b = \frac{\lambda}{n-1} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) = \frac{3\lambda}{8(n-1)} ,$$

где величины в скобках соответствуют повороту на $\frac{\pi}{4}$ плюс $\frac{\pi}{8}$.

Минимальная интенсивность будет наблюдаться при b равном:

$$b = \frac{7\lambda}{8(n-1)}.$$

Интенсивность I будет равна, I_0 как только b достигнет величины:

$$b = \frac{3\lambda}{4(n-1)}.$$

Во всех формулах найдена минимальная величина b для соответствующих случаев. Для двух первых при увеличении b на длину волны не изменит интенсивности. Интенсивность равная I_0 будет иметь место и при:

$$b = \frac{\lambda}{(n-1)}.$$

Пример 3. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0,4$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1,5$. Какие длины волн λ , лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливаются в отраженном свете?

Решение: Условие максимума в отраженном свете $2dn = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Отсюда $\lambda = \frac{4dn}{2k+1}$. При $k = 1$ получаем $\lambda = 800$ нм, данная волна не лежит в пределах видимого спектра. При $k = 2$ получим $\lambda = 480$ нм, что удовлетворяет условию. При $k = 3$ получим $\lambda = 343$ нм, эта длина волны также не лежит в пределах видимого спектра. Таким образом, искомая длина волны $\lambda = 480$ нм.

Пример 4. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2$ мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0,7$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0,41$ мкм) света.

Решение: Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок k дифракционного максимума:

$$k = \frac{d(\sin \phi)}{\lambda},$$

(1)

где d – период решетки; ϕ – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света. Так как $\sin \phi$ не может быть больше 1, то число k не может быть больше d/λ ,

т. е.

$$k \leq \frac{d}{\lambda}.$$

(2)

Подставив в формулу (2) значения величин, получим:

$$k \leq \frac{2}{0.7} = 2.86 \text{ (для красных лучей);}$$

$$k \leq \frac{2}{0.41} = 4.88 \text{ (для фиолетовых лучей).}$$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $k_{\max} = 2$ и для фиолетового $k_{\max} = 4$.

Дисперсия и поляризация света

- Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n = f(\lambda),$$

где n – показатель преломления вещества; λ – длина волны.

- Зависимость угла отклонения луча призмой от преломляющего угла призмы

$$\phi = A(n-1),$$

где n – показатель преломления вещества; A - преломляющий угол призмы.

- Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \varepsilon_B = n_{21},$$

где ε_B – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} – относительный показатель преломления.

- Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Луч света выходит из стеклянной призмы ($n=1,5$) под тем же углом, что и входит в нее (рис. 48). Определите угол отклонения ϕ луча призмой, если ее преломляющий угол $A = 60^\circ$.

Решение:

$$n = 1,5, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha.$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta = \frac{A}{2}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad \sin \alpha = n \sin \beta = n \sin \left(\frac{A}{2} \right),$$

откуда $\alpha = \arcsin \left(n \sin \left(\frac{A}{2} \right) \right),$

$$\phi = 2\alpha - A = 2 \arcsin \left(n \sin \frac{A}{2} \right) - A.$$

Подставив значения, получим:

$$\phi = 2 \arcsin (1.5 \sin 30^\circ) - 60^\circ = 37^\circ 11'.$$

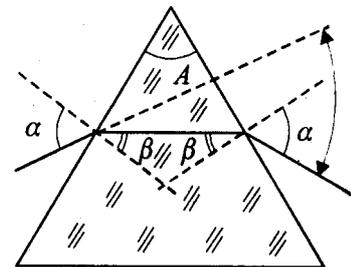


Рис. 48. Ход лучей в призме

Пример 2. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора составляет 30° . Определите изменение интенсивности прошедшего через них света, если угол между главными плоскостями равен 45° .

Решение: Согласно закону Малюса интенсивность плоскополяризованного

$$\text{света } I_1 = I_0 \cos^2 \alpha_1,$$

$$I_2 = I_0 \cos^2 \alpha_2.$$

Тогда
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_2}.$$

Подставив данные, получим
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} = 1,5.$$

Пример 3. Пучок естественного света падает на стеклянную призму с углом $\alpha = 30^\circ$. Определите показатель преломления стекла, если отраженный луч является плоскополяризованным.

Решение: По закону Брюстера

$$tgi_B = n_{21} = n; \quad i_B = \frac{\pi}{2} - \alpha,$$

откуда
$$n = tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = tg\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = tg\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1,73.$$

Пример 4. Определите степень поляризации света, представляющего собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если отношение интенсивности поляризованного света к интенсивности естественного равно 10.

Решение: Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1)$$

Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь света плоскополяризованного и естественного. Анализатор в любом положении пропускает половину падающего на него естественного света, превращая его в плоскополяризованный. Максимальная интенсивность соответствует положению анализатора, когда его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний плоскополяризованного света, т.е. анализатор пропускает весь ранее плоскополяризованный свет. Тогда

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} + I_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} I_n + I_n = 1,05 I_n. \quad (2)$$

(По условию задачи $\frac{I_n}{I_{\text{ест}}} = 10$).

Минимальная интенсивность соответствует положению анализатора, когда его плоскость пропускания перпендикулярна плоскости колебаний плоскополяризованного света, т.е. плоскополяризованный свет гасится полностью. Анализатор в данном положении пропускает только половину падающего на него естественного света, превращая его в плоскополяризованный.

Тогда
$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} I_n = 0,05 I_n. \quad (3)$$

Подставив значения из выражений (2) и (3) в формулу (1), найдем искомую степень поляризации:

$$P = \frac{1,05 I_n - 0,05 I_n}{1,05 I_n + 0,05 I_n} = 0,909.$$

Пример 5. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления $n=1,73$. Определите, при каком угле преломления отраженный от стекла пучок света будет полностью поляризован.

Решение: $tg i_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = n$, ($n_1=1$), $i_B = \arctg n = 60^\circ$.

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны

$$tg i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B}; \quad n_{21} = \frac{\sin i_B}{\sin r}, \quad \text{откуда } \cos i_B = \sin r.$$

Следовательно, $i_B + r = \frac{\pi}{2}$, $i_B = i'_B$, $i'_B + r = \frac{\pi}{2}$.

Тогда искомый угол преломления, при котором отраженный луч полностью поляризован,
 $r = 90^\circ - i_B = 30^\circ$.

Законы теплового излучения и явление фотоэлектрического эффекта

- Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma \cdot T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость черного тела; T – термодинамическая температура; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ [Вт/(м²·К⁴)] – постоянная Стефана-Больцмана.

- Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где λ_{\max} – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; $b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ [м·К] – постоянная Вина.

- Формула Релея-Джинса

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

где $r_{\lambda, T}$ – спектральная плотность энергетической светимости; $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν ; c – скорость света в вакууме.

- Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h – постоянная Планка; \hbar – постоянная Планка, деленная на 2π ; ν – частота фотона; ω – циклическая частота.

- Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

- Импульс фотона

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

- Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металлов; A – работа выхода электрона с поверхности металла; $\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

- Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны, при которой еще возможен фотоэффект.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью $S = 30 \text{ см}^2$ равна $T = 1,3 \text{ кК}$. Принимая, что отверстие печи излучает как черное тело, определите, какая часть мощности рассеивается, если потребляемая печью мощность составляет $P = 1,5 \text{ кВт}$. (Постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$).

Решение: Запишем формулы мощности излучения и рассеивания:

$$P_{\text{изл}} = R_e S = \sigma T^4 S \quad \text{и} \quad P_{\text{рас}} = P - P_{\text{изл}} = P - \sigma T^4 S$$

$$\frac{P_{\text{рас}}}{P} = 1 - \frac{\sigma T^4 S}{P} = 1 - \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (1,3 \cdot 10^3)^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 10^3} = 0,676$$

Пример 2. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм, определите: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

Решение: 1) Для нахождения максимальной длины волны Вин установил зависимость между λ_{\max} и температурой T – закон смещения Вина: $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$, где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постоянная Вина.

Отсюда выражаем температуру: $T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 5,8 \cdot 10^3 \text{ К} = 5,8 \text{ кК}$

2) Согласно закону Стефана – Больцмана, энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры: $R_e = \sigma \cdot T^4$, где R_e – энергетическая светимость; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Энергия, излучаемая Солнцем (по условию задачи АЧТ):

$$W = R_e S t = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_{\text{С}}^2 t = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5,8 \cdot 10^3)^4 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (6,95 \cdot 10^8)^2 \cdot 600 = 2,34 \cdot 10^{29} \text{ Дж}$$

3) Зная $E = mc^2$, выразим массу, которая теряется за счет излучения:

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{2.34 \cdot 10^{29}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2.6 \cdot 10^{12} \text{ кг.}$$

Пример 3. Определите силу тока, протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром $d = 0,8$ мм, температура которой в вакууме поддерживается постоянной и равной $t = 2800$ °С. Поверхность проволоки считать серой с поглощательной способностью $A_T = 0,343$. Удельное сопротивление проволоки при данной температуре $\rho = 0,92 \cdot 10^{-4}$ Ом·см. Температура окружающей проволоку среды $t_0 = 17$ °С.

Решение: Зная закон Ома, выразим мощность: $P = I^2 R$

Отсюда сила тока
$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} \quad (1)$$

Определение мощности: $P = P_{\text{изл}} - P_{\text{погл}}$

Где мощность излучения: $P_{\text{изл}} = A_T \sigma T^4 S$ и мощность поглощения:

$$P_{\text{погл}} = A_T \sigma T_0^4 S, \quad \text{то} \quad P = A_T \sigma (T^4 - T_0^4) S \quad (2)$$

Известно, площадь проволоки: $S = \pi dl$, радиус: $R = \frac{\rho}{S}$.

Площадь поперечного сечения проволоки:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), найдем:

$$I = \sqrt{\frac{A_T \sigma (T^4 - T_0^4) \pi^2 d^3}{4\rho}} = \sqrt{\frac{0.343 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} (3073^4 - 290^4) \cdot 3.14^2 \cdot (8 \cdot 10^{-4})^3}{4 \cdot 9.2 \cdot 10^{-7}}} = 48.8 \text{ А.}$$

Пример 4. На плоский алюминиевый электрод падает ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 90$ нм. На какое максимальное расстояние d от его поверхности может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется однородное электрическое поле напряженностью $E = 8$ В/см, задерживающее этот фотоэлектрон? Красная граница фотоэффекта для алюминия $\lambda_0 = 332$ нм.

Решение: Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_K \quad (1)$$

Найти кинетическую энергию фотоэлектрона E_K , которую он имеет сразу после вылета из электрода, и приравнять ее к работе однородного электрического поля:

(2)

задерживающего электрон. Отсюда можно найти искомое расстояние d . Из

выражения (1): $E_K = h\nu - A_{\text{вых}}$, где $\nu = \frac{c}{\lambda}$ и $A_{\text{вых}} = h \cdot \frac{c}{\lambda_0}$.

С учетом $E_K = h \cdot \frac{c}{\lambda} - h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$, поскольку $E_K = A$, то приравняв

правые части равенств (2) и (3), получим: $Eed = h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$,

откуда находим: $d = \frac{hc}{eE} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$.

$$\text{Вычислим: } d = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 800} \cdot \left(\frac{1}{90 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{332 \cdot 10^{-9}} \right) = 0.01 \text{ м.}$$

Раздел V. Элементы физики атома и квантовой механики Теория водородоподобного атома

- Момент импульса электрона

$$L_n = \hbar n, \text{ или } m v_n r_n = \hbar n,$$

где m – масса электрона; v_n – скорость электрона на n -ой орбите; r_n – радиус n -ой стационарной орбиты; n – главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

- Радиус n -ой стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где a_0 – первый Боровский радиус,

$$a_0 = \frac{\hbar^2 4 \pi \epsilon \epsilon_0}{m_e \cdot e^2},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ [Ф/м] – электрическая постоянная; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ [Кл] – элементарный заряд электрона; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ [кг] – масса электрона.

- Энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = - \frac{m_e \cdot e^4}{32 \pi^2 \epsilon_0 \hbar^2} \left(\frac{Z}{n} \right)^2,$$

где Z – атомный номер.

- Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода

$$\epsilon = \hbar \omega = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где n_1 и n_2 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход.

Волновые свойства частиц

- Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{p},$$

где p – импульс частицы.

- Импульс частицы и его связь с кинетической энергией

$$p = m_0 v, \text{ или } p = \sqrt{2m_0 E_k},$$

где m_0 – масса покоя частицы; v – скорость частицы; E_k – кинетическая энергия частицы.

- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

1) Для координаты и импульса

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось X ; Δx – неопределенность координаты.

2) Для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии; Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

- Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

где ψ – волновая функция, описывающая состояние частицы; m – масса частицы; E – полная энергия; $U = U(x)$ – потенциальная энергия частицы.

- Плотность вероятности

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

где $d\omega(x)$ – вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой x на участке dx .

- Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

- Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика

1) $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ (собственная нормированная волновая функция);

2) $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ (собственное значение энергии),

где n – квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$); l – ширина ящика.

$\psi(x) = 0$ везде кроме $0 < x < l$.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определите энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

Решение: Обобщенная формула Бальмера:

$$\nu_{3,2} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода, R – постоянная Ридберга, m – определяет серию (1, 2, 3, ...), n – определяет отдельные линии соответствующей серии ($n = m + 1, m + 2, \dots$).

$$E_{3,2} = hR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Рассчитаем: $E_{3,2} = hR \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3.29 \cdot 10^{15} \cdot 0.139 = 3.03 \cdot 10^{-19}$

или $E_{3,2} = \frac{3.03 \cdot 10^{-19}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 1.89 \text{ эВ}.$

Пример 2. Определите длины волн, соответствующие: 1) границе серии Лаймана; 2) границе серии Бальмера; 3) границе серии Пашена. Проанализируйте результаты

Решение: 1) $m = 1, n = 2, 3, \dots, \infty$.

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

если $R' = 1.1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$, $\frac{1}{\lambda_1} = R' \cdot 1$, при условии $n = \infty$

$$\lambda_1 = \frac{1}{R'} = \frac{1}{1.1 \cdot 10^7} = 91 \cdot 10^{-9} \text{ м} \quad \text{или} \quad 91 \text{ нм.}$$

2) $m = 2, n = 3, 4, \dots, \infty$.

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

если $\frac{1}{\lambda_2} = R' \cdot \frac{1}{4}$, при условии $n = \infty$

$$\lambda_2 = \frac{4}{R'} = 364 \cdot 10^{-9} \text{ м} \quad \text{или} \quad 364 \text{ нм.}$$

3) $m = 3, n = 4, 5, \dots, \infty$.

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

если $\frac{1}{\lambda_3} = R' \cdot \frac{1}{9}$, при условии $n = \infty$

$$\lambda_3 = \frac{9}{R'} = 820 \cdot 10^{-9} \text{ м} \quad \text{или} \quad 820 \text{ нм.}$$

Пример 3. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны λ де Бройля для двух случаев: 1) $U_1 = 51 \text{ В}$, 2) $U_2 = 510 \text{ В}$.

Решение: Длина волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}.$$

(1)

Запишем импульс для:

1. Нерелятивистского случая, когда $E_k \ll E_0$:

$$p = \sqrt{2m_0 E_k}, \quad (2)$$

где E_k – кинетическая энергия электрона; E_0 – энергия покоя электрона.

2. Релятивистского случая, когда $E_k \dot{\sim} E_0$:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + E_k) E_k}, \quad (3)$$

Тогда в соответствии с этим длина волны де Бройля будет:

1. Для нерелятивистского случая

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_k}}. \quad (4)$$

2. Для релятивистского случая

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c} \cdot \sqrt{(2E_0 + T) T}}. \quad (5)$$

Возникает вопрос: какую формулу использовать?

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего разность потенциалов $U_1 = 51 \text{ В}$, $U_2 = 510 \text{ В}$.

Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоренную разность потенциалов U : $E_{\kappa} = |e| \cdot U$.

В соответствии с релятивизмом запишем:

Для нерелятивистского случая: $E_{\kappa_1} = |e| \cdot U_1 = 51 \text{ эВ} = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ} \ll E_0$, т.е. много меньше энергии покоя электрона: $E_0 = m_0 c^2 = 0.51 \text{ МэВ}$.

Следовательно, можно применить формулу длину волны для нерелятивистского случая:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4}} m_0 c} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{2\pi \hbar}{m_0 c}$$

(6)

Известно:

$$\frac{2\pi \hbar}{m_0 c} = \lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м} - \text{КОМПТОНОВСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ.}$$

Тогда:

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \lambda_C = \frac{10^2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{2}} = 172 \cdot 10^{-12} \text{ м} \text{ или } 172 \text{ пм.}$$

Для релятивистского случая:

$E_{\kappa_2} = |e| \cdot U_2 = 510 \text{ кэВ} = 0,51 \text{ МэВ} = E_0$ – применима релятивистская формула:

$$E_{\kappa_2} = 0,51 \text{ МэВ} = m_0 c^2.$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi \hbar}{\frac{1}{c} \cdot \sqrt{(2m_0 c^2 + m_0 c^2)} m_0 c^2} = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{3} \cdot m_0 c} = \frac{\lambda_C}{\sqrt{3}} = \frac{2,43 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{3}} = 1,4 \text{ пм.}$$

Пример 4. На грань кристалла никеля падает параллельный пучок электронов. Кристалл поворачивают так, что угол скольжения θ изменяется. Когда этот угол становится равным 64° , наблюдается максимальное отражение электронов, соответствующее дифракционному максимуму первого порядка. Принимая расстояние d между атомными плоскостями кристалла равным 200 пм, определите длину волны де Бройля λ электрона и их скорость.

Решение: К расчету дифракции электрона от кристаллической решетки применяется уравнение Вульфа – Брэгге, которое используется в случае рентгеновского излучения:

$$2 d \sin \theta = k \lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла, θ – угол скольжения, k – порядковый номер дифракционного максимума, λ – длина волны де Бройля.

Отсюда

$$\lambda = \frac{2 d \sin \theta}{k},$$

находим $\lambda = 360 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ или 360 пм.

Из формулы длины волны де Бройля: $\lambda = \frac{2\pi \hbar}{mv}$, найдем скорость:

$$v_e = \frac{2\pi \hbar}{m\lambda} = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Пример 5. Кинетическая энергия электрона в атоме составляет величину порядка $T=10$ эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение: Соотношение неопределенностей для импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (1)$$

где Δx – неопределенность координаты частицы; Δp_x – неопределенность импульса частицы; \hbar – постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью:

$$\Delta x = \frac{l}{2}.$$

Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде:

$$\left(\frac{l}{2}\right) \Delta p_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta p_x}. \quad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp_x во всяком случае не должна превышать значения самого импульса, т.е. $\Delta p_x \leq p_x$. Импульс p_x связан с кинетической энергией соотношением $p_x = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp_x значением $\sqrt{2mT}$.

Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mT}}.$$

(3)

Произведем вычисления:

$$l_{\min} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = \frac{2,1 \cdot 10^{-34}}{17 \cdot 10^{-25}} = 0,123 \cdot 10^{-9} \text{ м или } 0,123 \text{ нм.}$$

Пример 6. ψ -Функция некоторой частицы имеет вид $\psi = \frac{A}{r} e^{-r/a}$, где r – расстояние этой частицы до силового центра; a – некоторая постоянная. Определите среднее расстояние $\langle r \rangle$ частицы до силового центра.

Решение: $\langle r \rangle = \int_0^{\infty} r |\psi|^2 dV = \int_0^{\infty} r \psi \psi^* dV$, $dV = 4\pi r^2 dr$

1. Необходимо найти нормировочный коэффициент A .

Плотность вероятности нахождения частицы:

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1, \text{ тогда } dV = 4\pi r^2 dr$$

Для нашей функции: $\int_0^{\infty} \frac{A^2}{r^2} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = 1$

Решаем: $4\pi A^2 \int_0^{\infty} e^{-2r/a} dr = -\frac{4\pi}{2} A^2 a e^{-2r/a} \Big|_0^{\infty} = 2\pi A^2 a$, $2\pi A^2 a = 1$, тогда $A = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}}$

2. Найдем среднее расстояние частицы:

$$\langle r \rangle = \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi ar^2} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{2}{a} \int_0^{\infty} r e^{-2r/a} dr = \frac{2}{a} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

Раздел VI. Строение атомного ядра

Строение ядра

- Ядро химического элемента X с атомным номером Z и массовым числом A обозначается ${}^A_Z X$,

где Z – зарядовое число (атомный номер; число протонов); A – массовое число (число нуклонов в ядре). Число нейтронов n в ядре равно разности $A-Z$.

- Радиус ядра задается эмпирической формулой

$$R = R_0 A^{1/3},$$

где $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15}$ м – коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер постоянным.

Энергия связи ядра и дефект масс

- Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{св} = [Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - m_{я}] c^2.$$

где $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг – масса покоя протона; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона; $m_{я}$ – масса ядра; c – скорость света в вакууме ($c^2 = 8,987 \cdot 10^{16}$ м²/с² = 8,987 · 10¹⁶ Дж/кг = 931 МэВ/а.е.м).

- Дефект массы ядра (на эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра)

$$\Delta(Z \cdot m_p + (A - Z) m_n) - m_{я}.$$

- Удельная энергия связи

$$E_{уд} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Радиоактивность

- Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

где N – число нераспавшихся ядер в момент времени t ; N_0 – начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени $t = 0$); λ – постоянная радиоактивного распада; e – показатель натурального логарифма.

- Период полураспада $T_{1/2}$ – промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda},$$

где λ – постоянная радиоактивного распада.

- Число атомов, распавшихся за время t

$$\Delta N = N_0 - N,$$

где N - число нераспавшихся ядер в момент времени t ; N_0 – начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени $t = 0$).

- Среднее время жизни радиоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

- Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

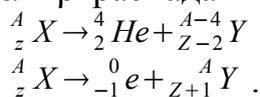
где m – масса изотопа; M – молярная масса изотопа; N_A – число Авогадро.

- Активность нуклида а радиоактивном источнике

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad \text{или} \quad A = A_0 e^{-\lambda t},$$

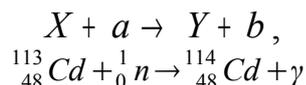
где $A_0 = \lambda N_0$ - активность изотопа в начальный момент времени ($t = 0$).

- Правила смещения при α и β^- распадах



Ядерные реакции

- Запись ядерной реакции



где X и Y – исходное и конечное ядра; a и b – бомбардирующая и испускаемая в ядерной реакции частицы; ${}^1_0 n$ - нейтрон; γ – фотон.

- Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2 [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

где m_1 и m_2 – массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; $(m_3 + m_4)$ – сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Найти энергию связи ядра урана ${}^{238}_{92} U$ и энергию связи, приходящуюся на нуклон. Масса ядра урана $m_{\text{я}} = 237,99768$ а.е.м.

Решение: Энергию связи находим по формуле:

$$E_{\text{св}} = [Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}}] c^2,$$

где $m_p = 1,00783$ а.е.м. – масса протона; $m_n = 1,00867$ а.е.м. – масса нейтрона; A – массовое число; Z – порядковый номер элемента; c – скорость света в вакууме.

Подставляя данные, получим

$$E_{\text{св}} = [92 \cdot 1,00783 + (238 - 92) \cdot 1,00867 - 237,99768] \cdot 931 = 1851 \text{ МэВ}$$

По определению удельная энергия связи:

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A} = \frac{1851}{238} = 7,7 \text{ МэВ/нуклон.}$$

Пример 2. Радиоактивный натрий ${}_{11}^{24}\text{Na}$ распадается, выбрасывая β^- -частица. Период полураспада натрия $T_{1/2} = 14,8$ ч. Вычислить количество атомов ΔN , распавшихся в $m = 1$ мг данного радиоактивного препарата за $t = 10$ ч.

Решение: Число распавшихся атомов за время t : $\Delta N = N_0 - N$, где N_0 – число нераспавшихся атомов в начальный момент времени в 1 мг ${}_{11}^{24}\text{Na}$, N – число нераспавшихся атомов по прошествии времени t .

Используя закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$, запишем для нашего случая:

$$\Delta N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Учитывая, что $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, получим

$$\Delta N = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t}\right) = N_0 \left[1 - \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{t}{T}}\right] = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Поскольку в одном моле ${}_{11}^{24}\text{Na}$ содержится число атомов, равное постоянной Авогадро, то в данной массе содержится число атомов N_0 , равное произведению числа молей $\frac{m}{M}$ на постоянную Авогадро N_A : $N_0 = \frac{m}{M} N_A$, молярная масса натрия $M = 24 \cdot 10^{-3}$ кг.

Общее выражение получим: $\Delta N = \frac{m}{M} N_A \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)$.

Подставив данные, получим:

$$\Delta N = \frac{10^{-6}}{24 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \left(1 - 2^{-\frac{3 \cdot 6 \cdot 10^4}{5,33 \cdot 10^4}}\right) \approx 9,3 \cdot 10^{18} \text{ атомов.}$$

Пример 3. Вычислить толщину слоя половинного ослабления $x_{1/2}$ параллельного пучка γ -излучения для воды, если линейный коэффициент ослабления $\mu = 0,047$ см $^{-1}$.

Решение: При прохождении γ -излучения через слой вещества происходит его поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и образование электронно-позитронных пар. В результате действия этих трех факторов интенсивность γ -излучения экспоненциально убывает в зависимости от толщины слоя.

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

Пройдя поглощающий слой толщиной, равной толщине слоя половинного ослабления $x_{1/2}$, пучок γ -излучения будет иметь интенсивность $I = \frac{I_0}{2}$.

Подставив значения I и $x_{1/2}$ в формулу, получим $\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu x_{1/2}}$,

после сокращения на I_0 , получаем $\frac{1}{2} = e^{-\mu x_{1/2}}$

Прологарифмировав выражение, получим искомое значение толщины слоя половинного ослабления:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{0,047} = 14,7 \text{ см.}$$

Пример 4. При захвате ядром лития ${}^6_3\text{Li}$ медленного нейтрона 1_0n образуется изотоп водорода – тритий ${}^3_1\text{H}$. Реакция экзотермическая с выделением энергии $\Delta E = 5,6$ МэВ. Какая еще частица образуется в результате этой реакции? Какая энергия E_1 приходится на ядро трития, а какая E_2 – на эту частицу? Кинетическими энергиями ядра лития и нейтрона до реакции можно пренебречь.

Решение: Ядерная реакция пройдет по схеме: ${}^6_3\text{Li} + {}^1_0n \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^4_2\text{He}$.

Поскольку кинетическими энергиями до реакции пренебрегаем, то их суммарный импульс равен 0, значит, суммарный импульс частиц – продуктов реакции – тоже равен 0:

$$0 = M_1 v_1 + M_2 v_2, \quad (1)$$

где v_1 – скорость трития, v_2 – скорость альфа-частицы.

Энергия ΔE , выделившаяся в результате реакции, равна сумме кинетических энергий E_1 и E_2 трития ${}^3_1\text{H}$ и альфа-частицы ${}^4_2\text{He}$, образовавшихся в результате реакции:

$$\Delta E = E_1 + E_2, \quad (2)$$

$$\text{где } E_1 = \frac{M_1 \cdot v_1^2}{2} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{M_2 \cdot v_2^2}{2},$$

поэтому

$$\Delta E = \frac{M_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{M_2 \cdot v_2^2}{2}. \quad (3)$$

Из уравнения (1) можно найти скорость альфа-частицы

$$v_2 = -\frac{M_1 \cdot v_1}{M_2}. \quad (4)$$

Подставим (4) в (3):

$$\Delta E = \frac{M_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{M_2 \cdot M_1^2 \cdot v_1^2}{2M_2^2} = \frac{M_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{M_1^2 \cdot v_1^2}{2M_2} = E_1 + E_1 \frac{M_1}{M_2} = E_1 \left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) = E_1 \frac{M_1 + M_2}{M_2}.$$

Отсюда $E_1 = \frac{\Delta E M_2}{M_1 + M_2}$. Из (2) найдем E_2 : $E_2 = \Delta E - E_1$.

Произведем вычисления: $E_1 = \frac{5,6 \cdot 4}{3+4} = 3,2$ МэВ, $E_2 = (5,6 - 3,2) = 2,4$ МэВ.

Пример 5. Найти энергию, выделяющуюся при реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$.

Решение: Изменение энергии при ядерной реакции определяется как:

$$Q = c^2 (\sum m_1 - \sum m_2).$$

Сумма масс исходных частиц

$$\sum m_1 = (7.01600 + 1.00783) = 8.02383 \text{ а.е.м.}$$

Сумма масс образовавшихся частиц

$$\sum m_2 = (4.00260 + 4.00260) = 8.00520 \text{ а.е.м.}$$

Таким образом, дефект масс $\Delta m = 8.02383 - 8.00520 = 0.01863$ а.е.м.

Тогда энергия, выделяющаяся при данной реакции

$$Q = 931 \cdot 0.01863 = 17.34 \text{ МэВ.}$$

Контрольная работа №2

1. Два шарика, расположенных на расстоянии $r = 20$ см друг от друга, имеют одинаковые по модулю заряды и взаимодействуют в воздухе с силой $F = 0,5$ мН. Найти число неспаренных электронов N на каждом шарике.
2. Два маленьких заряженных шарика взаимодействует в вакууме с некоторой силой, находясь на расстоянии r_1 друг от друга. На каком расстоянии r_2 друг от друга они будут взаимодействовать в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2 , если их сила взаимодействия останется прежней?
3. Два металлических шарика имеют массу $m = 10$ г каждый. Какое число электронов N надо удалить с каждого шарика, чтобы сила их кулоновского отталкивания стала равна силе их гравитационного тяготения друг к другу?
4. Два одинаковых маленьких шарика массами по $m = 10$ г каждый заряжены одинаково и подвешены на непроводящих и невесомых нитях. Какой заряд должен быть на каждом шарике, чтобы нити испытывали одинаковое натяжение? Среда – воздух, длина каждой нити $l = 30$ см.
5. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на невесомых нитях длиной l каждая в одной точке. Когда им сообщили одинаковые заряды q , шарики разошлись на угол α . Найти силу натяжения F_n каждой нити. Среда – воздух.
6. Электрон движется без начальной скорости вдоль силовой линии однородного электрического поля напряженностью $E = 2 \cdot 10^4$ Н/Кл. Какой путь S он пролетит прежде, чем его скорость станет $v = 100$ км/с? Среда – воздух.
7. Заряженный шар диаметром D находится в равновесии в жидком диэлектрике плотностью ρ_1 с диэлектрической проницаемостью ε . Найти

поверхностную плотность зарядов на шаре σ , если плотность вещества шара ρ_2 . Напряженность электрического поля в диэлектрике E , вектор напряженности направлен вверх.

8. Два одинаковых металлических шарика с зарядами $q_1 = 1,2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -8,0 \cdot 10^{-8}$ Кл помещены в масло на расстоянии $r = 4$ см и приведены в соприкосновение, а затем раздвинуты на такое же расстояние. Найти силу F их взаимодействия до и после соприкосновения.
9. Два маленьких шарика массой по 0,01 г подвешены в масле на тонких шелковых нитях так, что поверхности шариков соприкасаются. Длина нити 50 см. После сообщения шарикам равных одноименных зарядов шарики оттолкнулись друг от друга и разошлись на расстояние 7 см. Определить заряды шариков.
10. Два точечных заряда $q_1 = 1 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $r = 20$ см друг от друга. Где надо поместить третий заряд q_3 , чтобы он оказался в равновесии?
11. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 3$ нКл и $q_2 = -4$ нКл, находящимися в вакууме. Расстояние r между зарядами равно 4 см. Определить напряженность и потенциал электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 4$ см от первого заряда и на расстоянии $r_2 = 2$ см от второго заряда.
12. Сколько электронов находится на пылинке массой $m = 10^{-11}$ г, если она удерживается между двумя параллельными пластинками. Расстояние между пластинками $d = 5$ мм, разность потенциалов $U = 76,5$ В. С каким ускорением a и в какую сторону будет двигаться пылинка, если она лишится $N = 20$ электронов?
13. Электрон влетает в однородное электрическое поле со скоростью $v = 1,8 \cdot 10^3$ км/с и движется по направлению силовых линий. Напряженность поля равна $E = 90$ В/м. Через сколько времени t скорость электрона станет равной нулю?
14. Пучок электронов, движущихся с классической скоростью, падает на металлический изолированный шар, диаметром D . Какое максимальное число электронов N может накопиться на шаре?
15. Два точечных заряда, находясь в воздухе ($\epsilon = 1$) на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии r_2 нужно поместить эти заряды в масле ($\epsilon = 5$), чтобы получить ту же силу взаимодействия?
16. С какой силой F_s на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на плоскостях $\sigma = 0,3$ мКл/м².
17. Медный шар радиусом $R = 0,5$ см помещен в масло. Плотность шара $\rho = 0,8$ кг/м³. Найти заряд шара q , если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E = 3,6$ МэВ.
18. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью $\rho = 0,8$ кг/м³. Какой должна быть плотность

материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$.

19. Найти силу электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстоянии $r = 6 \cdot 10^{-14}$. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома пренебречь.
20. С какой силой F_1 электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $\tau = 3$ мкКл/м и поверхностная плотность заряда $\sigma = 20$ мкКл/м².
21. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 300$ В, соединен параллельно с другим конденсатором, заряженным до напряжения $U_2 = 200$ В. Какова емкость C_2 второго конденсатора, если напряжение на батарее конденсаторов равно $U = 220$ В?
22. Половину внутреннего пространства плоского заряженного конденсатора полностью заполнили стеклом при отключенном источнике напряжения. Во сколько раз изменилась емкость конденсатора?
23. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля $E = 60$ кВ/м, заряд капли $q = 2,4 \cdot 10^{-4}$ СГСг. Найти радиус капли.
24. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 90$ В. Площадь каждой пластины $S = 60$ см², её заряд $q = 1$ нКл. На каком расстоянии d друг от друга находятся пластины?
25. Шарик радиусом $R = 2$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 2$ кВ. Найти массу m всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарик.
26. Требуется изготовить конденсатор емкостью $C = - 250$ пФ. Для этого на парафинированную бумагу толщиной $d = 0,05$ мм наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каким должен быть диаметр D кружков станиоля? Диэлектрическая проницаемость парафина $\varepsilon = 2$.
27. При изучении фотоэлектрических явлений используется сферический конденсатор, состоящий из металлического шарика диаметром $d = 1,5$ см и внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром $D = 11$ см. Воздух из колбы откачивается. Найти ёмкость C такого конденсатора.
28. При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого их заряжали до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и $U_2 = 100$ В и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками конденсатора оказалась равной $U = 250$ В. Найти соотношение емкостей C_1/C_2 .
29. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 45) $U = 6$ В. Ёмкость первого конденсатора $C_1 = 2$ мкФ и ёмкость второго конденсатора $C_2 = 4$ мкФ. Найти заряды q_1 и q_2 и разности потенциалов U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

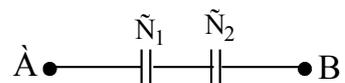


Рис. 45

30. В каких пределах может меняться ёмкость C системы, состоящей из двух конденсаторов, если ёмкость одного из конденсаторов постоянна и равна $C_1 = 3,33$ нФ, а ёмкость другого C_2 изменяется от 22,2 до 555,5 пФ?
31. Конденсатор ёмкостью $C = 20$ мкФ заряжается до разности потенциалов $U = 100$ В. Найти энергию W этого конденсатора.
32. Шар радиусом $R = 1$ м заряжается до потенциала $\varphi = 30$ кВ. Найти энергию заряженного шара.
33. Шар погружен в керосин, имеет потенциал $\varphi = 4,5$ кВ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11,3$ мкКл/м². Найти радиус R , заряд q , ёмкость C и энергию шара W .
34. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 0,01$ м² каждая притягиваются друг к другу с силой $F = 30$ мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряды q , находящиеся на пластинах, напряженность поля между пластинами E . Диэлектрическая проницаемость слюды $\varepsilon = 6$.
35. Между пластинками плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластинка. Какое давление p испытывает эта пластинка при напряженности поля $E = 1$ МВ·м?
36. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м², расстояние между ними $d = 5$ мм. Какая разность потенциалов U была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при разряде конденсатора выделилось $Q = 4,19$ мДж тепла?
37. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом $E = 20$ мкДж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A = 70$ мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика.
38. Воздушный конденсатор ёмкостью $C_1 = 10^{-9}$ Ф зарядили до напряжения $U_1 = 600$ В. Затем, отключив от источника, раздвинули пластины, увеличив расстояние между ними в 2 раза. Определите конечное напряжение U_2 , заряд q_2 и работу A , которую надо совершить для увеличения расстояния между обкладками.
39. Как изменится ёмкость плоского воздушного конденсатора, пластины которого расположены вертикально, если конденсатор погрузить до половины в жидкий диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью равной 5?
40. Два плоских конденсатора одинаковой ёмкостью $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой 10 В. Чему будет равна разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?
41. Заряженный проводящий шар диаметром $D = 4$ см обладает электрической энергией $W = 1$ Дж. Определить потенциал шара φ . Среда – воздух.

42. Во сколько раз изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если уменьшить площадь его обкладок в 1,5 раза, уменьшить расстояние между ними в 2 раза и пространство между обкладками заполнить слюдой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 6$?
43. Плоский воздушный конденсатор зарядили до разности потенциалов $U_1 = 600$ В, а затем отключили от источника тока. Какой станет разность потенциалов U_2 между пластинами, если расстояние между ними увеличить от $d_1 = 0,2$ мм до $d_2 = 0,7$ мм, и, кроме того, пространство между пластинами заполнить слюдой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2 = 7$?
44. Поверхностная плотность зарядов на обкладках плоского воздушного конденсатора $\sigma = 0,1$ мкКл/м², площадь обкладок $S = 5$ см², ёмкость конденсатора $C = 1$ пФ. Какую скорость v приобретет электрон, пройдя по силовой линии расстояние от одной обкладки до другой, если его начальная скорость $v_0 = 0$?
45. Найти мощность P фотовспышки при разряде конденсатора емкостью $C = 0,6$ мФ, заряженного до напряжения $U = 220$ В, если разряд конденсатора происходит в течение $t = 2,5$ мс.
46. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластинок радиусом $R = 1$ см. Расстояние между ними $d = 0,5$ см. Напряженность электрического поля между пластинами $E = 4$ кВ/см. Найти энергию W поля конденсатора.
47. Расстояние между обкладками плоского конденсатора уменьшили в 3 раза, предварительно отключив его от источника напряжения. Во сколько раз изменилась при этом энергия поля конденсатора?
48. При увеличении напряжения на конденсаторе в 3 раза энергия поля между его обкладками увеличилась на $\Delta W = 200$ мДж. Найти начальную энергию конденсатора W_1 .
49. Воздушный конденсатор с зарядом на обкладках q , площадью обкладок S и расстоянием между ними d погружают в жидкость с диэлектрической проницаемостью ε_2 на $\frac{1}{4}$ его объема. Найти напряжение на обкладках конденсатора после погружения.
50. Найти количество теплоты Q , выделившееся при соединении одноименно заряженных обкладок конденсаторов с емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 0,5$ мкФ. Напряжения на конденсаторах до соединения были соответственно $U_1 = 100$ В и $U_2 = 50$ В.
51. Два шарика с зарядами $q_1 = 6,66$ нКл и $q_2 = 13,33$ нКл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см?
52. Найти потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $r = 10$ см от центра заряженного шара радиусом $R = 1$ см. Поверхностная плотность заряда $\sigma = 0,1$ мкКл/м².
53. Какая работа A совершается при пересечении точечного заряда $q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1$ см от поверхности шара радиусом $R = 1$ см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10$ мкКл/м²?

54. Шарик массой $m = 1\text{ г}$ и зарядом $q = 10\text{ нКл}$ перемещается из точки 1, потенциал которой $\varphi_1 = 600\text{ В}$, в точку 2, потенциал которой $\varphi_2 = 0$. Найти его скорость v_1 в точке 1, если в точке 2 она стала $v_2 = 20\text{ см/с}$.
55. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится заряд $q = 0,66\text{ нКл}$. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние $\Delta r = 2\text{ см}$, при этом совершается работа $A = 50\text{ эрг}$. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости.
56. Восемь заряженных водяных капель радиусом $r = 1\text{ см}$ и зарядом $q = 0,1\text{ нКл}$ каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал φ большой капли.
57. Шарик, заряженный до потенциала $\varphi = 792\text{ В}$, имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 333\text{ нКл/м}^2$. Найти радиус шарика.
58. Найти отношение между радиусом R шара и максимальным потенциалом φ , до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля $E_0 = 3\text{ МВ/м}$. Каким будет максимальный потенциал φ шара диаметром $D = 1\text{ м}$?
59. Объёмная плотность энергии электрического поля внутри заряженного плоского конденсатора с твердым диэлектриком ($\varepsilon = 6,0$) равна $2,5\text{ Дж/м}^3$. Найти давление, производимое пластинами площадью $S = 20\text{ см}^2$ на диэлектрик, а также силу, которую необходимо приложить к пластинам для их отрыва от диэлектрика.
60. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого $S = 400\text{ см}^2$, заполнен двумя слоями диэлектрика. Граница между ними параллельна обкладкам. Первый слой – парафин ($\varepsilon_1 = 2$) толщины $d_1 = 0,2\text{ см}$, второй слой стекло ($\varepsilon_2 = 7$) толщины $d_2 = 0,3\text{ см}$. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 600\text{ В}$. Найти ёмкость конденсатора, напряженность электрического поля и падение потенциала в каждом слое, энергию конденсатора.
61. В медном проводнике сечением $S = 6\text{ мм}^2$ и длиной $l = 5\text{ м}$ течет ток. За $t = 1\text{ мин}$ в проводнике выделяется $Q = 18\text{ Дж}$ теплоты. Определить напряженность поля E , плотность j и силу I электрического тока в проводнике.
62. Определить плотность j электрического тока в медном проводе (удельное сопротивление $\rho = 17\text{ нОм}\cdot\text{м}$), если удельная тепловая мощность тока $w = 1,7\text{ Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{с})$.
63. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2\text{ Ом}$. При замыкании его одним резистором сила тока равна $I_1 = 4\text{ А}$, при замыкании другим $I_2 = 2\text{ А}$. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определить электродвижущую силу аккумулятора и внешние сопротивления R_1, R_2 .
64. Гальванический элемент замыкается один раз на сопротивление $R_1 = 9\text{ Ом}$, другой раз на $R_2 = 4\text{ Ом}$. В том и другом случаях количество теплоты Q , выделяющееся в сопротивлениях за одно и то же время, оказывается одинаковым. Каково внутреннее сопротивление r элемента?

65. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, если при сопротивлении нагрузки $R_1 = 2$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,4$ А, а при $R_2 = 1,5$ Ом $I_2 = 0,6$ А. Чему равна сила тока короткого замыкания $I_{кз}$?
66. Определить внутреннее r сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока $I_1 = 4$ А развивается мощность $P_1 = 10$ Вт, а при силе тока $I_2 = 6$ А – мощность $P_2 = 12$ Вт.
67. ЭДС батареи равна 20 В. Коэффициент полезного действия батареи при силе тока $I = 4$ А, составляет $\eta = 0,8$. Чему равно внутреннее сопротивление r батареи?
68. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек сопротивлением $r = 350$ Ом, включенных параллельно. Найти сопротивление R реостата, когда: 1) горят все лампочки; 2) вывинчиваются одна, две, три, четыре лампочки.
69. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d = 1$ мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом $a = 2,5$ см, чтобы получить печь сопротивлением $R = 40$ Ом? Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1$ мкОм·м.
70. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 10,8$ Ом. Масса медной проволоки $m = 3,41$ кг. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке? Удельное сопротивление меди $\rho_c = 0,017$ мкОм·м, плотность меди $\rho_{пл} = 8,89 \cdot 10^3$ кг/м³.
71. Найти сопротивление R железного стержня диаметром $d = 1$ см, если масса стержня $m = 1$ кг. Удельное сопротивление железа $\rho_c = 0,098$ мкОм·м
72. Медная и алюминиевая проволоки имеют одинаковую длину l и сопротивление R . Во сколько раз медная проволока тяжелее алюминиевой? Удельное сопротивление меди $\rho_c = 0,017$ мкОм·м, плотность меди $\rho_{пл} = 8,89 \cdot 10^3$ кг/м³. Удельное сопротивление алюминия $\rho_c = 0,028$ мкОм·м, плотность алюминия $\rho_{пл} = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³.
73. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20$ °С имеет сопротивление $R_1 = 35,8$ Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120$ В по нити идет ток $I = 0,33$ А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{К}^{-1}$.
74. Реостат из железной проволоки, амперметр и генератор подключены последовательно. При $t_0 = 0$ °С сопротивление реостата $R_0 = 120$ Ом, сопротивление амперметра $R_{А0} = 20$ Ом. Амперметр показывает ток $I_0 = 22$ мА. Какой ток I будет показывать амперметр, если реостат нагревается на $\Delta T = 50$ К? Температурный коэффициент сопротивления железа $\alpha = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{К}^{-1}$.
75. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1 = 14$ °С имеет сопротивление $R_1 = 10$ Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным $R_2 = 12,2$ Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{К}^{-1}$.
76. Найти падение потенциала U на медном проводе длиной $l = 500$ м и диаметром $d = 2$ мм, если ток в нем $I = 2$ А.

77. Элемент, имеющий ЭДС $1,1 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$, замкнут на внешнее сопротивление $R = 9 \text{ Ом}$. Найти ток I в цепи, падение потенциала U во внешней цепи и падение потенциала U_r внутри элемента. С каким КПД работает элемент?
78. Элемент с ЭДС 2 В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5 \text{ Ом}$. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи $I = 0,25 \text{ А}$. Каково внешнее сопротивление цепи R при этих условиях?
79. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет ЭДС 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0,4 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I = 1 \text{ А}$. С каким КПД работает элемент?
80. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС 2 В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1 \text{ Ом}$ и $r_2 = 1,5 \text{ Ом}$ замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1,4 \text{ Ом}$. Найти ток в каждом из элементов и во всей цепи.
81. Сколько ватт потребляет нагреватель электрического чайника, если 1 л воды закипает через 3 мин ? Каково сопротивление нагревателя, если напряжение в сети 220 В . Начальная температура воды 5°С . Коэффициент полезного действия нагревателя 80% .
82. Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью $P = 40 \text{ Вт}$. Какое добавочное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Какую длину нихромовой проволоки диаметром $d = 0,3 \text{ мм}$ надо взять, чтобы получить такое сопротивление?
83. Имеются три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых $P_1 = P_2 = 40 \text{ Вт}$. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Начертить схему. Найти токи I_1, I_2, I_3 , текущие через лампочки при нормальном накале.
84. В лаборатории, удаленной от генератора на расстояние $l = 100 \text{ м}$, включили электрический нагревательный прибор, потребляющий ток $I = 10 \text{ А}$. На сколько понизилось напряжение на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории, если сечение медных проводящих проводов $S = 5 \text{ мм}^2$?
85. От батареи с ЭДС 500 В требуется передать энергию на расстояние $l = 2,5 \text{ км}$. Потребляемая мощность $P = 10 \text{ кВт}$. Найти минимальные потери мощности ΔP в сети, если диаметр медных проводящих проводов $d = 1,5 \text{ см}$.
86. От генератора с ЭДС 110 В требуется передать энергию на расстояние $l = 250 \text{ м}$. Потребляемая мощность $P = 1 \text{ кВт}$. Найти минимальное сечение S медных проводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1% .
87. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки одинаковых длины и диаметра. Найти: 1) отношение количеств теплоты, выделяющихся в этих проволоках; 2) отношение падений напряжения на этих проволоках.
88. Элемент с ЭДС 6 В дает максимальный ток $I = 3 \text{ А}$. Найти наибольшее количество теплоты Q_r , которое может быть выделено во внешнем сопротивлении в единицу времени.

89. Батарея с ЭДС 240 В и внутренним сопротивлением $r_1 = 1$ Ом замкнута на внешнее сопротивление $R = 23$ Ом. Найти полную мощность P_0 , полезную мощность P и КПД η батареи.
90. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54$ Вт.
91. Разность потенциалов между точками A и B равна $U = 9$ В. Имеются два проводника с сопротивлениями $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 3$ Ом. Найти количество теплоты, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками A и B соединены: 1) последовательно; 2) параллельно.
92. Две электрические лампочки с сопротивлениями $R_1 = 360$ Ом и $R_2 = 240$ Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет большую мощность и во сколько раз?
93. Какой объем воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 3$ кВт·ч? Начальная температура воды $t_0 = 10^\circ\text{C}$. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.
94. Какую мощность потребляет нагреватель электрического чайника, если объем $V = 1$ л воды закипает через время $\tau = 5$ мин? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети $U = 120$ В? Начальная температура воды $t_0 = 13,5^\circ\text{C}$. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.
95. На плитке мощностью $P = 0,5$ кВт стоит чайник, в который налит $V = 1$ литр воды при температуре $t = 16^\circ\text{C}$. Вода в чайнике закипела через $\tau = 20$ минут после включения плитки. Какое количество теплоты Q потеряно при этом на нагревание самого чайника, излучение и т.д.? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.
96. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через время $\tau_1 = 15$ мин, при включении другой – через время $\tau = 30$ мин. Через какое время τ закипит вода в чайнике, если включить обе секции: 1) последовательно; 2) параллельно? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.
97. Объем $V = 4,5$ л воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 0,5$ кВт·ч. Начальная температура воды $t = 23^\circ\text{C}$. Найти КПД нагревателя.
98. Температура водяного термостата объемом $V = 1$ л поддерживается постоянной при помощи нагревателя мощностью $P = 26$ Вт. На нагревание воды тратится 80 % этой мощности. На сколько понизится температура воды в термостате за время $\tau = 10$ мин, если нагреватель выключить? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К.
99. Найти количество теплоты Q_τ , выделившееся в единицу времени в единице объема медного провода при плотности тока $j = 300$ кА/м². Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017$ мкОм·м.
100. В ртутном диффузионном насосе в единицу времени испаряется масса $m_\tau = 100$ г/мин ртути. Каково должно быть сопротивление R нагревателя насоса,

если он включается в сеть напряжением $U = 127$ В? Удельная теплота парообразования ртути $q = 296$ кДж/кг.

101. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом $R = 1$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.
102. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найти модуль и направление напряженности \vec{H} магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждого проводника.
103. По длинному вертикальному проводнику сверху вниз идет ток $I = 8$ А. На каком расстоянии a от него напряженность поля, получающегося от сложения земного магнитного поля и поля тока, направлена вертикально вверх? Горизонтальная составляющая напряженности земного поля $H_r = 16$ А/м.
104. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C , расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a = 5$ см от него. По проводнику течет ток $I = 20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60° .
105. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C , расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a = 6$ см от него. По проводнику течет ток $I = 30$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 90° .
106. Ток $I = 20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1$ мм², создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 178$ А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?
107. Найти напряженность H магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии $a = 3$ см от его плоскости. Радиус контура $R = 4$ см, ток в контуре $I = 2$ А.
108. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R = 2$ см, токи в витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Найти напряженность магнитного поля в центре этих витков.
109. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле напряженностью H при разности потенциалов U_1 на концах витка. Какую надо приложить разность потенциалов U_2 , чтобы получить такую же напряженность магнитного поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?
110. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу идет ток $I = 5$ А. Найти радиус витка, если напряженность магнитного поля в центре витка $H = 41$ А/м.
111. Катушка длиной $l = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Найти напряженность H магнитного поля внутри катушки, если по катушке проходит ток $I = 2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

112. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром $d = 0,8$ мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность H магнитного поля внутри катушки при токе $I = 1$ А.
113. Из проволоки диаметром $d = 1$ мм надо намотать соленоид, внутри которого должна быть напряженность магнитного поля $H = 24$ кА/м. По проволоке можно пропускать предельный ток $I = 6$ А. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать плотно друг к другу? Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.
114. Требуется получить напряженность магнитного поля $H = 1$ кА/м в соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см. Найти число ампервитков IN , необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов U , которую надо приложить к концам обмотки из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Считать поле соленоида однородным. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017$ мкОм·м.
115. Магнитный поток сквозь соленоид (без сердечника) $\Phi = 5$ мкВб. Найти магнитный момент соленоида, если его длина $l = 25$ см.
116. Между полюсам электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. По проводу длиной $l = 70$ см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток $I = 70$ А. Найти силу F , действующую на провод.
117. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток силой $I = 100$ А. Найти магнитную индукцию B в точке O пересечения диагоналей квадрата.
118. Проводник из металла длиной $l = 1,5$ м перемещается в магнитном поле индукции $B = 0,2$ Тл равномерно со скоростью $v = 3$ м/с. Найти ЭДС индукции в проводнике, если линии магнитного поля перпендикулярны длине проводника и направлению его движения.
119. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 10$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Какую работу A надо совершить, чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d = 20$ см.
120. Алюминиевый провод площадью поперечного сечения $S = 1$ мм² подвешен в горизонтальной плоскости перпендикулярно к магнитному меридиану, и по нему течет ток (с запада на восток) $I = 1,6$ А. Какую долю от силы тяжести, действующей на провод, составляет сила, действующая на него со стороны земного магнитного поля? На сколько уменьшится сила тяжести, действующая на единицу длины провода, вследствие этой силы? Горизонтальная составляющая напряженности земного магнитного поля $H = 15$ А/м.
121. Под каким углом α должен упасть луч на плоское зеркало, чтобы угол между отраженным лучом и поверхностью зеркала был $\varphi = 30^\circ$.
122. Угловая высота Солнца над горизонтом $\varphi_1 = 40^\circ$. Под каким углом φ_2 к горизонту надо расположить плоское зеркало, чтобы отраженный луч направить вертикально вверх?

123. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30^\circ$. Наблюдатель, стоя на берегу, видит изображение Солнца в воде. Наклонившись, он понижает уровень глаз на $h = 10$ см. На какое расстояние S приблизится при этом изображение Солнца к берегу?
124. Наблюдатель ростом $h = 1,8$ м (рис. 49) идет к уличному фонарю со скоростью $v = 0,8$ м/с. В некоторый момент времени длина его тени $l_1 = 1,5$ м, а через $t = 3$ с она стала $l_2 = 1$ м. На какой высоте H над тротуаром подвешен фонарь?
125. Над озером на высоте $H = 80$ м завис вертолет (рис.50). С башни высотой h он виден под углом $\varphi_1 = 30^\circ$, а его изображение в озере видно под углом $\varphi_2 = 60^\circ$ к горизонту. Какова высота башни h ?
126. Два плоских зеркала расположены под углом друг к другу. Точечный источник света поместили между ними и в результате получили $N = 11$ изображений этого источника в зеркалах. Чему равен угол φ между зеркалами?
127. На каком расстоянии от собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см нужно поставить предмет, для того чтобы получить действительное изображение с увеличением в 10 раз?

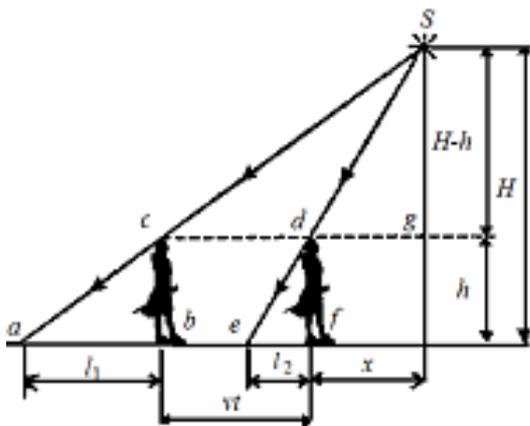


Рис. 49

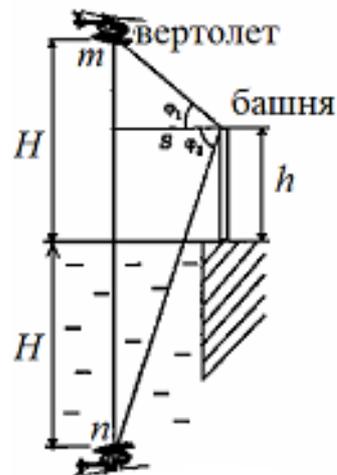


Рис. 50

128. Луч падает на поверхность стекла под углом $\alpha_1 = 60^\circ$. Под каким углом α_2 он должен упасть на поверхность воды, чтобы угол преломления в стекле γ_1 был равен углу преломления в воде γ_2 ? Показатель преломления стекла $n_1 = 1,5$, показатель преломления воды $n_2 = 1,33$.
129. На стеклянную пластинку падает луч света. Показатель преломления стекла $n = 1,5$. Определить угол падения луча, если угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° .
130. Луч света падает на горизонтальную стеклянную пластинку и преломляется в ней под углом β_1 . Сверху пластинки наливают слой жидкости. Определите новое значение угла преломления β_2 света в стекле.

131. Предмет расположен на расстоянии l от фокальной плоскости собирающей линзы, главное фокусное расстояние которой F . Определите линейное увеличение Γ . Считать, что $l < F$.
132. На расстоянии 16 см одна от другой находятся две собирающие линзы. Фокусное расстояние линз равны: $F_1 = 8$ см, $F_2 = 5$ см. Предмет высотой 4 см находится на расстоянии 40 см от первой линзы. На каком расстоянии от второй линзы получится изображение? Определить высоту изображения.
133. Расстояние между предметом и его изображением в выпуклом зеркале $l = 20$ см, а уменьшение изображения $\Gamma = 0,5$. Чему равны фокусное расстояние F и радиус кривизны R ?
134. Под каким углом должен упасть луч на поверхность стекла, чтобы угол преломления γ был в 2 раза меньше угла падения? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.
135. Чему равен угол падения α луча на поверхность алмаза, если он больше угла преломления γ на $\varphi = 30^\circ$? Абсолютный показатель преломления алмаза $n = 2,42$.
136. На дне пруда недалеко от берега лежит камень. Ребенок на берегу, прицепившись и стараясь попасть в камень палкой, двигает ее под углом $\varphi = 30^\circ$ к поверхности воды. Палка падает на дно пруда на расстоянии $l = 10$ см от камня. Чему равна глубина пруда h в этом месте? Показатель преломления воды $n = 1,33$. Соппротивлением воды движению палки пренебречь.
137. Какова истинная глубина H озера, если его кажущаяся глубина $h = 1,5$ м? Показатель преломления воды $n = 1,33$.
138. Столб вбит в дно реки так, что $h = 1$ м возвышается над поверхностью воды (рис. 51). Глубина реки $H = 3$ м. Найти длину тени от столба на поверхности воды l_1 и на дне реки l_2 . Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30^\circ$, абсолютный показатель преломления воды $n = 1,33$.
139. В воде с показателем преломления $n = 1,33$ находится точечный источник света S . На каком расстоянии h от источника света следует поместить тонкий диск диаметром $d = 4$ см, чтобы луч света не вышел из воды в воздух (рис. 52)?

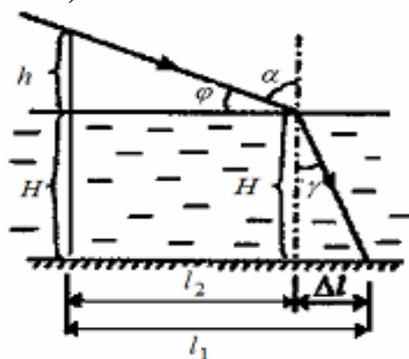


Рис. 51

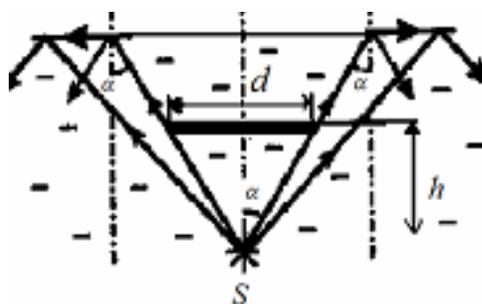


Рис. 52

140. Радиус кривизны вогнутого зеркала $R = 20$ см. на расстоянии $a_1 = 30$ см от зеркала поставлен предмет высотой $y_1 = 1$ см. Найти высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

141. Найти число длин волн N монохроматического света, укладывающихся на отрезке $l = 2$ м, если частота излучения $\nu = 600$ ТГц.
142. Свет от источника S_2 (рис. 53) приходит в точку M на $\Delta t = 2,5T$ позже света от источника S_1 . Усиление или ослабление света будет в точке M ? Источники испускают когерентные световые волны.
143. Расстояние $r_1 = 1$ м, а расстояние $r_2 = 1,0009$ м (рис. 53). Что будет наблюдаться в точке M : минимум или максимум освещенности, если частота световых волн, излучаемых источниками S_1 и S_2 , $\nu = 5 \cdot 10^4$ Гц?
144. Два когерентных источника S_1 и S_2 , испускают свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм. На каком расстоянии x от точки O на экране располагается первый максимум освещенности ($k = 1$), если расстояние между источниками $d = 0,5$ мм, а расстояние от каждого источника до экрана $L = 2$ м (рис. 54)?
145. Два когерентных источника S_1 и S_2 с длиной световой волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м находятся на расстоянии $d = 30$ мм друг от друга. Экран расположен на расстоянии $L = 4$ см от каждого источника. Что будет наблюдаться на экране в точке M , расположенной напротив источника S_1 (рис. 55)?
146. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает белый свет под углом $\alpha = 30^\circ$. При какой наименьшей толщине h поверхность пленки, наблюдаемая в отраженном свете, будет окрашена в желтый цвет? Длина волны желтого света $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.

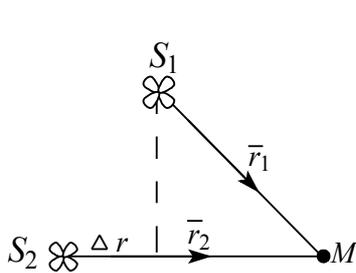


Рис. 53

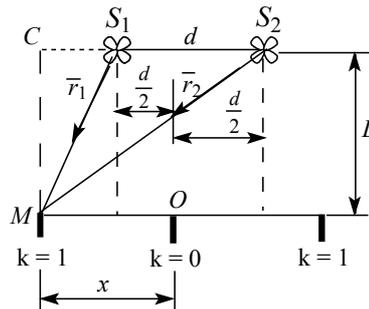


Рис. 54

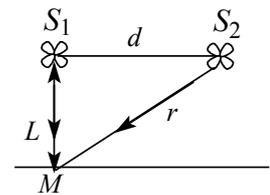


Рис. 55

147. Белый свет падает нормально на мыльную пленку с показателем преломления n . Найти толщину пленки, если в проходящем свете интерференционный максимум наблюдается на волне λ_1 а ближайший к нему минимум на волне λ_2 .
148. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м. Найти разность Δr между радиусами светлых колец с порядковыми номерами $k_1 = 3$ и $k_2 = 4$. Радиус кривизны линзы $R = 8$ м. Наблюдение ведется в отраженном свете.
149. На круглое отверстие диаметром $D = 8$ мм падает нормально плоская монохроматическая волна с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Найти число зон Френеля N , укладывающихся в этом отверстии, если расстояние от отверстия до экрана $r_0 = 2$ м.
150. Каков период решетки d , если при нормальном падении на неё лучей с длиной волны $\lambda = 0,75$ мкм на экране, отстоящем от решетки на расстоянии $L = 1$ м, максимумы первого порядка отстоят друг от друга на $x = 30,3$ см

(рис. 56)? Каково число штрихов N на $l = 1$ см решетки? Какое количество m максимумов дает эта дифракционная решетка? Каков максимальный угол φ_{\max} отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму?

151. На дифракционную решетку длиной l с количеством штрихов N падает нормально свет с длинами волн λ_1 и λ_2 . Определить расстояние Δx между дифракционными максимумами второго порядка, соответствующими этим волнам. Расстояние между решеткой и экраном L , углы дифракции малы (рис. 57).

152. Дифракционная решетка имеет $N_1 = 1500$ штрихов. Можно ли с помощью этой решетки в спектре первого порядка разрешить две линии спектра с длинами волн $\lambda_1 = 600$ нм и $\lambda_2 = 600,5$ нм? Будет ли разрешать эти линии решетка такой же длины с числом штрихов $N_2 = 500$?

153. Какой должна быть длина дифракционной решетки l , имеющей $N = 800$ штрихов на длине $l_1 = 2$ мм, чтобы с её помощью можно было разрешить в спектре второго порядка две линии спектра с длинами волн $\lambda_1 = 500$ нм и $\lambda_2 = 500,02$ нм?

154. Дифракционная решетка имеет $N = 400$ штрихов на длине $l = 2$ мм. Она расположена на расстоянии $L = 1$ м от экрана. На решетку падает белый свет с длиной волны красного цвета $\lambda_1 = 720$ нм и длиной волны фиолетового цвета $\lambda_2 = 430$ нм (рис. 58). Найти длину x спектра первого порядка на экране.

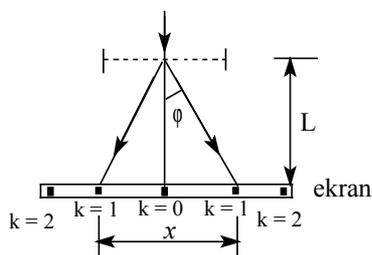


Рис. 56

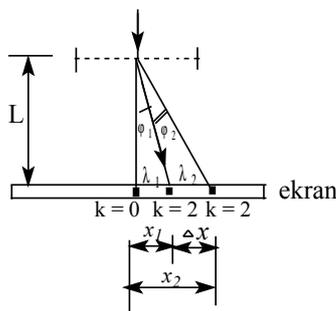


Рис. 57

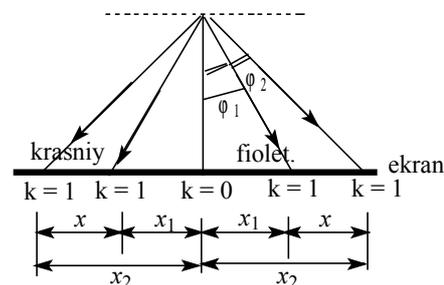


Рис. 58

155. Дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 мм, длина волны падающего света 540 нм. Определить период решетки и наибольший порядок спектра, который можно наблюдать с помощью этой дифракционной решетки. Чему равен максимальный угол дифракции для данной длины волны?

156. Расстояние между двумя мнимыми изображениями источника света в бипризме Френеля – 0,3 см. Что будет наблюдаться в точке экрана, удаленной на расстояние 9 м: максимум или минимум? Длина волны источника света $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

157. Определить угол отклонения луча стеклянной призмой (рис. 59), преломляющий угол которой 3° (0,052 рад), если угол падения луча на переднюю грань призмы равен нулю.

158. На стеклянную трехгранную призму (рис. 60) с преломляющим углом 45° ($0,79$ рад) падает луч света и выходит из нее под углом 30° ($0,52$ рад). Найти угол падения луча на призму.

159. На трехгранную призму (рис. 61) перпендикулярно её грани падает луч белого света. На какой угол $\Delta\beta$ вследствие дисперсии разойдутся после выхода из призмы красный и фиолетовый лучи, если показатель преломления стекла для красных лучей $n_k = 1,52$, а для фиолетовых – $n_\phi = 1,60$? Преломляющий угол призмы $\varphi = 2,0$.

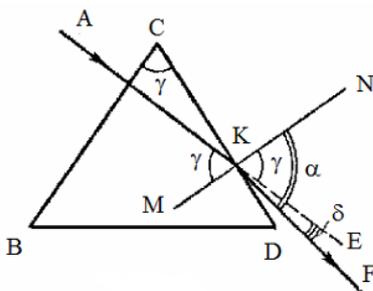


Рис. 59

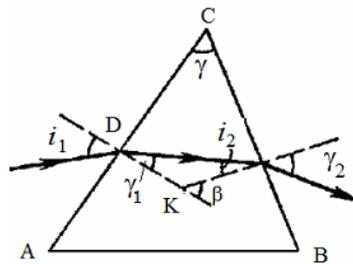


Рис. 60

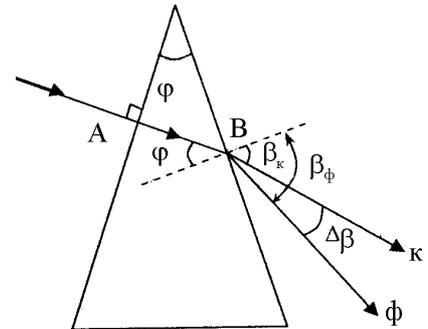


Рис. 61

160. На дифракционную решетку нормально падают две монохроматические волны. На экране, установленном параллельно плоскости решетки, первые дифракционные максимумы, соответствующие этим волнам, удалены от центрального расстояния $l_1 = 18$ мм, $l_2 = 19$ мм. Определите длину волны λ_2 второй волны, если длина волны первой $\lambda_1 = 546$ нм.

161. Вычислить световой поток, падающий на площадку $S = 10$ см², расположенную на расстоянии $r = 2$ м от источника, сила света которого $I = 200$ кд.

162. Две электрические лампочки, поставленные рядом, освещают экран. Расстояние от лампочек до экрана $r = 1$ м. Одну лампочку погасили. На сколько нужно приблизить экран (Δr), чтобы освещенность его не изменилась?

163. На какой угол нужно повернуть площадку, чтобы ее освещенность уменьшилась вдвое по сравнению с той освещенностью, которая была при перпендикулярном падении лучей?

164. На высоте $h = 5$ м висит лампа и освещает площадку на поверхности земли. На каком расстоянии r от центра площадки освещенность поверхности земли в два раза меньше, чем в центре?

165. Найти освещенность E поверхности Земли, создаваемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца $B = 1,2 \cdot 10^9$ кд/м². Расстояние от Земли до Солнца $L = 1,5 \cdot 10^8$ км, радиус Солнца $R = 7 \cdot 10^5$ км.

166. Электрическая лампа, сила света которой $I = 100$ кд, заключена в матовый сферический плафон диаметром $d = 5$ см. Найти светимость R и яркость B лампы. Поглощением света стеклом плафона можно пренебречь.

167. Лампа силой света $I_1 = 60$ кд применяется для печатания фотоснимка. Если лампу расположить на расстоянии $r_1 = 1,5$ м от снимка, то время экспозиции равно $\tau = 2,5$ с. Определить время экспозиции, если применить лампу силой света $I_2 = 40$ кд, расположенную на расстоянии $r_2 = 2$ м от снимка.

168. В центре квадратной комнаты площадью $S = 25 \text{ м}^2$ висит лампа. На какой высоте h от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей?
169. Найти световое давление P на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом $r = 5 \text{ см}$. Стенки лампы отражают 4% и пропускают 6% падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.
170. Предмет при фотографировании освещается электрической лампой, расположенной от него на расстоянии $r_1 = 2 \text{ м}$. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции, если эту же лампу отодвинуть на расстояние $r_2 = 3 \text{ м}$ от предмета?
171. Параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 546 \text{ нм}$ падает на чрезмерную пластинку, производя давление $p = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$. Определите плотность фотонов n в падающем световом потоке.
172. Нить лампы накаливания имеет термодинамическую температуру $T = 1700 \text{ К}$. Найти, какую долю от общего излучения составляет излучение видимого света (длина волны от 0,4 до 0,76 мкм). Нить считать серым телом.
173. Имеются две плоскости с малыми отверстиями одинаковых диаметров, равных $D = 1 \text{ см}$. Стенки полостей теплонепроницаемы. Отверстия расположены друг против друга, расстояние между ними $l = 10 \text{ см}$. В первой полости поддерживается температура $T_1 = 1700 \text{ К}$. Вычислить установившуюся температуру во второй полости.
174. Считая Солнце черным телом с температурой поверхности $T = 5800 \text{ К}$, найти солнечную постоянную. Радиус Солнца $r = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$, расстояние от Земли до Солнца $l = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$.
175. Определите, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость R_e ослабилась в 16 раз.
176. Определите, как и во сколько изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_1 = 720 \text{ нм}$ до $\lambda_2 = 400 \text{ нм}$.
177. Мощность излучения абсолютно черного тела $N = 34 \text{ кВт}$. Найти температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S = 0,6 \text{ м}^2$.
178. Какую энергетическую светимость R_e имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484 \text{ нм}$?
179. Зачерненный шарик остывает от температуры $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 293 \text{ К}$. На сколько изменилась длина волны $\Delta\lambda$ соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?
180. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1 = 2900 \text{ К}$. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9 \text{ мкм}$. До какой температуры T_2 охладилось тело?
181. Фотоэффект с поверхности металла вызывается поочередно излучениями с длинами волн $\lambda_1 = 540 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 360 \text{ нм}$. При этом задерживающее

- напряжение увеличивается в $n = 3,9$ раза. Определите работу выхода A электрона из этого металла.
182. Наибольшая длина волны света, при которой происходит фотоэффект для вольфрама, равна $\lambda_0 = 275$ нм. Найти работу выхода электронов из вольфрама; наибольшую энергию и наибольшую скорость электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны $\lambda = 180$ нм.
183. При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_1 = 310$ нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 25% задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,8 В. Определить постоянную Планка.
184. Определить длину волны света λ , кванты которого имеют такую же энергию ϵ , какую приобретает электрон, пролетевший из состояния покоя разность потенциалов $U = 4,1$ В.
185. Найти массу m фотона красных лучей света ($\lambda = 700$ нм).
186. Найти энергию ϵ , массу m и импульс p фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda = 1,6$ нм.
187. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм.
188. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку $S = 2$ см² за время $t = 0,5$ мин. равен $p = 3 \cdot 10^{-9}$ кг·м/с. Найти для этого пучка энергию E , падающую на единицу площади за единицу времени.
189. При какой температуре T кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 589$ нм.
190. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при приложении задерживающего напряжения $U_0 = 3,7$ В.
191. На плоский алюминиевый электрод падает ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 90$ нм. На какое максимальное расстояние d от его поверхности может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется однородное электрическое поле напряженностью $E = 8$ В/см, задерживающее этот фотоэлектрон? Красная граница фотоэффекта для алюминия $\lambda_0 = 332$ нм.
192. Поток монохроматического излучения ($\lambda = 0,46$ мкм) падает на металлическую пластину. Фототок полностью прекращается, когда задерживающая разность потенциалов достигает $U = 0,7$ В. Найти работу A выхода и красную границу λ_0 фотоэффекта.
193. Средняя длина волны излучения лампы накаливания с металлической спиралью равна $\lambda = 1200$ нм. Найти число фотонов, испускаемых за единицу времени лампой мощностью $P = 500$ Вт.
194. Монохроматический пучок электромагнитных волн падает на тонкую платиновую фольгу, находящуюся в вакууме в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1,5 \cdot 10^{-3}$ Тл. Радиус кривизны траектории электронов, выбитых из металла в плоскости, перпендикулярной полю, оказался равным

- $R = 0,01$ м. Определите длину волны λ падающего излучения, если красная граница фотоэффекта для платины $\lambda_0 = 235 \cdot 10^{-9}$ м.
195. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0,155$ мкм, 2) γ - излучением с длиной волны $\lambda = 2,47$ пм.
196. Для исследования фотоэффекта и измерения постоянной Планка П.И. Лукирский применял фотоэлемент, у которого анодом-коллектором служили посеребренные стенки стеклянного сферического баллона, в центре которого находился фотокатод в виде шарика из исследуемого материала. Найти постоянную Планка h , если фотоэлектроны, вырываемые из поверхности некоторого материала светом с частотой $\nu = 1,2 \cdot 10^{15}$ Гц, задерживаются потенциалом $\varphi_1 = 3,1$ В, а вырываемые светом с длиной волны $\lambda = 125$ нм, - потенциалом $\varphi_2 = 8,1$ В.
197. Металлический шар радиусом $R = 10$ см облучают светом с длиной волны $\lambda = 2 \cdot 10^7$ м. Определить установившийся заряд q шара, если работа выхода электрона с его поверхности равна $A_{вых} = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.
198. Возникнет ли фотоэффект в цинке под действием излучения, имеющего длину волны $\lambda = 0,45$ мкм? Работа выхода электронов из цинка $A_{вых} = 4,2$ эВ.
199. Чему равна длина волны λ кванта с энергией ϵ , равной средней кинетической энергии E_k атома гелия при температуре $t = 100$ °С? постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.
200. При какой минимальной температуре атомы атомарного водорода будут испускать видимый свет?
201. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В, 2) $U_2 = 510$ В.
202. На узкую щель шириной $a = 1$ мкм направлен параллельный пучок электронов, имеющих скорость $v = 3,65 \cdot 10^6$ м/с. Учитывая волновые свойства электрона, определить расстояние x между двумя максимумами интенсивности первого порядка в дифракционной решетке, полученного на экране, отстоящем на $L = 10$ см от щели.
203. На грань кристалла никеля падает параллельный пучок электронов. Кристалл поворачивают так, что угол скольжения θ изменяется. Когда этот угол становится равным 64° , наблюдается максимальное отражение электронов, соответствующее дифракционному максимуму первого порядка. Принимая расстояние d между атомными плоскостями кристалла равным 200 пм, определите длину волны де Бройля λ электрона и их скорость.
204. Моноэнергетический пучок нейтронов, получаемый в результате ядерной реакции, падает на кристалл с периодом $d = 0,15$ нм. Определите скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения $\nu = 30^\circ$.
205. Ширина следа электрона (обладающего кинетической энергией $W = 1,5$ кэВ) на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет $\Delta x = 1$ мкм. Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики.

206. Определите отношение неопределенностей скоростей электрона, если его координата установлена с точностью до $x = 10^{-5}$ м, и пылинки массой $m = 10^{-12}$ кг, если ее координата установлена с такой же точностью.
207. При исследовании излучения, возникшего в результате рассеяния на графите под углом $\theta = 90^\circ$ рентгеновского пучка с длиной волны $\lambda = 71,4$ пм (K_α -молибдена), дифракционный максимум первого порядка несмещенной компоненты получился при падении на кристалл рентгеновского спектрографа под углом скольжения $\varphi = 30^\circ$. На какой угол $\delta\varphi$ нужно было повернуть кристалл для того, чтобы наблюдался максимум смещенной компоненты?
208. Ψ -Функция некоторой частицы имеет вид $\psi = \frac{A}{r} e^{-r/a}$, где r – расстояние этой частицы до силового центра; a – некоторая постоянная. Используя условие нормировки вероятностей, определите нормировочный коэффициент A .
209. Волновая функция, описывающая некоторую частицу, имеет вид $\psi(r) = \frac{A}{r} e^{-r^2/a^2}$, где A – нормировочный множитель, равный $A = \frac{1}{\sqrt{\pi a} \sqrt{2\pi}}$, r – расстояние частицы от силового центра, a – некоторая постоянная. Определите среднее значение квадрата расстояния $\langle r^2 \rangle$ частицы до силового центра.
210. Определите максимальную и минимальную энергию фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).
211. Максимальная длина волны спектральной водородной линии серии Лаймана равна 0,12 мкм. Предполагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определите максимальную длину волны линии серии Бальмера.
212. Используя теорию Бора для атома водорода, определите: 1) радиус ближайшей к ядру орбиты (первый Боровский радиус), 2) скорость движения электрона по этой орбите.
213. Найти кинетическую E_k , потенциальную E_n и полную E энергии электрона на первой Боровской орбите.
214. Найти потенциал ионизации U_1 атома водорода.
215. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 486$ нм?
216. Найти энергию E и скорость электрона v на первой Боровской орбите в атоме водорода. Чему равен период T электрона на этой орбите?
217. При облучении атома водорода квантами монохроматического света электрон прошел с первой стационарной орбиты ($n_1 = 1$) на третью ($n_3 = 3$), а при возвращении в исходное состояние он перешел сначала с третьей орбиты на вторую ($n_2 = 2$), а затем со второй на первую. Определить энергию квантов E_1 , E_2 и E_3 , излученных и поглощенных при этих переходах.
218. Наибольшая длина волны излучения в видимой части спектра водорода $\lambda_{\max} = 0,66$ мкм. Найти длины волн λ_1 , λ_2 и λ_3 ближайших трех линий в видимой части спектра водорода.

219. Неопределенность радиуса электрона на первой Боровской орбите с $n = 1$ в атоме водорода $\Delta r = 0,01r$. Найти отношение неопределенности проекции импульса электрона Δp_r на его радиус к импульсу электрона p на его орбите.
220. При какой температуре длина волны де Бройля атомарного водорода $\lambda_2 = 8 \cdot 10^{-11}$ м?
221. Определить начальную активность A_0 радиоактивного ^{27}Mg массой $m = 0,2$ мкг, а также активность A по истечению времени $t = 1$ ч. Предположить, что все атомы изотопа радиоактивны. $T_{1/2}(\text{Mg}) = 10$ мин.
222. Определите период полураспада $T_{1/2}$ некоторого радиоактивного изотопа, если его активность за 5 суток уменьшилась в 2,2 раза.
223. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определите, в какой элемент превращается $^{238}_{92}\text{U}$ после трех α - и двух β распадов.
224. Определите плотность N ядерного вещества, выражаемую числом нуклонов в 1 см^3 , если в ядре с массовым числом A все нуклоны плотно упакованы в пределах его радиуса.
225. Определите массу изотопа $^{15}_7\text{N}$, если изменение массы при образовании ядра $^{15}_7\text{N}$ составляет $0,2058 \cdot 10^{-27}$ кг.
226. Определите, какую долю кинетической энергии теряет нейтрон при упругом столкновении с покоящимся атомом углерода $^{12}_6\text{C}$, если после столкновения частицы движутся вдоль одной прямой. Массу нейтрального атома углерода принять равной $m = 19,9272 \cdot 10^{-27}$ кг.
227. Сколько атомов полония распадётся за время $\Delta t = 1$ суток из $N = 10^6$ атомов?
228. Масса атома хлора $M = 35,5$ а.е.м. Хлор имеет два изотопа $^{35}_{17}\text{Cl}$ с массой атома $M_1 = 35$ а.е.м. и $^{37}_{17}\text{Cl}$ с массой атома $M_2 = 37$ а.е.м. Найти их процентное содержание.
229. Какая масса m урана $^{235}_{92}\text{U}$ расходуется за сутки на атомной электростанции мощностью $P = 5000$ кВт с КПД $\eta = 17\%$, если при каждом акте деления выделяется энергия $\Delta W_1 = 200$ МэВ? Сравнить полученный результат с суточным расходом m_1 каменного угля тепловой электростанцией той же мощности при КПД $\eta = 75\%$. Теплотворная способность каменного угля $q = 2,93 \cdot 10^7$ Дж/кг.
230. Гамма-излучение лучше всего поглощает свинец. Толщина слоя половинного ослабления γ -лучей у свинца $h = 2$ см. Какой толщины H нужен слой свинца, чтобы ослабить γ -излучение в 128 раз?
231. Средняя доза, поглощенная врачом, работающим с рентгеновской установкой, $D_1 = 14$ мкГр за $t_1 = 2$ ч. Не заболит ли врач, работающий 200 дней в году по $t_2 = 4$ ч в день, если предельно допустимая доза $D_{\text{пред}} = 50$ мГр в год?
232. Мощность экспозиционной дозы вблизи черновыльской АЭС достигает $x/t = 200$ мкР/час. Во сколько раз радиоактивное излучение превосходит ПДД для населения $H_{\text{доп}} = 5$ мЗв/год? Экспозиционной дозе $x = 1$ Р соответствует поглощенная доза $8,8$ мГр.

233. Третий блок Белоярской АЭС им И.В. Курчатова имеет мощность $P = 600$ МВт при КПД $\eta = 40\%$. Определите массу урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, расходуемого в течение одних суток, если известно, что при делении одного ядра урана выделяется в среднем энергия $E_1 = 200$ МэВ.
234. Найти удельную энергию связи ядра ${}^{16}_8\text{O}$. Масса ядра $M_{\text{я}} = 15,99052$ а.е.м., масса одного протона $m_p = 1,00783$ а.е.м, масса нейтрона $m_n = 1,00866$ а.е.м.
235. Какая доля радиоактивных ядер некоторого элемента распадается за время t , равное половине периода полураспада?
236. Активность радиоактивного препарата уменьшилась в четыре раза за $t = 8$ дней. Найти период полураспада этого препарата.
237. Какая энергия ΔE выделяется при ядерной реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$?
238. Выделяется или поглощается энергия при реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n}$?
239. Какая энергия ΔE выделяется при термоядерной реакции ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$?
240. Поглощая фотон с длиной волны $\lambda = 4,7 \cdot 10^{-13}$ м, дейтрон ${}^2_1\text{H}$ распадается на протон ${}^1_1\text{H}$ и нейтрон ${}^1_0\text{n}$. Вычислить суммарную кинетическую энергию образовавшихся частиц, считая дейтрон покоящимся.

Приложения

I. Некоторые сведения о единицах физических величин

1. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	<i>метр</i>	м
Масса	<i>килограмм</i>	кг
Время	<i>секунда</i>	с
Плоский угол	<i>радиан</i>	рад
Телесный угол	<i>стерадиан</i>	ср
Сила, вес	<i>ньютон</i>	Н
Давление	<i>паскаль</i>	Па
Напряжение (механическое)	<i>паскаль</i>	Па
Модуль упругости	<i>паскаль</i>	Па
Работа, энергия	<i>джоуль</i>	Дж
Мощность	<i>ватт</i>	Вт
Частота колебаний	<i>герц</i>	Гц
Термодинамическая температура	<i>кельвин</i>	К
Теплота, количество теплоты	<i>джоуль</i>	Дж
Количество вещества	<i>моль</i>	моль
Электрический заряд	<i>кулон</i>	Кл

Сила тока	<i>ампер</i>	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	<i>вольт</i>	В
Электрическая ёмкость	<i>фарад</i>	Ф
Электрическое сопротивление	<i>ом</i>	Ом
Электрическая проводимость	<i>сименс</i>	См
Магнитная индукция	<i>тесла</i>	Тл
Магнитный поток	<i>вебер</i>	Вб
Индуктивность	<i>генри</i>	Гн
Сила света	<i>кандела</i>	кд
Световой поток	<i>люмен</i>	лм
Освещенность	<i>люкс</i>	лк
Поток излучения	<i>ватт</i>	Вт
Поглощена доза излучения	<i>грей</i>	Гр
Активность изотопа	<i>беккерель</i>	Бк

Приложения

2. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское
10^{12}	<i>тера</i>	T	Т
10^9	<i>гига</i>	G	Г
10^6	<i>мега</i>	M	М
10^3	<i>кило</i>	k	к
10^2	<i>гекто</i>	h	г
10^1	<i>дека</i>	da	да
10^{-1}	<i>деци</i>	d	д
10^{-2}	<i>санти</i>	c	с
10^{-3}	<i>милли</i>	m	м
10^{-6}	<i>микро</i>	μ	МК
10^{-9}	<i>нано</i>	n	н
10^{-12}	<i>пико</i>	p	п

3. Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение
Масса	тонна	т	10^3 кг
	атомная единица массы	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Плоский угол	градус	...°	$1,74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...'	$2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...''	$4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
	град ²	град	$(\pi / 200)$ рад
Объем, вместимость	литр ³	л	10^{-3} м ³
Длина	астрономическая единица	а.е.	$1,50 \cdot 10^{11}$ м
	световой год	св. год	$9,46 \cdot 10^{15}$ м
	парсек	пк	$3,08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	дптр	1 м^{-1}
Площадь	гектар	га	10^4 м ²
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж

Приложения

—

II. Таблицы физических величин

4. Диэлектрическая проницаемость ϵ различных веществ

Вещество	ϵ
Вода	81
Воздух	1,00058
Воск	7,8
Керосин, парафин	2,0
Полиэтилен	2,3
Слюда	7,5
Спирт	26
Стекло	6,0
Фарфор	6,0
Эбонит	2,7

5. Единицы электрических и магнитных величин

Электрический момент диполя	$1 \text{ Д} = 3,34 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$
-----------------------------	---

Удельное электрическое сопротивление	$1 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м} = 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Магнитная индукция	$1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$
Магнитный поток	$1 \text{ Мкс} = 10^{-8} \text{ Вб}$
Напряженность магнитного поля	$1 \text{ Э} = 10^3 / 4\pi = 79,6 \text{ А / м}$

6. Удельное электрическое сопротивление проводников (при 20 °С), мкОм·м

Алюминий	0,028
Висмут	1,06
Железо	0,098
Золото	0,024
Магний	0,047
Медь	0,017
Молибден	0,057
Никель	0,073
Олово	0,12
Платина	0,105
Свинец	0,21
Цинк	0,059

Приложения

—

7. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, г / см ³
Алюминий	2,70
Висмут	9,80
Вольфрам	19,3
Железо (чугун, сталь)	7,87
Золото	19,3
Каменная соль	2,20
Латунь	8,55
Марганец	7,40
Медь	8,93
Никель	8,80
Платина	21,4
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Уран	18,7

8. Показатель преломления твердых тел

Алмаз	2,417
Кварц	1,54
Лед	1,31
Рубин	1,76
Сахар	1,56
Слюда	1,56 – 1,60
Стекло	

9. Интервалы длин волн и соответствующие им цвета видимой части спектра

Цвет спектра	λ , нм
Фиолетовый	400-450
Синий	450-480
Голубой	480-500
Зеленый	500-560
Желтый	560-590
Оранжевый	590-620
Красный	620-760

Приложение

10. Красная граница фотоэффекта для некоторых веществ, нм

Барий	484
Никель	249
Платина	190
Серебро	261
Цезий	662

11. Некоторые данные из атомной физики

Электрон: масса покоя, кг	$9,10953 \cdot 10^{-31}$
заряд, Кл	$1,60219 \cdot 10^{-19}$
Нейтрон: масса покоя, кг	$1,67495 \cdot 10^{-27}$
Нейтрон: масса покоя, кг	$1,67265 \cdot 10^{-27}$
Масса атома водорода, кг	$1,67343 \cdot 10^{-27}$

12. Единицы величин ионизирующих излучений

Доза излучения	1 рад = 0,01 Гр
Мощность дозы излучения	1 рад/с = 0,01 Гр / с
	1 рад/ч = $2,78 \cdot 10^{-6}$ Гр / с
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	1 Р = $2,58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг

13. Период полураспада некоторых радиоактивных элементов

Элемент	Символ радиоактивного изотопа	Период полураспада
Актиний	${}_{89}^{225}Ac$	10 сут
Иод	${}_{53}^{131}I$	8 сут
Магний	${}_{12}^{27}Mg$	10 мин
Радий	${}_{88}^{219}Ra$	10^{-3} с
Радий	${}_{88}^{226}Ra$	$1,62 \cdot 10^3$ лет
Радон	${}_{86}^{222}Rn$	3,8 сут
Торий	${}_{90}^{229}Th$	$7 \cdot 10^3$ лет
Уран	${}_{92}^{238}U$	$4,5 \cdot 10^9$ лет

Библиографический список

1. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 1. Механика: Учеб. пособие / Б.В.Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. – М.: Высш. шк., 2003. – 352 с.
2. Молекулярная физика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. заведений / Е.М. Гершензон, Н.Н. Малов, А.Н. Мансуров. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 272 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. Шк., 2001. – 542 с.
4. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. Шк., 2003. – 591с.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 640 с.
6. Электричество и магнетизм: Учебно-метод. пособие / Сост. Л.П. Ляхова, Л.П. Осуховская, И.А. Терлецкий. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2004. – 99 с.

Фролова Татьяна Владиславовна

Титова Елена Станиславовна

Физика. Методические указания и задания к контрольной работе № 2
*Учебно-методическое пособие по дисциплине «Физика»
для слушателей факультета заочного обучения
по специальности 280104.65 «Пожарная безопасность»*

Редактор: Шмелева Ю.В.

Подписано в печать 14.09.2010

Формат 60×84 1/16

Тираж 50 экз.

Заказ № 42

Отделение организации научных исследований
экспертно-консалтингового отдела
Ивановского института ГПС МЧС России
153040, г. Иваново, пр. Строителей, 33